

---

**Cours de Physique**  
Yves Delhaye

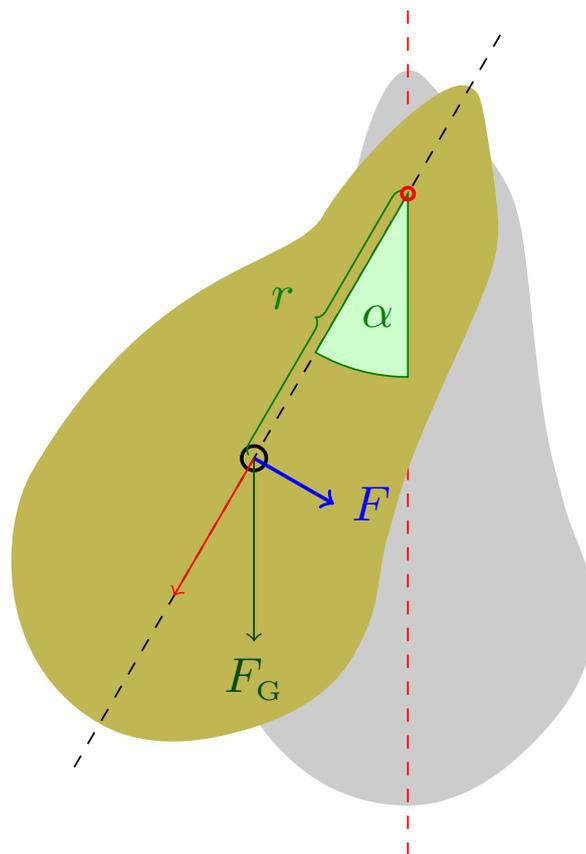
---



# Cours de physique

Yves Delhaye

2021–2022





Paternité-Pas d'Utilisation Commerciale-Partage des Conditions Initiales à l'Identique 2.0 France

- Vous êtes libres :
  - de reproduire, distribuer et communiquer cette création au public,
  - de modifier cette création.
- Selon les conditions suivantes :
  - Paternité : Vous devez citer le nom de l'auteur original de la manière indiquée par l'auteur de l'oeuvre ou le titulaire des droits qui vous confère cette autorisation (mais pas d'une manière qui suggérerait qu'ils vous soutiennent ou approuvent votre utilisation de l'oeuvre).
  - Pas d'Utilisation Commerciale : Vous n'avez pas le droit d'utiliser cette création à des fins commerciales.<sup>1</sup>
  - Partage des Conditions Initiales à l'Identique : Si vous modifiez, transformez ou adaptez cette création, vous n'avez le droit de distribuer la création qui en résulte que sous un contrat identique à celui-ci.
- voir <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.0/fr/legalcode>

---

1. Vous pouvez cependant faire des copies et les distribuer à prix coûtant (par exemple à vos élèves).



# Sommaire

<b>I</b>	<b>Métrie</b>	<b>1</b>
1	Les unités de mesures	3
2	Les erreurs de mesures	9
<b>II</b>	<b>Cinématique</b>	<b>15</b>
3	Positions, trajectoires et systèmes de référence	17
4	Déplacements et vitesses	29
5	Mouvements rectilignes	39
6	MRU	45
7	Variation de vitesse et accélération	51
8	MRUA	63
9	Chute libre	71
<b>III</b>	<b>Cinématique dans l'espace</b>	<b>75</b>
10	MCU	77
11	MCUA	89
12	Le tir horizontal	97
13	Le tir oblique ou parabolique	113
14	Mouvements à trois dimensions	129
<b>IV</b>	<b>Statique</b>	<b>135</b>
15	Les forces	137
16	Les forces : équilibres de translation	145
17	Équilibres de rotation et moments de force	153

<b>V Dynamique</b>	<b>169</b>
18 Les lois de Newton	171
19 Les forces de frottements	181
20 Chute libre	185
21 La force centripète	187
<b>VI Les lois de conservation</b>	<b>197</b>
22 Travail	199
23 Énergie	205
24 Puissance	215
25 Quantité de mouvement	219
26 Moment angulaire	225
<b>VII Modèles de l'univers et gravitation universelle</b>	<b>227</b>
27 Tailles de l'univers	229
28 Le ciel vu de la Terre	233
29 Géocentrisme et héliocentrisme	239
30 La gravitation universelle	247
<b>VIII Optique géométrique</b>	<b>255</b>
31 L'oeil	259
32 Faisceaux de lumière	265
33 Couleurs	267
34 Images	273
35 Miroirs	277
36 Réfraction	289
37 Prismes	295
38 Lentilles minces	303
39 Combinaisons de lentilles	313

<b>40 Les défauts de l'oeil</b>	<b>317</b>
<b>41 Télescopes et microscopes</b>	<b>325</b>
<b>IX Électricité</b>	<b>329</b>
<b>42 Électrostatique (base)</b>	<b>333</b>
<b>43 Courants, circuits</b>	<b>335</b>
<b>44 Énergie électrique : le kWh</b>	<b>345</b>
<b>45 Différence de potentiel</b>	<b>349</b>
<b>46 Association de générateurs</b>	<b>353</b>
<b>47 La loi d'Ohm</b>	<b>357</b>
<b>48 L'effet Joule</b>	<b>365</b>
<b>49 Les lois de Kirchoff</b>	<b>369</b>
<b>50 Force électromotrice</b>	<b>379</b>
<b>X Electromagnétisme</b>	<b>381</b>
<b>51 Électrostatique</b>	<b>383</b>
<b>52 Le champ électrique</b>	<b>393</b>
<b>53 Le magnétisme</b>	<b>407</b>
<b>54 Les champs magnétiques induits</b>	<b>415</b>
<b>55 Force électromagnétique</b>	<b>421</b>
<b>56 Les courants induits</b>	<b>427</b>
<b>XI Les ondes</b>	<b>429</b>
<b>57 Mouvement harmonique</b>	<b>431</b>
<b>58 Les résonances</b>	<b>445</b>
<b>59 Les ondes : généralités</b>	<b>451</b>
<b>60 La propagation des ondes dans l'espace</b>	<b>463</b>
<b>61 Les ondes sonores</b>	<b>471</b>
<b>62 Propriétés des ondes : réflexion</b>	<b>479</b>

<b>63 Propriétés des ondes : réfraction</b>	<b>489</b>
<b>64 Propriétés des ondes : effet Doppler</b>	<b>499</b>
<b>65 Propriétés des ondes : diffraction</b>	<b>511</b>
<b>66 Superposition et battements des ondes</b>	<b>521</b>
<b>67 Superposition et modes stationnaires</b>	<b>527</b>
<b>68 Superposition des ondes et interférences</b>	<b>537</b>
<b>69 Les fentes de Young</b>	<b>547</b>
<b>70 Les ondes lumineuses</b>	<b>553</b>
<b>71 Les ondes électromagnétiques</b>	<b>555</b>
<b>XII Thermodynamique</b>	<b>567</b>
<b>72 Premier principe</b>	<b>569</b>
<b>73 Machines thermiques</b>	<b>579</b>
<b>74 Deuxième principe</b>	<b>597</b>
<b>75 Production d'électricité</b>	<b>599</b>
<b>XIII Physique moderne</b>	<b>601</b>
<b>76 Effet photo-électrique</b>	<b>603</b>
<b>77 Spectroscopie</b>	<b>605</b>
<b>78 Mécanique quantique</b>	<b>623</b>
<b>79 La radioactivité</b>	<b>639</b>
<b>80 Relativité</b>	<b>647</b>
<b>81 Cosmologie</b>	<b>649</b>
<b>XIV Annexes</b>	<b>653</b>
<b>A Solutions des exercices</b>	<b>655</b>
<b>B Listes diverses</b>	<b>683</b>
<b>C Bibliographie</b>	<b>701</b>
<b>D Index</b>	<b>703</b>

**E Table des matières**

**705**



# **Première partie**

## **Métrologie**



# Chapitre 1

## Les unités de mesures

### Sommaire

---

1	Le système international d'unités . . . . .	<b>4</b>
	A    Le système SI . . . . .	4
	B    Les volumes . . . . .	7
2	Les unités dérivées . . . . .	<b>7</b>
	A    Les unités dérivées comme produits de puissances des unités de base .	7
	B    Analyse dimensionnelle . . . . .	8
3	Exercices . . . . .	<b>8</b>

---

## Introduction

Lorsqu'on fait de la physique, on fait des calculs impliquant des grandeurs "concrètes" : ainsi, des vitesses sont multipliées par des temps. On mesure ces grandeurs et il faut s'accorder avec d'autres pour communiquer ces résultats et ces calculs de manière cohérente.

Les scientifiques utilisent des systèmes d'unités pour lesquels ils se sont accordés internationalement. Les unités de la vie de tous les jours représentent une petite partie de ces unités.

*Remarque 1.* Il faut bien faire la distinction entre grandeur (par exemple, une longueur) et unité (ici le mètre).

Une hauteur, une largeur auront pour unité le mètre. Pourtant votre hauteur n'est pas identique à votre largeur.

## 1 Le système international d'unités

Jusqu'à la fin du dix-huitième siècle, de multiples systèmes d'unités existaient. Un commerçant qui achetait cinq toises de tissu à Lyon, à Paris, Lille, Bruxelles ou Berlin recevait à chaque fois des longueurs différentes de tissu.

Les industriels, les commerçants et les scientifiques de cette fin du dix-huitième siècle ont donc ressenti la nécessité de rationaliser les mesures. C'est après la révolution française que le système international d'unités s'est imposé.

### A Le système SI

Le système international d'unités (ou système SI) est un système *décimal*. Toutes les unités mesurant un même type de grandeur ont des rapports entre elles qui sont des puissances de dix. (exemple :  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ )

Les unités de temps usuelles représentent la seule exception. (60 secondes par minutes, 24 heures dans une journée, 365,25 jours par an)

Il existe encore de nos jours un système "unifié" qui n'est pas le système international : le système "impérial" que nombre d'Américains continuent à utiliser. Ce système n'est pas décimal! (Il faut 12 pouces pour faire un pied, trois pieds pour faire un yard et 1760 yards pour faire un mile.) Les erreurs d'arrondi ont tendance à s'accumuler de manière problématique dès que l'on fait des calculs non élémentaires.

(suggestion d'exercice pour vous en convaincre : Si un camion consomme deux pieds cubiques de carburant pour faire cent miles, à quelle vitesse passe le carburant dans le tuyau à la sortie du réservoir si ce tuyau fait cinq pouces de diamètre?)

#### a) Majuscule ou minuscule

Avant de commencer, faisons une remarque sur l'écriture des unités. La distinction entre majuscules et minuscules est importante. Les unités dont le nom correspond au nom d'une personne auront un nom écrit en minuscule puisqu'il s'agit dès lors d'un nom commun (mais ce n'est pas nécessairement le cas pour le symbole) : Lord Kelvin donne son nom au kelvin, symbole K.

#### b) Les unités de base

Toutes les unités de la physique peuvent être ramenées à des produits de puissances de quelques unités de base. Ainsi l'unité de vitesse  $\text{ms}^{-1}$  est clairement le rapport de l'unité de longueur par l'unité de temps.

(i) **mksA** Le système dit "mksA" est l'ancêtre du système international d'unités. Dans ce système, toutes les unités sont exprimables à partir de quatre unités de base : le mètre, le kilogramme, la seconde et l'ampère.

(i).1 **Le mètre** La définition initiale du mètre était que cette longueur représentait  $1/40\,000\,000$  de la longueur de la circonférence terrestre mesurée à l'équateur. Un mètre étalon était précieusement conservé au bureau international des poids et mesures près de Paris.

Voici sa définition moderne :

**Définition 1** (mètre). Un mètre (symbole : m) est une longueur qui vaut  $1\,650\,763,73$  fois la longueur d'onde de la radiation orangée émise par l'isotope 86 du krypton.

(i).2 **Le kilogramme** C'est la seule unité qui commence par un préfixe (k pour 1000) . C'est aussi la seule unité qui soit encore définie par un objet matériel.

**Définition 2** (kilogramme). Le kilogramme est la masse d'un litre d'eau pure à  $4^{\circ}\text{C}$ .

Le kilogramme étalon conservé au bureau international des poids et mesures est comparé à d'autres étalons qui servent alors de référence. D'infimes variations de masse font que de nouvelles définitions sont à l'étude.

(i).3 **La seconde** La seconde fut d'abord définie comme  $1/86400$  du jour solaire terrestre moyen.

Sa définition moderne est désormais celle-ci :

**Définition 3** (seconde). La seconde est la durée de  $9\,192\,631\,770$  périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins  $F=3$  et  $F=4$  de l'état fondamental  $6S_{1/2}$  de l'atome de césium 133 au repos, à une température de  $0\text{ K}$ .

#### (i).4 L'ampère

**Définition 4** (ampère). Un ampère est l'intensité d'un courant constant qui, s'il est maintenu dans deux conducteurs linéaires et parallèles, de longueurs infinies, de sections négligeables, et distants d'un mètre dans le vide, produit entre ces deux conducteurs une force linéaire égale à  $2 \times 10^{-7}\text{ N m}^{-1}$  (newton par mètre).

(ii) **Les autres unités de base du système international** D'autres unités ont été ajoutées (pour différentes raisons que nous ne développerons pas ici) pour former le système international.

#### (ii).1 Le kelvin

**Définition 5** (kelvin). Le kelvin (symbole : K) est l'unité de température<sup>a</sup>. Un écart de température d'un kelvin correspond à un écart d'un degré Celsius (ou centigrade). L'origine de l'échelle kelvin est fixée par le zéro absolu :  $0\text{ k}$  correspond donc à  $-273,15^{\circ}\text{C}$ .

a. plus exactement de température thermodynamique

Depuis 1954, la conférence internationale des poids et mesures a fixé qu'on ne disait plus "degré kelvin" mais uniquement "kelvin".

**(ii).2 la mole**

**Définition 6** (mole). La mole (symbole : mol) est l'unité SI de quantité de matière. Une mole contient autant d'atomes (ou de molécules) que le nombre d'atomes de carbone compris dans 12 grammes de carbone pur. Ce nombre est de  $6,02214040 \cdot 10^{23}$  atomes et est appelé le nombre d'Avogadro.

Nous retiendrons cette définition mais faisons remarquer que ce n'est plus ainsi que la conférence internationale des poids et mesures définit la mole!

**(ii).3 La candela**

**Définition 7** (candela). La candela <sup>a</sup> (symbole : cd) est l'unité SI d'intensité lumineuse. C'est l'intensité, dans une direction donnée, d'une source lumineuse monochromatique de fréquence  $5,40 \times 10^{14}$  Hz (càd. une longueur d'onde dans le vide de 555 nm) dont l'intensité énergétique est de 1/683 W par sr (steradian) dans cette direction.

*a.* ou candéla, un mot latin qui signifie "chandelle"

La couleur choisie (définie par la fréquence) est proche du vert et correspond à un maximum de sensibilité de l'œil humain.

Un candela équivaut approximativement à l'intensité lumineuse d'une bougie.

**(iii) Résumé** Résumons ceci sous forme de tableau :

grandeur nom	symbole	unité nom	symbole
longueur	l	mètre	m
temps	t	seconde	s
masse	m	kilogramme	kg
intensité de courant	I	ampère	A
température	T ( $\theta$ )	kelvin	K
quantité de matière	n	mole	mol
intensité lumineuse	$I_V$	candela	cd

TABLE 1.1 – Les unités de base du SI.

**c) Multiples et sous-multiples**

Les mesures physiques peuvent énormément varier pour une même grandeur. Ainsi, pour la longueur, la taille d'un atome est approximativement de  $1 \times 10^{-10}$  m, la taille de notre galaxie est, elle, d'approximativement 100 000 années-lumière càd.  $9,4608 \times 10^{20}$  m. Des préfixes placés devant les unités correspondent à des multiples et sous-multiples de ces unités. Ces multiples et sous-multiples sont toujours des puissances de dix.

Préfixe	Symbole	Facteur
peta	P	$10^{15}$
téra	T	$10^{12}$
giga	G	$10^9$
méga	M	$10^6$
kilo	k	$10^3$
hecto	h	$10^2$
déca	da	$10^1$
-	-	-
déci	d	$10^{-1}$
centi	c	$10^{-2}$
milli	m	$10^{-3}$
micro	$\mu$	$10^{-6}$
nano	n	$10^{-9}$
pico	p	$10^{-12}$
femto	f	$10^{-15}$

TABLE 1.2 – Multiples et sous-multiples.

## B Les volumes

À l'école primaire nous avons appris à utiliser des "abaques" pour convertir des volumes en litre vers des volumes en  $m^3$ . Si ces abaques sont des outils pratiques, ils nous font parfois oublier le sens derrière ces opérations.

Rappelons donc la définition d'un litre!

**Définition 8** (Litre). Un litre (symbole : L)<sup>a</sup> est le volume équivalent au volume d'un cube de 1 dm de côté.

a. Le symbole "l" est toléré mais déconseillé.

Un litre est donc un volume d'un  $dm^3$ . Comme un dm vaut 10 cm, un litre est donc un volume de  $1 \times 10^3 cm^3$  ou  $1000 cm^3$ .

De même, comme un mètre vaut 10 dm, un  $m^3$  vaut  $1 \times 10^3 dm^3$  càd  $1 \times 10^3 L$ .

Le volume d'un mL est un  $1 cm^3$ . Par contre, un dL est un dixième de litre et donc  $100 cm^3$ .

## 2 Les unités dérivées

Toutes les autres unités de la physique peuvent se déduire à partir des unités de base.

### A Les unités dérivées comme produits de puissances des unités de base

Nous allons exprimer les unités dérivées comme produits de puissances des unités de base du système SI. Nous nous limiterons, pour illustrer notre sujet, au sous-système  $mk(g)SA$ .

càd. :

$$m^w \cdot kg^x \cdot s^y \cdot A^z$$

où  $w, x, y, z \in \mathbb{Q}$

La question est de savoir que valent ces  $w, x, y, z$ .

**a) Notations**

À ce stade, il nous faut faire un peu de formalisme et introduire la notation des unités d'une grandeur.

Le joule est l'unité de l'énergie et va se noter :

$$J = [E]$$

Les crochets droits "[...]" signifient donc "unités de ..."

**b) Exemple : le joule**

$$J = [E]$$

Toute énergie aura pour unité le joule dans le système "mksA", prenons donc l'énergie cinétique de translation :

$$[E] = \left[\frac{1}{2}mv^2\right]$$

$$[E] = \left[\frac{1}{2}\right][m][v]^2$$

$$[E] = (\text{nbre. pur} : \text{ss. dim}) \text{ kg } (\text{m s}^{-1})^2$$

$$[E] = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

**B Analyse dimensionnelle**

L'analyse dimensionnelle exploite le fait que toute unité soit un produit de puissances des unités de base.

**3 Exercices**

Les exercices sont communs à ceux du chapitre suivant et se trouvent à la fin de celui-ci.

# Chapitre 2

## Les erreurs de mesures

### Sommaire

---

1	Imprécisions sur les mesures . . . . .	<b>10</b>
	A      Précision des mesures . . . . .	10
	B      Erreur aléatoire . . . . .	10
	C      Erreur systématique . . . . .	10
2	Types d'erreurs . . . . .	<b>11</b>
	A      Erreur absolue . . . . .	11
	B      Erreur relative . . . . .	11
3	Calcul d'erreur . . . . .	<b>11</b>
	A      Types de grandeurs . . . . .	11
	B      Exemple : erreur sur une surface . . . . .	12
	C      Règles de calcul d'erreur . . . . .	12
4	La notation scientifique et les chiffres significatifs . . . . .	<b>12</b>
	A      Les chiffres significatifs . . . . .	12
	B      La notation scientifique . . . . .	13
5	Exercices . . . . .	<b>13</b>

---

## Introduction

La précision infinie est impossible. La manière dont nous mesurons une grandeur implique nécessairement une imprécision. Annoncer une mesure sans préciser dans quelle proportion cette mesure est fiable n'est pas acceptable.

Cette position de principe étant cependant intenable car trop lourde dans le cadre d'un cours du secondaire, elle est donc souvent ignorée. Nous en ferons souvent de même. Mais il faut néanmoins bien garder à l'esprit que l'on commet cet abus!

La publication de résultats scientifiques dans un cadre professionnel s'accompagne *toujours* d'une estimation sur la précision de ces résultats. Ceux-ci seraient considérés comme non fiables si ce n'était pas le cas.

On parle d'imprécision ou d'incertitude sur une mesure ou sur le résultat d'un calcul basé sur des mesures.

## 1 Imprécisions sur les mesures

Mesurez la longueur d'un objet dont la taille est comprise entre deux et neuf cm avec votre équerre ou votre latte puis notez ce résultat en cm. (Pour fixer les idées, mesurez la longueur du pouce d'un même élève.)

Combien de chiffres après la virgule conservez-vous?

Allez-vous garder jusqu'à huit chiffres après la virgule? Ceci correspondrait à la taille d'un atome d'hydrogène. Êtes-vous capable de mesurer l'épaisseur d'un atome?

En pratique, on estime que la mesure à l'aide d'une latte ou d'une équerre munie de graduations au millimètre ne permet d'être précis qu'au demi millimètre près!

Vous pouvez donc garder deux chiffres après la virgule mais en noter plus n'aura simplement pas de sens.

### A Précision des mesures

Différents facteurs vont affecter la précision de toute mesure. Augmenter la précision et la fiabilité des instruments de mesure est un "job" à temps plein pour certains scientifiques. Les experts en précision des mesures sont appelés des "métrologues". La métrologie est la science de la précision des mesures.

### B Erreur aléatoire

Si le même objet est mesuré par un groupe de personnes (les différents élèves d'une classe), tous les résultats ne vont pas être identiques! Ces résultats seront cependant répartis autour d'une valeur moyenne. Des petites erreurs aléatoires (causées par un coup reçu par la table sur laquelle on fait la mesure par exemple ou les dilatations-contractions de la latte dues à des écarts de température) vont faire fluctuer les mesures enregistrées autour de la valeur "vraie". Faire un "grand" nombre de mesures et en faire la moyenne permet donc de s'approcher de cette valeur "vraie".

Dans ce cas, on parle d'erreur aléatoire.

### C Erreur systématique

Nos lattes et équerres sont "calibrées" pour être utilisées aux alentours de 20 °C. C'est la "température de confort" à laquelle il y a le plus de chance que nous les utilisions. Imaginons que toutes

nos mesures soient faites un jour de grande chaleur à 40 °C. Toutes les lattes et équerres seront dilatées. Si l'objet à mesurer ne subit pas de dilatation, nous allons mesurer une longueur qui sera systématiquement trop petite par rapport à la longueur vraie.

Ce type d'erreur ne va pas disparaître en faisant un grand nombre de mesure puis en prenant leur moyenne.

Ce type d'erreur est une erreur systématique.

Il s'agit là d'erreurs où la crédibilité des chercheurs est en jeu. L'annonce faite, il y a quelques années, de la découverte de neutrinos voyageant plus vite que la lumière était due à un glissement de terrain qui avait allongé un câble. Cette erreur a coûté sa place au directeur du projet!

## 2 Types d'erreurs

L'estimation de l'erreur se fait de deux manières. Comparons les ici.

### A Erreur absolue

Si la mesure de longueur citée comme exemple avait donné comme valeur moyenne pour la classe 3,421 cm (càd. 34,21 mm), on aurait noté le résultat comme  $34,2 \pm 0,5$  mm (le 0,01 mm est abandonné comme n'ayant pas de sens puisqu'une puissance de dix sous la précision maximale possible). Nous aurions aussi pu écrire  $3,42 \pm 0,05$  cm.

### B Erreur relative

Maintenant, une question : Quelle est l'erreur la plus importante, un demi-mm ou un cm ?

Réponse : ça dépend!

Il faut comparer ce qui est comparable!

Si vous comparez la longueur de dix mètres d'un rectangle peint au sol avec sa largeur de 10 cm et que vous faites l'erreur d'un centimètre sur sa longueur et d'un demi-millimètre sur sa largeur, vous faites une erreur d'un millième sur la longueur et une erreur d'un deux centièmes sur sa largeur. Proportionnellement, vous faites une erreur cinq fois plus grande sur la largeur!

Cette estimation de l'imprécision est appelée l'erreur relative et est souvent indiquée en pourcent.

Dans notre exemple, pour la longueur, on écrirait :  $10 \text{ m} \pm 0,1\%$ .

Pour la largeur cela donnerait  $10 \text{ cm} \pm 0,5\%$ .

La comparaison de la qualité des deux mesures est immédiate.

Dans la mesure de la longueur du pouce, nous obtenons  $34,2 \text{ mm} \pm 1,46\%$ .

## 3 Calcul d'erreur

### A Types de grandeurs

Lors de la résolution d'un problème en physique, on va plus loin que "juste" mesurer une ou plusieurs grandeurs. On fait des calculs avec ces grandeurs : on les additionne, soustrait, multiplie, divise entre elles après les avoir mises à des puissances diverses etc.

Comment, dès lors, estimer la précision du résultat final ? Il ne s'agit seulement de "bien faire" les opérations mathématiques pour arriver au "bon" résultat!

Ceci implique donc qu'il y ait deux types de grandeurs :

- les grandeurs directes (ou premières) qui sont le résultat d'une mesure directe,
- les grandeurs composées qui sont le résultat d'une combinaison par calcul de plusieurs grandeurs directes (Une surface comme le produit de deux longueurs par exemple) .

## B Exemple : erreur sur une surface

Si nous voulions maintenant mesurer la surface du rectangle peint au sol au point précédent pour estimer la quantité de peinture nécessaire, l'imprécision sur la mesure va nous donner une estimation de la marge de peinture supplémentaire qu'il faut prévoir pour être sûr de ne pas "tomber trop juste".

La surface va être  $(10\text{ m} \pm 0,1\%) \times (10\text{ cm} \pm 0,5\%)$ .

On constate immédiatement que notre rectangle a une surface de  $1\text{ m}^2$ .

Mais avec quelle incertitude?

La pratique est d'additionner les deux erreurs relatives : L'imprécision sur la surface est donc de 0,6% càd. ici de  $60\text{ cm}^2$ .

## C Règles de calcul d'erreur

Voici les règles élémentaires de calcul d'erreur entre deux grandeurs (" $a$ " et " $b$ ") dont les erreurs absolues (" $\Delta a$ " et " $\Delta b$ ") sont connues. Nommons  $x$  le résultat de l'opération mathématique entre  $a$  et  $b$ ,  $\Delta x$  l'erreur absolue sur cette dernière grandeur et  $\Delta x/x$  l'erreur relative correspondante.

Opération	$x$	$\Delta x$	$\Delta x/x$
addition	$a + b$	$\Delta a + \Delta b$	$(\Delta a + \Delta b)/(a + b)$
soustraction	$a - b$	$\Delta a + \Delta b$	$(\Delta a + \Delta b)/(a - b)$
multiplication	$a \times b$	$b\Delta a + a\Delta b$	$(\Delta a/a) + (\Delta b/b)$
division	$a/b$	$(b\Delta a + a\Delta b)/b^2$	$(\Delta a/a) + (\Delta b/b)$
puissance	$a^n$	$na^{n-1}\Delta a$	$n\Delta a/a$

TABLE 2.1 – Erreurs absolues et relatives de grandeurs composées.

Pour les sommes et différences,  $\Delta x$  est donc la somme des  $\Delta$  absolus. Pour les produits et quotients,  $\Delta x/x$  est donc la somme des  $\Delta$  relatifs.

## 4 La notation scientifique et les chiffres significatifs

Nous l'avons remarqué, noter une infinité de chiffres pour un résultat de mesure n'a pas de sens. Où s'arrêter? Comment noter ces résultats? Nous allons en discuter ici.

### A Les chiffres significatifs

Imaginons une mesure dont le résultat est  $0,000\,3275\text{ m}$ . Le zéro à gauche de la virgule et ceux à sa droite nous renseignent sur "l'ordre de grandeur" de la mesure (ici, l'objet mesuré est de l'ordre du dixième de millimètre).

C'est le premier chiffre différent de zéro (ici le 3) qui nous permet d'affirmer ceci. On dit que c'est le *premier* chiffre significatif. Les zéros ne sont *pas* des chiffres significatifs.

"327 et 5" sont les chiffres significatifs.

Le dernier "5" est *le* (seul et unique) chiffre incertain (mais il est *aussi* significatif). Le chiffre incertain correspond à l'incertitude sur la mesure.

## B La notation scientifique

Il est important, en science, de noter ses résultats en notation scientifique. Les intérêts de cette notation sont de permettre de comparer rapidement diverses mesures, de connaître directement leur ordre de grandeur et de savoir quelle est la précision de ces mesures.

La notation avec des puissances de dix se justifie d'autant plus si on considère, par exemple, des échelles de distance. Ainsi, la taille de notre galaxie est d'approximativement 100 000 années-lumière càd.  $9,4608 \times 10^{20}$  m. D'un autre côté, si on regarde du côté de l'infiniment petit, la taille d'un noyau est de l'ordre de  $1 \times 10^{-14}$  m. C'est plus facile (et plus clair) que d'écrire : 0,000 000 000 000 01 m

L'expression d'une quantité en notation scientifique répond aux règles suivantes :

1. On écrit le premier chiffre compris entre 1 et 9,
2. puis, éventuellement des chiffres après la virgule.  
(Le nombre *total*<sup>1</sup> de chiffres est appelé le nombre de chiffres significatifs.)
3. Cette première partie est multipliée par une puissance de dix.
  - La première partie est appelée la *mantisse*;
  - la puissance de dix dans la deuxième partie est l'exposant.

## 5 Exercices

1. Convertir dans les unités indiquées et écrire en notation scientifique :

- (a) 5,08 mm = ?  $\mu\text{m}$
- (b) 0,543 mg = ? g
- (c)  $5,098 \times 10^{-4}$  s = ?  $\mu\text{s}$
- (d) 9913 ng = ? mg
- (e) 0,58 km = ? cm
- (f)  $54 \times 10^{-20}$  Ms = ? ms
- (g)  $3656,3 \text{ cm}^3$  = ? hL
- (h)  $3,69 \text{ m}^3$  = ? L

2. Voici différentes longueurs, en *respectant cet ordre*,

- les écrire en notation scientifique,
- les convertir en mètres.
- (Attention aux chiffres significatifs!)

- (a) 107,30 km
- (b) 2741,94 cm
- (c) 0,000 000 001  $\mu\text{m}$
- (d) 0,12 km
- (e) 0,4000 mm
- (f) 3,1415 pm
- (g) 10 000 000 m
- (h) 0,000 025 4 Mm
- (i) 32,01  $\mu\text{m}$
- (j) 680 nm

---

1. càd. avant et après la virgule

(k) 1325 dm

(l) 50,03 hm

3. Pour chacune des grandeurs des exercices précédents, calculer :

(a) l'erreur absolue,

(b) l'erreur relative.

4. Effectuer les calculs suivants. À chaque fois, calculer :

• l'erreur absolue,

• l'erreur relative.

(a)  $50,03 \text{ hm} + 1325 \text{ dm}$

(b)  $50,03 \text{ hm} \times 1325 \text{ dm}$

(c)  $\frac{32,01 \mu\text{m}}{680 \text{ nm}}$

# **Deuxième partie**

## **Cinématique**



# Chapitre 3

## Positions, trajectoires et systèmes de référence

### Sommaire

---

1	Le mobile ponctuel . . . . .	<b>18</b>
2	Le temps . . . . .	<b>19</b>
	A    Date et instant . . . . .	19
	B    Durée . . . . .	20
3	Positions, trajectoires . . . . .	<b>20</b>
	A    Repos et mouvement . . . . .	20
	B    Positions . . . . .	20
	C    Trajectoires . . . . .	21
4	Les systèmes de référence . . . . .	<b>21</b>
	A    Cartésiens . . . . .	21
	B    Polaires, cylindriques et sphériques . . . . .	23
	C    Différentes coordonnées sphériques . . . . .	24
	D    Vecteurs unités . . . . .	25
	E    Degrés de liberté . . . . .	27
	F    Changement de système . . . . .	28
5	Exercices . . . . .	<b>28</b>

---

## Introduction

Nous traiterons ici de généralités. Il va s'agir de définir quelques concepts de base concernant l'étude du mouvement.

Tous les jours nous sommes en mouvement. Nous marchons, courons, nageons, sautons, grimpons, descendons, tournons... Ces mouvements si naturels, nous allons les analyser au "filtre" de la physique. Les mots de tous les jours vont prendre un sens plus précis, parfois en contradiction avec le sens courant.

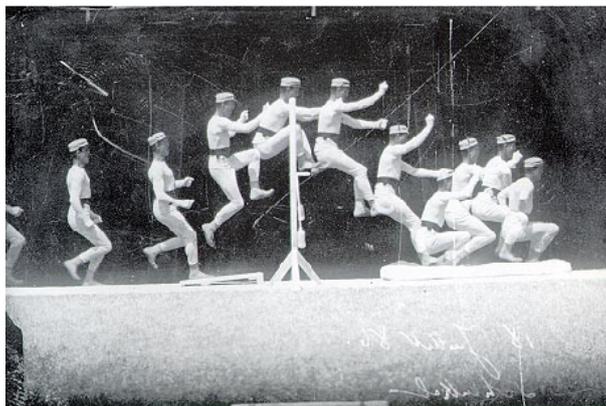


FIGURE 3.1 – Un saut.

Ces concepts sont ceux qui sont utilisés pour analyser les mouvements des sportifs, pour expliquer le comportement d'une machine, mais aussi dans les jeux vidéos. Si le graphisme des jeux vidéos n'obéit pas à ces lois, les mouvements n'ont pas l'air naturels. De nombreux physiciens travaillent d'ailleurs dans le monde de l'informatique et du jeu vidéo.

Nous allons suivre aussi une logique de simplification.

## 1 Le mobile ponctuel

La démarche de la physique consiste, entre autres, à "aller à l'essentiel" pour étudier une situation. Les physiciens vont ainsi réduire l'étude du mouvement d'un corps à l'étude du mouvement d'un point. Nous nous limiterons donc à l'étude du mouvement du centre de masse (ou de gravité) du corps considéré.

Nous appellerons ce point le mobile ponctuel. On dit aussi "le point matériel".

C'est à partir de cette idéalisation de la réalité que nous pourrons étudier des situations plus complexes. Ainsi, pour étudier le mouvement d'un cylindre roulant sur un plan incliné, nous étudierons d'abord le mouvement de son centre de masse, réduisant ainsi l'étude du mouvement à celui d'une translation parallèle à la surface du plan incliné. Pour étudier le mouvement de rotation, nous étudierons le mouvement de certains points privilégiés du cylindre mais, à nouveau, en nous limitant à certains points.

Cette démarche est utilisée pour analyser les mouvements des sportifs.



FIGURE 3.2 – Seuls les mouvements de quelques points sont analysés.

Plutôt que d'étudier tout un corps en mouvement, nous allons nous concentrer sur les mouvements des points de ce corps.



FIGURE 3.3 – Les différentes positions de quelques points.

## 2 Le temps

Les temps se mesurent en secondes.

### A Date et instant

**Définition 9** (instant). Un instant est une date. C'est un temps infiniment court.

Si on trace la droite du temps, c'est un point sur cette droite.

Nous traiterons une date comme un "point de repère", une sorte de "panneau" ou de "drapeau" "accroché" à un événement et permettant de l'identifier.

## B Durée

### Définition 10 (durée).

Une durée est la différence entre une date ultérieure et une date antérieure .

$$\Delta t = t_b - t_a \quad (3.1)$$

Où

- $\Delta t$  = la durée (s),
- $t_a$  = une première date (s),
- $t_b$  = une date postérieure à la première (s).

## 3 Positions, trajectoires

### A Repos et mouvement

Les notions de repos et de mouvement dépendent du point de vue adopté. On parle de "relativité du mouvement".

Pour nous en convaincre, imaginons une situation qui nous est peut être familière : des amis se séparent dans une station de métro. Certains (groupe Albert) restent sur le quai; d'autres (groupe Bertrand) montent dans une rame; un troisième groupe (groupe Caroline) embarque dans la rame allant en sens inverse.

La rame A démarre et pourtant les passagers du groupe B ont une sensation de nausée en croyant que c'est leur rame qui démarre.

Étudions la question de "qui est en mouvement", "qui est au repos" selon le point de vue des différents groupes.

Résumons cette situation sous forme de tableau :

mobile \ observateur	A	B	C
A	r	m	m
B	m	r	r
C	m	r	r

TABLE 3.1 – Repos et mouvement selon l'observateur.

La notion de repos ou de mouvement n'a du sens que si on précise l'observateur : la personne ou l'objet qui va servir de référence.

## B Positions

**Définition 11 (position).** La position d'un mobile est le lieu où se trouve le mobile ponctuel à un instant donné tel que définit par un observateur donné.

### Relativité

La position dépend du système de référence choisi.

Exemple : position dans la classe.

## C Trajectoires

**Définition 12** (trajectoire). Une trajectoire est l'ensemble de positions occupées par un mobile.

C'est une courbe continue.

### Relativité

La trajectoire dépend du système de référence choisi.

Exemple : bateau ou clown

## 4 Les systèmes de référence

Pour indiquer des positions, on a besoin d'un système de référence.

Un système de référence a toujours une origine. Ensuite un certain nombre de valeurs permettent de déterminer de manière *univoque* l'emplacement d'un objet dans ce système.

Le système choisi va dépendre de la situation étudiée. Il faut se poser des questions : sommes-nous à une, deux ou trois dimensions ? La situation présente elle des symétries particulières ?

### A Cartésiens

Les systèmes les plus connus sont les systèmes cartésiens<sup>1</sup> ou orthonormés.

#### a) À une dimension

La droite réelle graduée fournit un repère pour les situations se déroulant sur une seule droite.

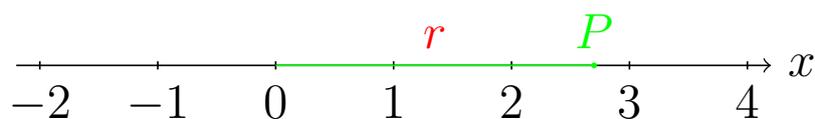


FIGURE 3.4 – Un axe à une dimension : l'emplacement du point "P" est donné par le réel "r".

1. Le terme "cartésien" vient du nom de leur inventeur, le français René Descartes.

b) À deux dimensions

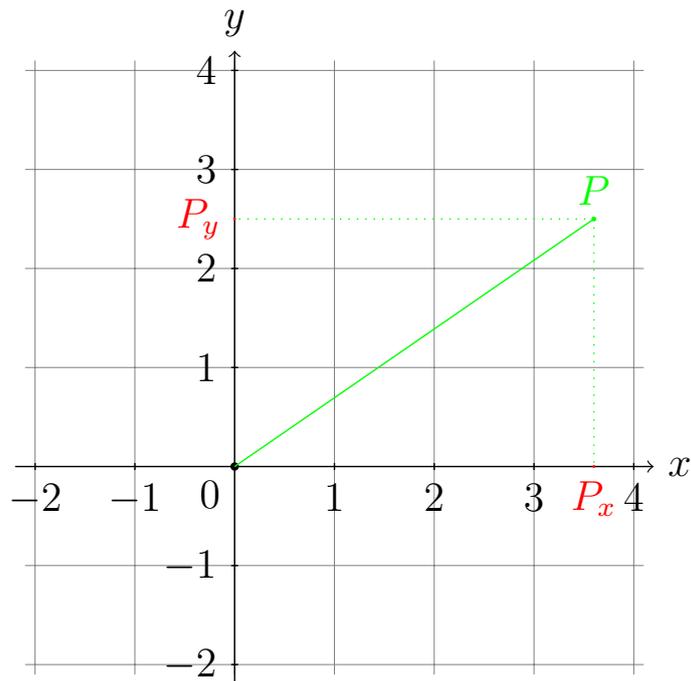


FIGURE 3.5 – Un système cartésien à deux dimensions : l'emplacement du point "P" est donné par les réels " $P_x$ " et " $P_y$ ".

c) À trois dimensions

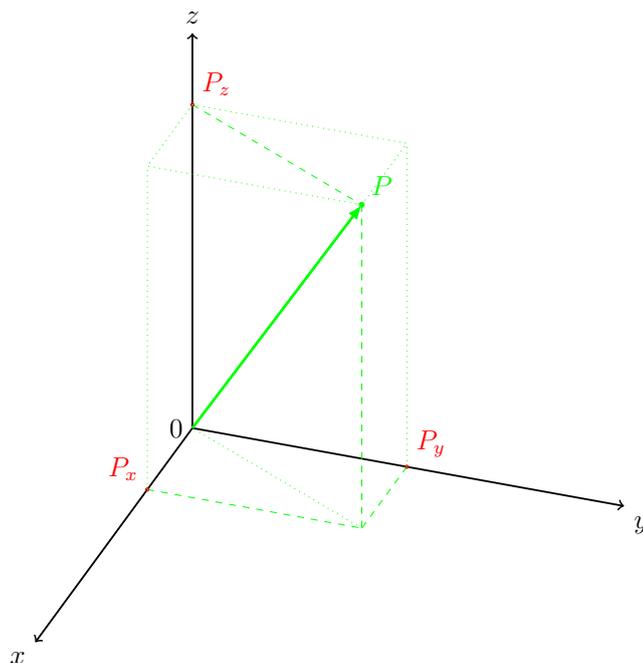


FIGURE 3.6 – Un système cartésien à trois dimensions : l'emplacement du point "P" est donné par les réels " $P_x$ ", " $P_y$ " et " $P_z$ ".

## B Polaires, cylindriques et sphériques

### a) Polaires

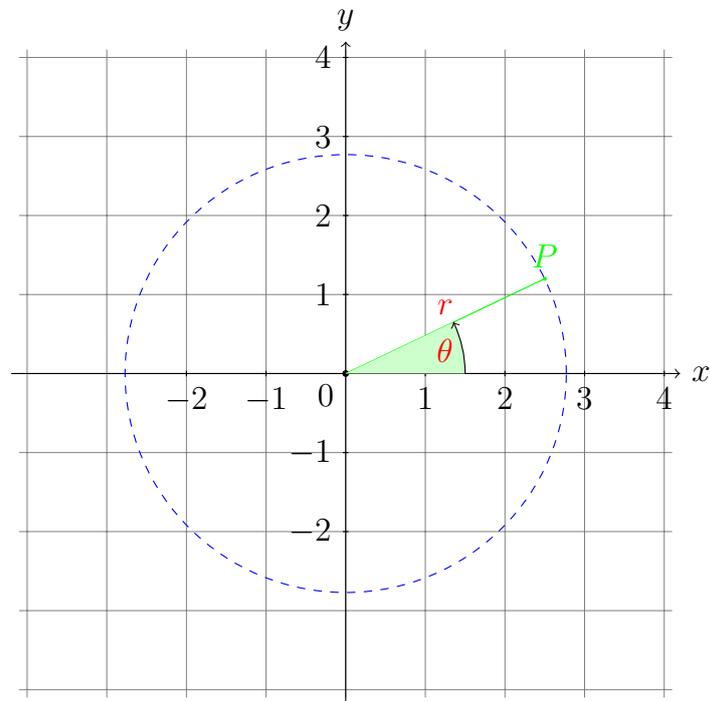


FIGURE 3.7 – Un système polaire à deux dimensions : l'emplacement du point "P" est donné par les réels " $r$ " et " $\theta$ ".

### b) Cylindriques

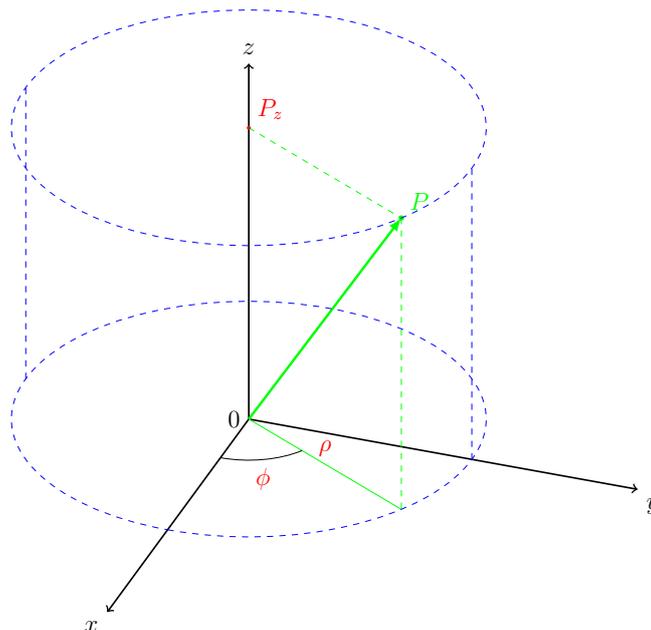


FIGURE 3.8 – Un système de référence en coordonnées cylindriques : l'emplacement du point "P" est donné par les réels " $\rho$ ", " $P_z$ " et " $\Phi$ ".

## c) Sphériques

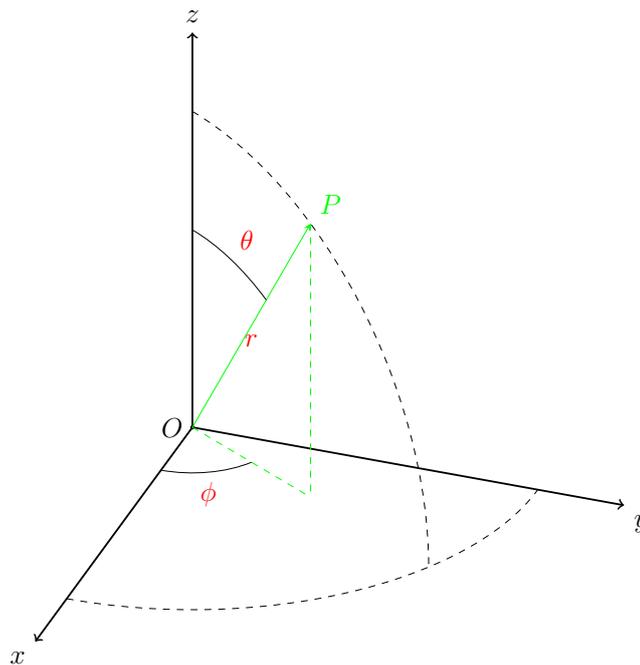


FIGURE 3.9 – Un système de référence en coordonnées sphériques : l'emplacement du point "P" est donné par les réels " $r$ ", " $\Phi$ " et " $\theta$ ".

## C Différentes coordonnées sphériques

Pour des questions de cohérence interne dans chacune de leur branche, les physiciens, mathématiciens et géographes n'emploient pas exactement les mêmes systèmes de coordonnées sphériques.

### a) Physiciens

Les conventions des physiciens sont celles utilisées pour la figure 3.9 p. 24.  
La distance " $r$ " entre l'origine et le point "P" est souvent notée " $\rho$ ".

### b) Mathématiciens

Dans la convention des mathématiciens, les angles " $\theta$ " et " $\Phi$ " sont inversés par rapport aux conventions des physiciens.

### c) Géographes

Dans la convention des géographes, l'angle entre la demi-droite reliant l'origine au point "P" et l'axe vertical est remplacé par l'angle entre la demi-droite reliant l'origine au point "P" et le plan "xy". Cet angle vaut donc  $0^\circ$  à l'équateur et respectivement  $90^\circ$  et  $-90^\circ$  aux pôles. C'est la latitude.

### d) Astronomes

Les astronomes emploient deux systèmes de coordonnées sphériques obéissant aux mêmes conventions que les géographes.

- Le premier système est appelé "alt-azimutal" et repère les astres du point de vue local de l'observateur.

- l'autre système est appelé "dec-ra" pour déclinaison et ascension droite ("right ascension" en anglais).

Ce dernier système est préféré par les astronomes car il définit la position des astres de manière plus "globale" par rapport à une sphère d'étoiles fixes. L'axe "z" est parallèle à l'axe de rotation de la Terre et pointe vers le nord. Dans le plan "xy", l'angle de référence est mesuré à partir du "point vernal".

## D Vecteurs unités

Lorsqu'on utilise une base dans un système de référence quel qu'il soit, il est souvent nécessaire de décomposer le vecteur " $\overrightarrow{OP}$ " issu de l'origine et allant au point "P". Les composantes vont être des multiples de vecteurs unités caractéristiques de la base choisie.

### a) Cartésiens

Dans les repères cartésiens, nous choisirons de noter ces vecteurs unités : " $\vec{i}_x$ ,  $\vec{i}_y$  et  $\vec{i}_z$ ".

Le vecteur  $\overrightarrow{OP}$  va donc être décomposé en trois vecteurs :  $\overrightarrow{OP_x}$ ,  $\overrightarrow{OP_y}$  et  $\overrightarrow{OP_z}$ .

Si nous considérons que chacun de ces vecteurs est un multiple des vecteurs unités correspondant, nous pourrions donc écrire :

**Propriété 1** (Décomposition en vecteurs unités).

$$\overrightarrow{OP} = P_x \vec{i}_x + P_y \vec{i}_y + P_z \vec{i}_z \quad (3.2)$$

On dit que le vecteur  $\overrightarrow{OP}$  est une combinaison linéaire des vecteurs  $\vec{i}_x$ ,  $\vec{i}_y$  et  $\vec{i}_z$ .

D'autres conventions existent pour représenter ces vecteurs unités : " $\vec{e}_1$ ,  $\vec{e}_2$  et  $\vec{e}_3$ " ou encore " $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$ ". Elles sont équivalentes.

### b) $\vec{i}_r$ , $\vec{i}_\theta$

Nous étudierons des mouvements circulaires où la base choisie correspondra à un système de coordonnées polaires.

Là aussi des vecteurs unités seront utiles : un vecteur unité  $\vec{i}_r$  selon le rayon "r" et un vecteur unité  $\vec{i}_\theta$  perpendiculaire au rayon et donc tangent à la circonférence.

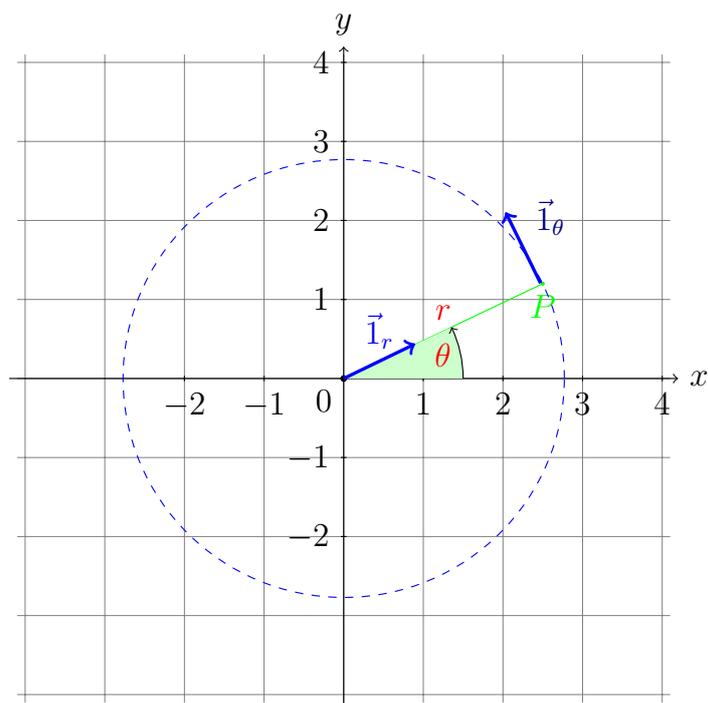


FIGURE 3.10 – Vecteurs unités dans système de référence en coordonnées polaires.

Ces vecteurs peuvent être ramenés à l'origine.

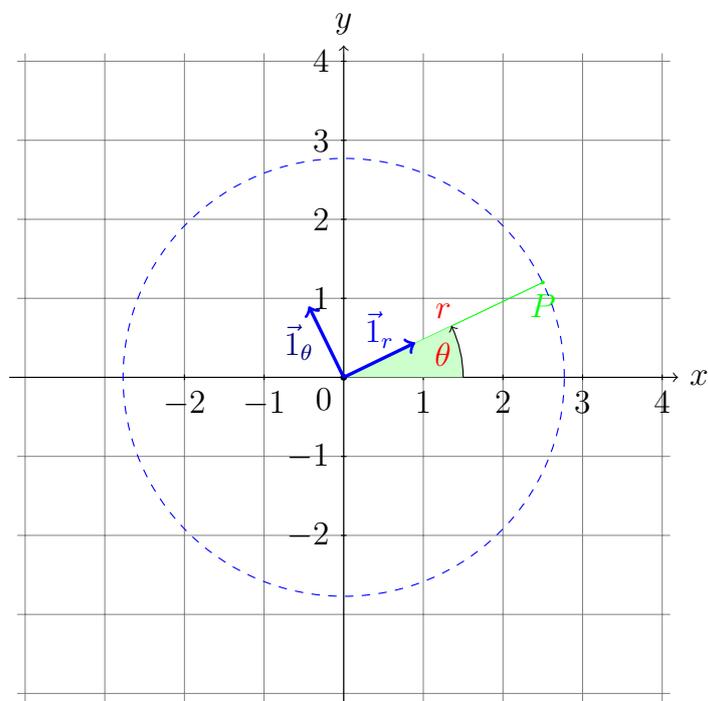


FIGURE 3.11 – Vecteurs unités ramenés à l'origine dans système de référence en coordonnées polaires.

Il peuvent aussi être placés au point "P".

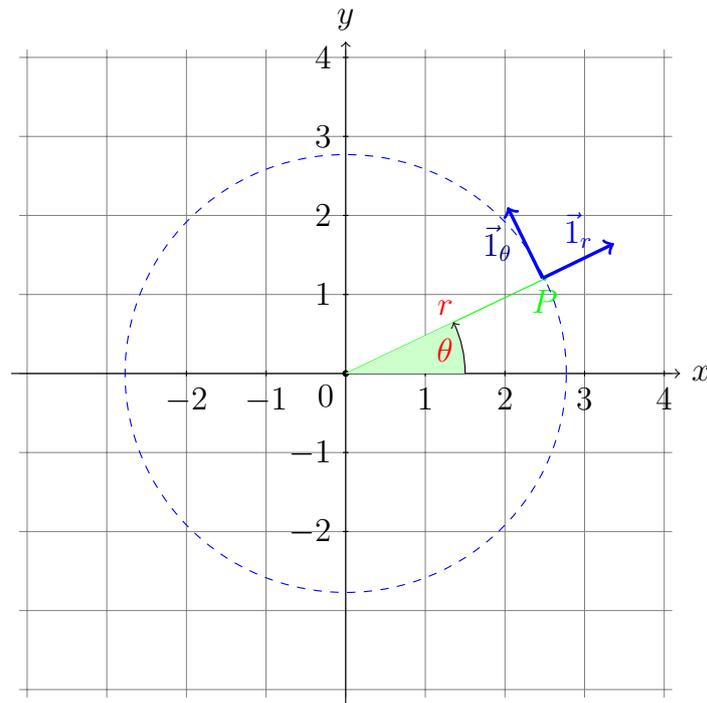


FIGURE 3.12 – Vecteurs unités au point P dans système de référence en coordonnées polaires.

## E Degrés de liberté

Les degrés de liberté appartiennent à une classe d'objet qu'on appelle des coordonnées généralisées.

Imaginons une coccinelle marchant régulièrement le long d'un ressort. Certes le mouvement est dans l'espace mais pourtant on n'a pas besoin de trois paramètres pour préciser l'emplacement de l'insecte, un seul suffit. Ainsi, trois équations avec un seul paramètre (par exemple, le temps ou la "longueur" de ressort parcourue) définiront la position du coléoptère.

La "hauteur" de la coccinelle le long du ressort donnera aussi la position de la coccinelle en "x" et en "y".

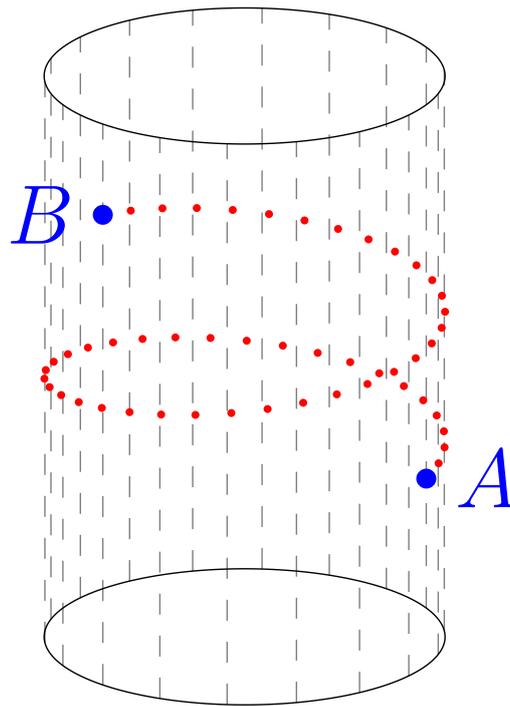


FIGURE 3.13 – Le mouvement d’une coccinelle sur un ressort.

Dans ce type de mouvement, on parle de degré de liberté. Dans l’exemple de la coccinelle, bien que nous soyons à trois dimensions, un seul paramètre suffit pour déterminer la position : nous dirons que le mouvement est à *un* degré de liberté.

La longueur parcourue le long du ressort depuis une origine est une *coordonnée curviligne*.

## F Changement de système

Il est parfois important de connaître les coordonnées d’un point dans plusieurs systèmes (un cartésien et un polaire par exemple). Des techniques existent pour passer de l’un à l’autre.

### a) Jacobien

Le changement de coordonnées pour passer d’un système à l’autre se fait via des matrices. Une matrice qui permet de traiter ce changement est appelée un *jacobien*.

## 5 Exercices

# Chapitre 4

## Déplacements et vitesses

### Sommaire

---

1	Vecteurs positions et déplacements . . . . .	<b>30</b>
	A Vecteur position . . . . .	30
	B Vecteur déplacement . . . . .	30
2	Vitesses . . . . .	<b>32</b>
	A Histoire du concept de vitesse . . . . .	32
	B Le vecteur vitesse moyenne . . . . .	33
	C Vecteur vitesse instantanée . . . . .	35
3	Exercices . . . . .	<b>38</b>
	A Vitesses moyennes . . . . .	38
	B Déplacements et vitesses . . . . .	38

---

## Introduction

Nous allons ici formaliser une série de notions. Ainsi, les positions vont être renseignées par des vecteurs. La définition de vitesse va sembler devenir presque contre-intuitive pour pouvoir se préciser. Le concept de déplacement va établir le lien entre ces nouvelles définitions. Nous réaliserons ainsi une première approche du calcul différentiel en physique.

## 1 Vecteurs positions et déplacements

### A Vecteur position

Nous savons qu'il y a correspondance entre les coordonnées d'un point et les composantes d'un vecteur issu de l'origine et se terminant en ce point.

#### a) Définition

Désormais nous utiliserons le vecteur position pour définir l'emplacement d'un mobile.

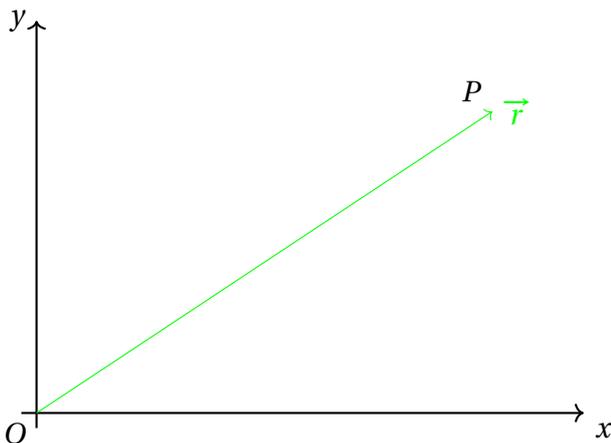


FIGURE 4.1 – Le vecteur position.

**Définition 13** (vecteur position). Le vecteur position  $\vec{r}$  est la grandeur vectorielle  $\overrightarrow{OP}$  caractérisant la position du mobile M par rapport à l'origine du système de référence.

Le vecteur position  $\vec{r}$  a toutes les caractéristiques d'un vecteur (direction, sens, norme). Mais c'est une grandeur vectorielle. Ceci signifie qu'il est susceptible d'avoir des unités.

La norme (notée " $r$ ") du vecteur position  $\vec{r}$  se mesure en mètre (m) .

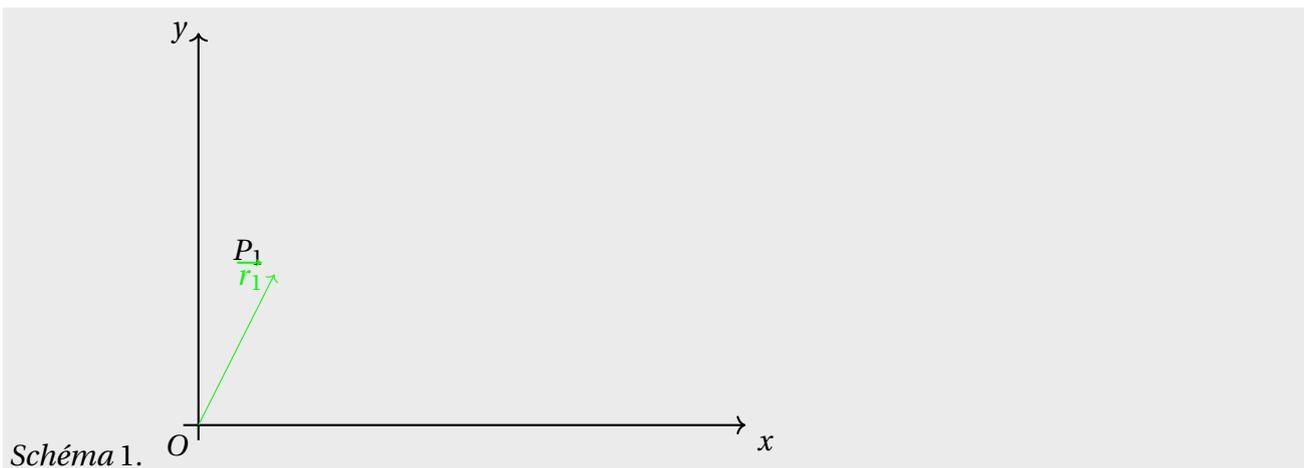
#### b) Relativité

Il est bien clair que le choix d'un autre repère avec une autre origine va changer le vecteur position "repérant" le mobile M.

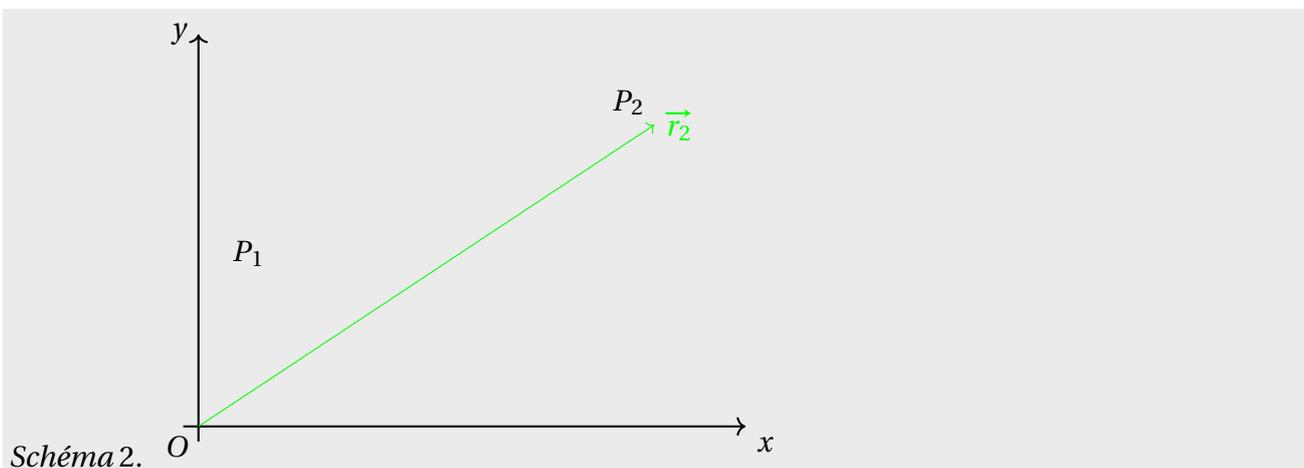
### B Vecteur déplacement

#### a) Justification

Observons deux positions consécutives d'un mobile.



Le vecteur position du mobile M est donc :  $\vec{r}_1 = \overrightarrow{OP_1}$



Le vecteur position du mobile M est devenu :  $\vec{r}_2 = \overrightarrow{OP_2}$

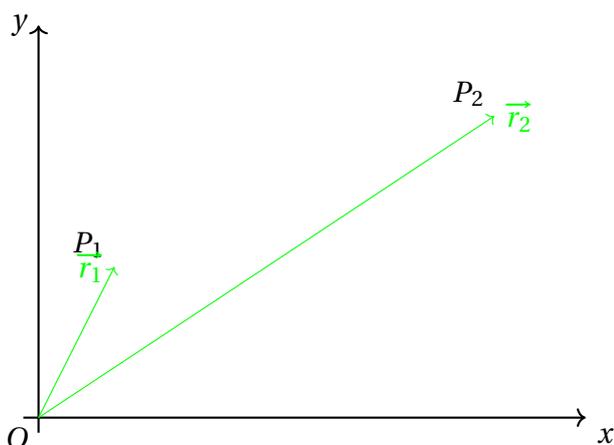
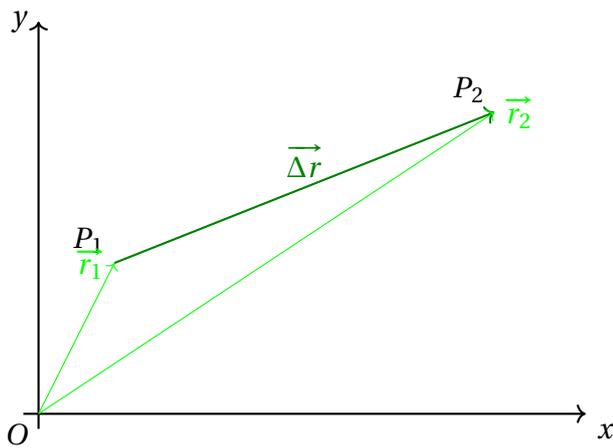


FIGURE 4.2 – Le vecteur position en  $t_1$  et  $t_2$ .

Le vecteur position du mobile M est passé de  $\vec{r}_1 = \overrightarrow{OP_1}$  à  $\vec{r}_2 = \overrightarrow{OP_2}$

FIGURE 4.3 – Le vecteur déplacement entre  $t_1$  et  $t_2$ .

Donc, si le déplacement se fait de  $P_1$  à  $P_2$ , nous pouvons écrire que le vecteur déplacement est égal à  $\overrightarrow{P_1P_2}$ .

Réécrivons maintenant ce déplacement en terme de  $\vec{r}_1$  et de  $\vec{r}_2$  :

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{P_1O} + \overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

### b) Définition

Si nous décidons de noter la différence  $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$  comme  $\vec{\Delta r}$ , la définition suivante vient naturellement :

**Définition 14** (vecteur déplacement). Le vecteur déplacement  $\vec{\Delta r}$  est la grandeur vectorielle  $\overrightarrow{P_1P_2}$  caractérisant la variation de position du mobile M de  $P_1$  vers  $P_2$ .

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_b - \vec{r}_a \quad (4.1)$$

Où

- $\vec{\Delta r}$  = le vecteur déplacement (Unité SI : m),
- $\vec{r}_a$  = la position antérieure (m),
- $\vec{r}_b$  = la position ultérieure (m).

*Remarque 2* (positions de départ et d'arrivée). La position  $\vec{r}_a$  est souvent appelée la "position de départ" ou "position initiale". Ce n'est pas nécessairement le cas. Il s'agit de la position où "on commence à regarder" pour l'étude du cas considéré.

De même, la position  $\vec{r}_b$  est souvent appelée la position "finale" ou "d'arrivée".

### c) Relativité

Ici, par contre, le choix d'un autre repère avec une autre origine, pour autant que cette dernière soit immobile par rapport à la première, ne va pas changer le vecteur déplacement du mobile M.

## 2 Vitesses

### A Histoire du concept de vitesse

C'est au jésuite Pierre Varignon (1654 - 1722) que nous devons l'invention du concept "moderne" de vitesse. Avant lui, on comparait entre eux des rapports de grandeurs différentes mais on ne faisait jamais de rapport de grandeurs n'ayant pas les mêmes unités.

Ainsi Galilée compare des rapports de distances parcourues et des temps nécessaires pour les parcourir :  $\frac{d_1}{d_2} = \frac{t_1}{t_2}$ . Mais il ne compare pas les vitesses au sens moderne :  $\frac{d_1}{t_1} = \frac{d_2}{t_2}$

## B Le vecteur vitesse moyenne

### a) Définition

**Définition 15** (vecteur vitesse moyenne). Le vecteur vitesse moyenne  $\overrightarrow{v_{moy}}$  d'un mobile est le rapport entre le vecteur déplacement  $\overrightarrow{\Delta r}$  et la durée  $\Delta t$  nécessaire pour accomplir ce déplacement.

$$\overrightarrow{v_{moy}} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \quad (4.2)$$

où

- $\overrightarrow{v_{moy}}$  est le vecteur vitesse moyenne (Unité SI :  $\text{m s}^{-1}$ );
- $\overrightarrow{\Delta r}$  est le vecteur déplacement (Unité SI : m);
- $\Delta t = t_f - t_i$  est la durée nécessaire pour effectuer le déplacement (Unité SI : s);
- $t_f$  et  $t_i$  sont les dates, respectivement finale et initiale, du déplacement considéré (Unité SI : s).

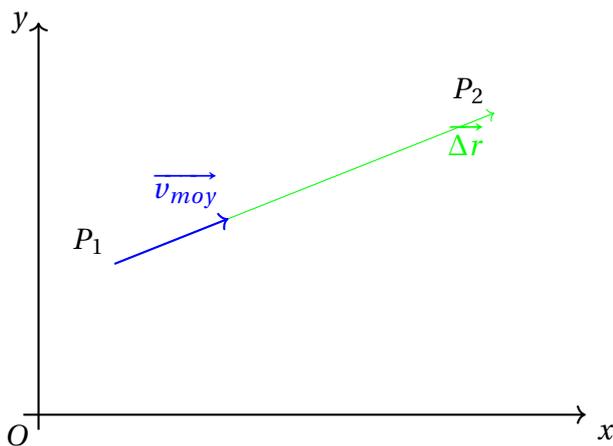


FIGURE 4.4 – Le vecteur vitesse moyenne et le vecteur déplacement.

Le vecteur vitesse moyenne est :

- de même direction que le vecteur déplacement,
- de même sens que le vecteur déplacement,
- de norme égale à  $v_{moy} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ <sup>1</sup>

Justifions ce point :

Les propriétés des vecteurs nous apprennent que :  $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow AB // CD$

Et comme,  $\overrightarrow{v_{moy}} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \overrightarrow{\Delta r}$  avec  $\Delta t \in \mathbb{R}$ . alors  $\overrightarrow{v_{moy}} // \overrightarrow{\Delta r}$

De même, si  $k > 0$  les deux vecteurs sont de même sens. Ici  $\Delta t > 0$  et donc  $\overrightarrow{v_{moy}}$  et  $\overrightarrow{\Delta r}$  sont de même sens.

### b) Du $\text{km h}^{-1}$ au $\text{m s}^{-1}$

En physique, il faut toujours, sauf dans des cas triviaux, utiliser les vitesses en  $\text{m s}^{-1}$ . Dans la vie courante, cependant, les vitesses sont souvent renseignées en  $\text{km h}^{-1}$ .

1. Par convention, lorsque nous faisons référence à un vecteur sans mettre de "flèche", c'est que nous ne considérons que sa norme.

Il est facile de passer d'une unité à l'autre si on se souvient que :

- 1 km = 1000 m ,
- 1 h = 3600 s.

Il en découle que :

**Propriété 2** (Du  $\text{km h}^{-1}$  au  $\text{m s}^{-1}$ ).

$$1 \text{ km h}^{-1} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m s}^{-1} \quad (4.3)$$

(i) **Exemple** Une vitesse de  $72 \text{ km h}^{-1} = \frac{72}{3,6} \text{ m s}^{-1} = 20 \text{ m s}^{-1}$  .

### c) Ordres de grandeur

vitesse mobile	$\text{m s}^{-1}$	$\approx \text{km h}^{-1}$
Escargot	0,001	0,004
Marche (homme)	1	4
Course (100 m)	10	40
Guépard	30	120
TGV	100	360
Avion (ligne)	220	800
Son (air sec à 20 °C)	340	1020
Avion (supersonique)	400	1400

TABLE 4.1 – Vitesses de différents mobiles.

### d) La vitesse moyenne n'est pas la moyenne des vitesses

Remarquons de suite, qu'en général, la vitesse moyenne n'est pas la moyenne des vitesses.

(i) **Exemple** Prenons un cas extrême, effectuons un tour complet sur un circuit de grand prix à une vitesse constante de  $200 \text{ km h}^{-1}$ .

Le vecteur déplacement est *nul*!

Selon notre définition, la vitesse moyenne est donc elle aussi nulle!

### e) Limitations de la vitesse moyenne

La vitesse moyenne telle que nous venons de la définir permet de répondre à certaines questions mais connaît aussi des limitations. Faisons une rapide revue de celles-ci.

(i) **Vitesses variables en grandeur** Imaginons, pour simplifier les choses, un mouvement rectiligne. qui nous dit que ce mouvement se fait à vitesse constante? On eût très bien pu se faire "flasher" sur l'autoroute à plus de 120 km/h alors que notre vitesse moyenne était de 90 km/h!

(ii) **Vitesses variables en sens** Qui nous dit que ces vitesses sont toutes de même sens? Même sur un mouvement rectiligne, nous pouvons faire des allers-retours!

(iii) **Vitesses variables en direction** Imaginons maintenant un mouvement dans l'espace. Le vecteur vitesse moyenne pointe dans une direction qui n'est pas nécessairement la direction du mouvement au départ.

(iv) **Cas général** Nous pouvons même imaginer une combinaison de toutes ces situations.

(v) **Conclusion** Il est donc clair que la vitesse moyenne n'est pas adaptée pour caractériser la vitesse du mobile dans toutes les situations possibles à tout instant.

## C Vecteur vitesse instantanée

Pour répondre aux problèmes soulevés au point précédent, nous allons étudier la vitesse à chaque instant<sup>2</sup> du parcours. Nous étudierons donc la vitesse instantanée!

### a) Une solution aux limitations de la vitesse moyenne

Construisons la trajectoire d'un mobile M dans le plan  $xy$  et considérons un point de départ P et un point d'arrivée Q. Considérons aussi quelques points intermédiaires sur cette trajectoire et nommons les de  $P_1$  (=P) à  $P_5$  (=Q). Traçons le vecteur déplacement entre ces points puis le vecteur vitesse moyenne associé :  $\overrightarrow{v_{1;5}}$  ou vecteur vitesse entre  $P_1$  et  $P_5$ .

Comme précédemment, le vecteur vitesse moyenne  $\overrightarrow{v_{1;5}}$  ne pointe pas dans la direction de la trajectoire ce qui n'est pas satisfaisant.

Prenons une durée  $\Delta t$  un peu plus courte et étudions le mouvement entre  $P_1$  et  $P_4$ . Il y a une légère amélioration :  $\overrightarrow{v_{1;4}}$  se "rapproche" de la trajectoire.

Considérons donc une durée  $\Delta t$  encore un peu plus courte et étudions le mouvement entre  $P_1$  et  $P_3$ . Il y a une amélioration de  $\overrightarrow{v_{1;3}}$  mais ce n'est pas encore idéal.

Finalement, si nous prenons le point  $P_2$  comme point d'arrivée, le vecteur vitesse  $\overrightarrow{v_{1;2}}$  "va" dans la direction du mouvement.

*Remarque 3* (vitesses moyennes plus ou moins constantes). La longueur des différentes vitesses reste à peu près constante. En effet, si nous ne sommes pas dans un cas "trop exotique" où la vitesse "au compteur" ne varie pas trop, et nous supposons que c'est le cas ici, chaque fois que  $\Delta t$  diminue, la longueur du déplacement diminue en même proportion. Et donc  $\frac{v_{1;5}}{\Delta t_{1;5}} \simeq \frac{v_{1;4}}{\Delta t_{1;4}} \simeq \dots \simeq \frac{v_{1;2}}{\Delta t_{1;2}} = cste$ .

2. et donc, aussi, en chaque point du parcours

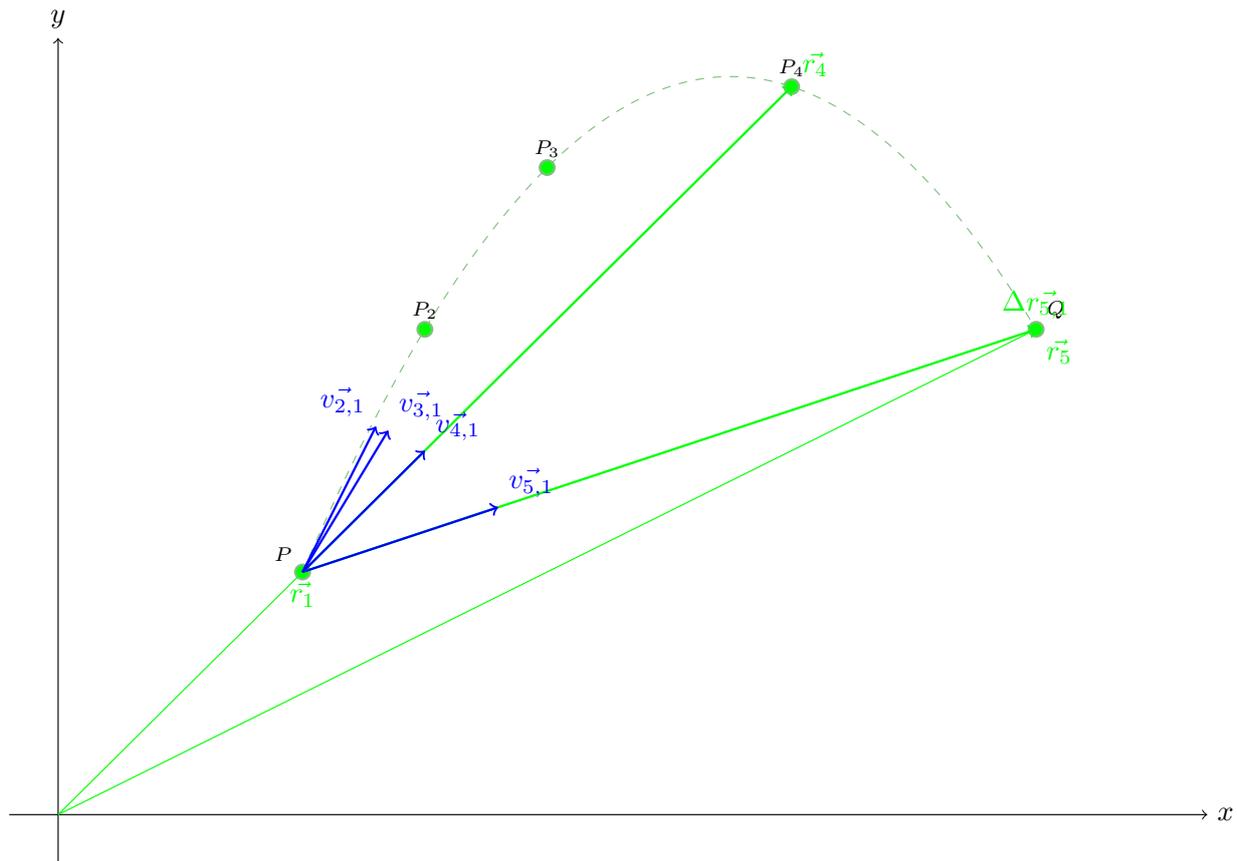


FIGURE 4.5 – De la vitesse moyenne à la vitesse instantanée.

Nous dirons que :

- Le point  $P_2$  tend vers  $P_1$  ;
- la date  $t_2$  tend vers  $t_1$  ;
- le vecteur vitesse moyenne tend vers le vecteur vitesse instantanée.

(i) **Tangente** Il est aussi évident que le vecteur vitesse instantanée au point P est tangent à la trajectoire.

C'est une propriété importante que nous exploiterons par la suite.

### b) Définition

Le point précédent suggère donc de prendre la vitesse instantanée comme limite de la vitesse moyenne.

**Définition 16** (vecteur vitesse instantanée). Le vecteur vitesse instantanée  $\overrightarrow{v_{inst}}(t)$  d'un mobile à un instant  $t$  est le rapport entre le vecteur déplacement  $\overrightarrow{\Delta r}$  (à partir de la position de départ c.à.d. au temps  $t$ ) et la durée  $\Delta t$  nécessaire pour accomplir ce déplacement, avec un  $\Delta t$  très petit.

$$\overrightarrow{v_{inst}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \quad (4.4)$$

où

- $\overrightarrow{v_{inst}}$  est le vecteur vitesse instantanée (Unité SI :  $\text{m s}^{-1}$ ) ;
- $\Delta r$  est le vecteur déplacement (Unité SI : m) ;
- $\Delta t$  est la durée tendant vers zéro (Unité SI : s).

**c) En pratique : "Delta t" petit! Mais petit comment?**

En pratique,  $\Delta t$  est aussi petit que le contexte le précise : si on étudie le mouvement d'une balle de fusil, un  $\Delta t$  d'un millième de seconde sera peut-être nécessaire; si nous étudions le mouvement d'un escargot, un  $\Delta t$  d'une dizaine de secondes est sans doute suffisant.

**(i) Chronophotographie** Une des techniques que nous utiliserons pour étudier le mouvement sera celle de la "chronophotographie".

Ces techniques consistent à éclairer un objet ou une scène avec un stroboscope. Les flash du stroboscope sont réguliers : la durée entre chaque flash est notre  $\Delta t$  (typiquement 1/30s). Un appareil photographique est placé face à l'objet, en parallèle avec le stroboscope. L'appareil photographique est ouvert "en pose" pendant toute la durée du mouvement. Les différentes positions de l'objet apparaissent donc sur une photographie. Une règle graduée est placée à la même distance de l'appareil photographique que l'objet.

En faisant quelques simples règles de trois pour faire des calculs d'échelle, on peut analyser numériquement le mouvement.

Souvent, on photographie ainsi un objet clair sur un fond sombre.

**(ii) Exercices** En supposant que notre athlète fait deux mètres de haut, déterminez les déplacements et les vitesses instantanées des figures du cours :

1. fig. 3.1 p. 18
2. fig. 3.3 p. 19

**d) Propriétés du point de vue de la physique mathématique**

Nous savons bien sûr qu'une limite comme celle de la définition 4.4 est une dérivée. Réécrivons la définition (et pour simplifier l'écriture, sans les vecteurs) dans ce sens :

$$v_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} \quad (4.5)$$

La vitesse instantanée est la dérivée de la position par rapport au temps. Inversement, nous pouvons réécrire l'équation 4.5 comme suit :

$$dr = v_{inst} \cdot dt \quad (4.6)$$

Et si nous intégrons sur un déplacement d'une position initiale  $r_i$  occupée à une date  $t_i$  vers une position finale  $r_f$  occupée à une date  $t_f$ , nous obtenons :

$$\Delta r = \int_{r_i}^{r_f} dr = \int_{t_i}^{t_f} v_{inst} dt \quad (4.7)$$

Le déplacement d'un mobile entre deux positions est égal à l'intégrale de la vitesse de ce mobile sur la durée du déplacement.

Nous reviendrons sur cette propriété.

Notons également que cette propriété est valable en notation vectorielle :

$$\vec{\Delta r} = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} d\vec{r} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{v}_{inst} dt \quad (4.8)$$

### 3 Exercices

#### A Vitesses moyennes

1. Un marcheur progresse à la vitesse constante de  $1,08 \text{ m s}^{-1}$  durant 2 minutes et 40 secondes. Quelle distance a-t'il parcouru ?
2. La distance par autoroute entre Liège et Mons est de 119 km.
  - (a) Déterminez la vitesse moyenne  $\text{km h}^{-1}$  d'un véhicule qui part de Mons à 15h30 et arrive à Liège à 16h45.
  - (b) Convertissez cette vitesse en  $\text{m s}^{-1}$ .
3. Si un mobile parcourt 1 km à la vitesse de  $90 \text{ km h}^{-1}$  puis 1 km à la vitesse de  $180 \text{ km h}^{-1}$ . Quelle aura été sa vitesse moyenne sur ces 2 km ?
4. Un touriste avance à la vitesse constante de  $1,25 \text{ m s}^{-1}$  durant 12 minutes. Il s'arrête alors pendant 3 minutes. Il repart et couvre 630 m à la vitesse de  $1,05 \text{ m s}^{-1}$ . Quelle est sa vitesse moyenne pour l'ensemble du trajet ?

#### B Déplacements et vitesses

1. À partir de la chronophotographie ci-dessous et en supposant que l'athlète fait 2 m de haut et que  $\frac{1}{30}$  de seconde sépare chaque cliché du sportif :
  - (a) déterminez la vitesse moyenne de son mouvement ;
  - (b) tracez et calculez la grandeur des vecteurs déplacements de la pointe de son pied entre l'instant où le pied se soulève du sol et l'instant où il se repose au sol ;
  - (c) calculez la grandeur des vecteurs vitesses correspondants.

# Chapitre 5

## Mouvements rectilignes

### Sommaire

---

1	Définition . . . . .	40
	A    L'axe OX : mouvements et réels . . . . .	40
2	Simplification des notations . . . . .	40
	A    Le vecteur déplacement . . . . .	40
	B    Les vecteurs vitesses . . . . .	40
	C    Définitions (ou de l'art de faire du neuf avec du vieux) . . . . .	41
3	Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses . . . . .	41
	A    Graphiques déplacement et vitesse . . . . .	41
	B    Vitesses négatives . . . . .	42
4	Étude d'un mouvement rectiligne : différents types de mouvements rectilignes . . . . .	42
	A    MRU . . . . .	43
	B    Repos . . . . .	43
	C    MRUV . . . . .	43
5	Exercices . . . . .	43

---

## Introduction

Nous nous intéresserons ici aux mouvements rectilignes en toute généralité.

### 1 Définition

**Définition 17** (mouvement rectiligne). Un mouvement est dit rectiligne si tous les déplacements se font dans une seule direction.

Et donc, comme la trajectoire est une courbe continue, tout mouvement rectiligne a lieu sur une seule droite.

Tout vecteur déplacement aura la même direction que celle du mouvement et le sens de tout vecteur déplacement sera aussi celui du mouvement.

#### A L'axe OX : mouvements et réels

Tous les mouvements rectilignes sont à une dimension.

Tous les mouvements rectilignes ayant lieu sur une droite, le choix d'un système de référence s'impose naturellement : la droite sera la droite des réels et aussi l'axe (par ex. :OX) du système de référence.

## 2 Simplification des notations

#### A Le vecteur déplacement

Étudions le vecteur déplacement à une dimension :

$$\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{\Delta r_x} = \Delta r_x \overrightarrow{1_x}$$

En effet, seule la composante du vecteur parallèle à l'axe OX existe.

Ceci suggère des simplifications supplémentaires :

$$\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{\Delta r_x} = \Delta r_x = \Delta r$$

En effet, la seule composante du vecteur étant en  $x$ , donner la norme du vecteur (avec son signe) suffit pour donner toute l'information nécessaire pour déterminer le vecteur.

#### B Les vecteurs vitesses

Étudions les vecteurs vitesses à une dimension, sans nous préoccuper pour l'instant de savoir s'il s'agit de vitesse moyenne ou instantanée.

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v_x}$$

Ici aussi, seule la composante du vecteur parallèle à l'axe OX existe puisque nous savons que les vecteurs vitesses sont parallèles aux vecteurs déplacements et que TOUS les vecteurs déplacements dans le cas qui nous occupe sont parallèles à l'axe!

Ceci suggère des simplifications supplémentaires :

$$\overrightarrow{v_x} = v_x = v$$

## C Définitions (ou de l'art de faire du neuf avec du vieux)

Et nous pourrons dès lors écrire :

**Définition 18** (déplacement rectiligne). Dans le cas d'un mouvement rectiligne, le déplacement  $\Delta r$  est la grandeur  $r_f - r_i$  caractérisant la variation de position du mobile M de  $P_i$  vers  $P_f$ .

**Définition 19** (vitesse rectiligne). Dans le cas d'un mouvement rectiligne, la vitesse est le rapport entre le déplacement et la durée nécessaire pour l'accomplir.

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (5.1)$$

où

- $v$  est la vitesse (Unité SI :  $\text{m s}^{-1}$ );
- $\Delta r$  est le déplacement (Unité SI : m);
- $\Delta t = t_f - t_i$  est la durée nécessaire pour effectuer le déplacement (Unité SI : s);
- $t_f$  et  $t_i$  sont les dates, respectivement finale et initiale, du déplacement considéré (Unité SI : s).

Nous ne précisons volontairement pas s'il s'agit d'une vitesse moyenne ou instantanée!

## 3 Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses

Utilisons encore un peu les vecteurs.

### A Graphiques déplacement et vitesse

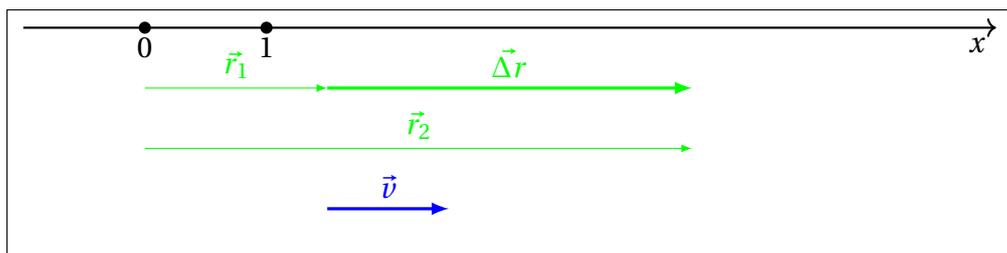


FIGURE 5.1 – Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses :  $r_1 \& r_2 \geq 0, r_2 > r_1 \Rightarrow v > 0$ .

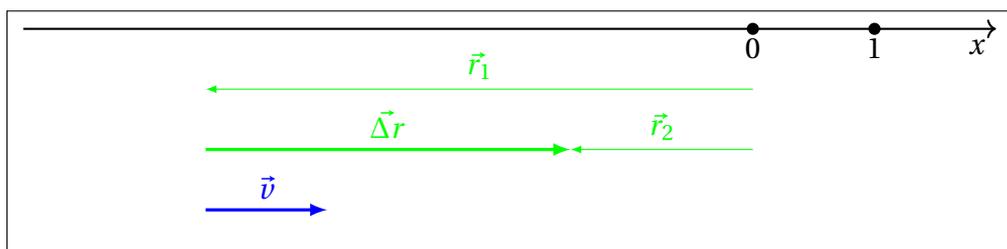
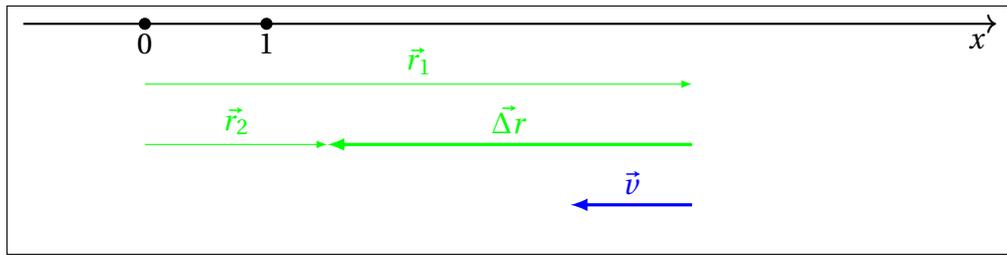
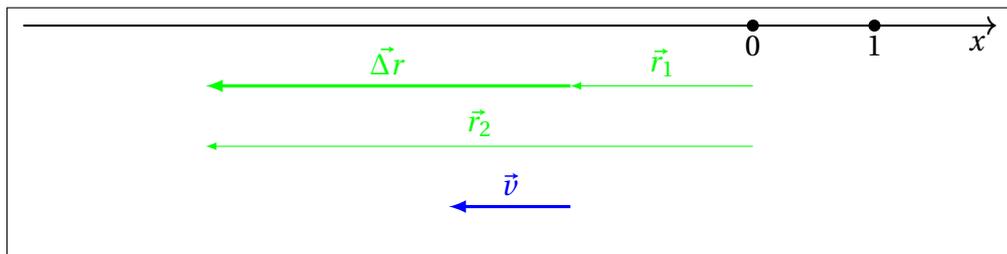


FIGURE 5.2 – Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses :  $r_1 \& r_2 \leq 0, r_2 > r_1 \Rightarrow v > 0$ .

FIGURE 5.3 – Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses :  $r_1 \& r_2 \geq 0, r_2 < r_1 \Rightarrow v < 0$ .FIGURE 5.4 – Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses :  $r_1 \& r_2 \leq 0, r_2 < r_1 \Rightarrow v < 0$ .

Si le mouvement est dans le sens de l'axe, le déplacement est positif. QUELLES QUE SOIENT les positions de départ et d'arrivée.

Si le mouvement est dans le sens contraire de l'axe, le déplacement est négatif. QUELLES QUE SOIENT les positions de départ et d'arrivée.

Les vitesses obéiront aux mêmes règles.

## B Vitesses négatives

La définition vectorielle de la vitesse fait apparaître ici des vitesses négatives. Il peut sembler absurde à certains d'avoir des vitesses négatives.

**Propriété 3** (Signe et sens de la vitesse). *Le signe de la vitesse nous donne son sens sur l'axe choisi!*

## 4 Étude d'un mouvement rectiligne : différents types de mouvements rectilignes

Étudions le mouvement rectiligne d'un mobile et réalisons un graphique de sa position en fonction du temps.



FIGURE 5.5 – Un objet important en mouvement.

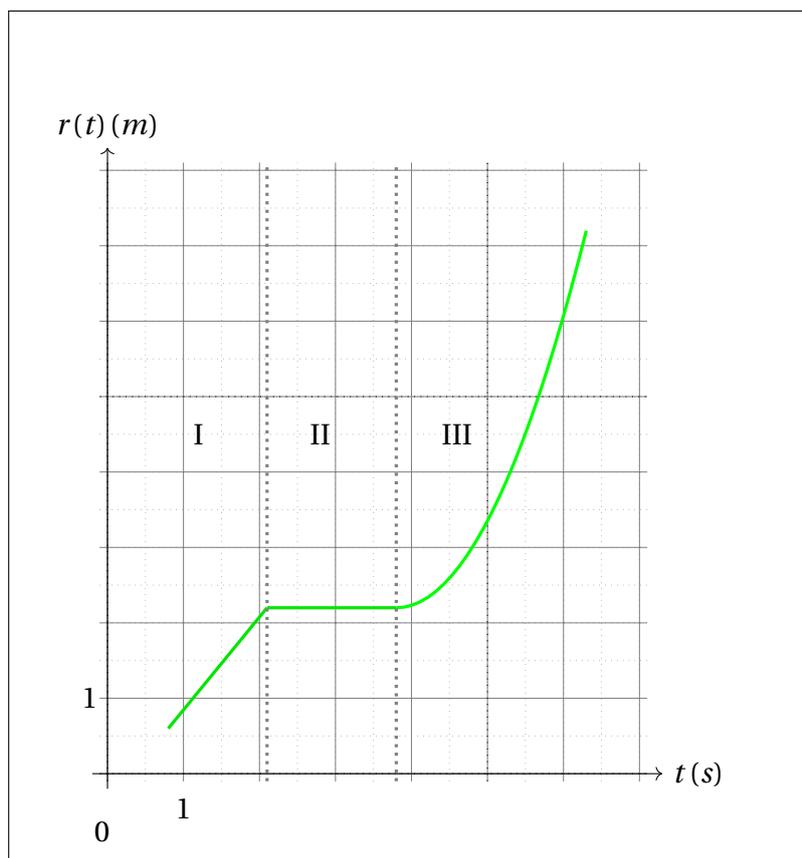


FIGURE 5.6 – L'évolution de la position au cours du temps.

Clairement, ce graphique nous renseigne sur l'existence de différents types de mouvements rectilignes.

Distinguons les :

### A MRU

Dans la première partie du mouvement, la vitesse est constante.

### B Repos

Dans la deuxième partie du mouvement, la position est constante. Le mobile est immobile! On parle de "repos".

### C MRUV

Finalement, dans la troisième partie du graphique, la vitesse augmente. Il faut réintroduire la vitesse instantanée.

Pour l'instant, nous parlerons de "mouvement rectiligne uniformément varié" ou MRUV.

## 5 Exercices



# Chapitre 6

## MRU

### Sommaire

---

1	Définition et conséquences . . . . .	46
	A    Conséquences . . . . .	46
2	Graphe de la position en fonction du temps . . . . .	46
3	Graphe de la vitesse en fonction du temps . . . . .	47
4	Problèmes de croisement . . . . .	48
	A    Croisement et systèmes d'équations . . . . .	48
	B    Détermination des paramètres . . . . .	48
5	Exercices . . . . .	49

---

## Introduction

Dans le chapitre précédent (Positions, déplacements vitesses), nous avons étudié la manière dont la distance change avec le temps qui passe. Nous avons discuté de la vitesse. La relation (la loi) qui liait l'évolution de la position au temps qui passait avait été définie comme la vitesse :  $v = \Delta r / \Delta t$  (m/s).

## 1 Définition et conséquences

**Définition 20** (MRU). Si la trajectoire d'un mobile est rectiligne et sa vitesse constante, le mouvement est défini comme "Mouvement Rectiligne Uniforme" ou MRU.

### A Conséquences

Il n'y a pas lieu de faire la différence entre la vitesse moyenne et la vitesse instantanée puisque la vitesse est constante!

En MRU :

$$\text{MRU : } v_{\text{moy}} = v_{\text{inst}} = v \quad (6.1)$$

## 2 Graphe de la position en fonction du temps

Si nous faisons un graphique avec  $t$  en x et  $r$  en y, nous avons une droite.

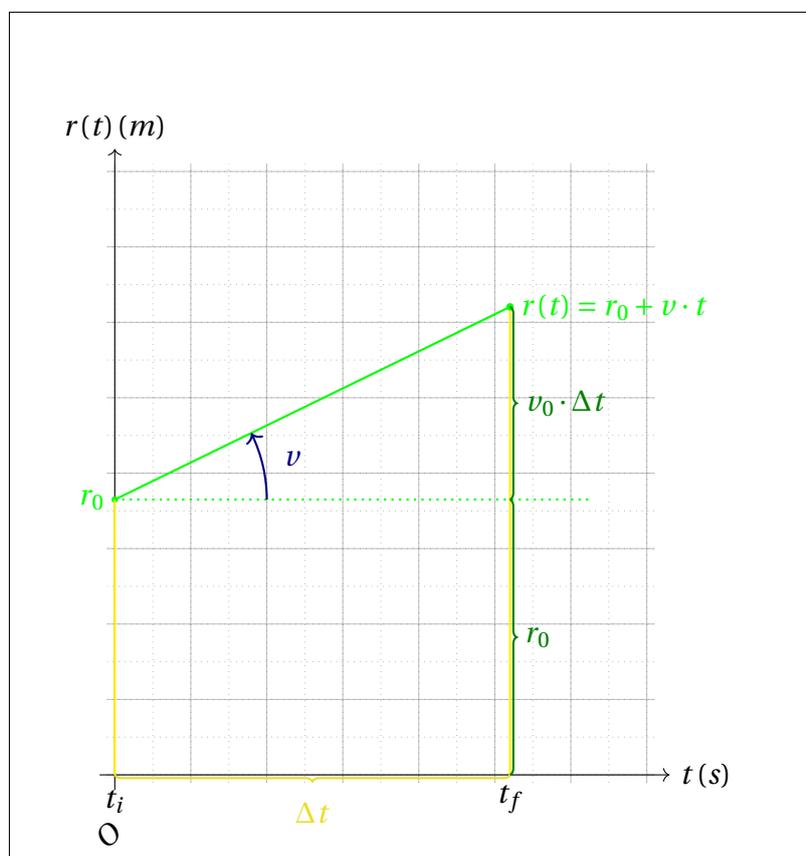


FIGURE 6.1 – Graphique de la position en fonction du temps en MRU.

Faisons un parallèle entre l'équation de la droite et l'équation de droite en général :

$$y = m \cdot x + p \quad (6.2)$$

$$r_f = v \cdot \Delta t + r_i \quad (6.3)$$

### (i) Conclusion

L'étude d'un MRU peut se ramener à l'étude d'une fonction du premier degré.

La vitesse correspond à la pente de la droite.

$r_0$  correspond à l'ordonnée à l'origine de la droite.

La pente de la droite permet de distinguer un mouvement rapide d'un mouvement lent.

## 3 Graphe de la vitesse en fonction du temps

Réalisons le graphique de  $v(t)$ .

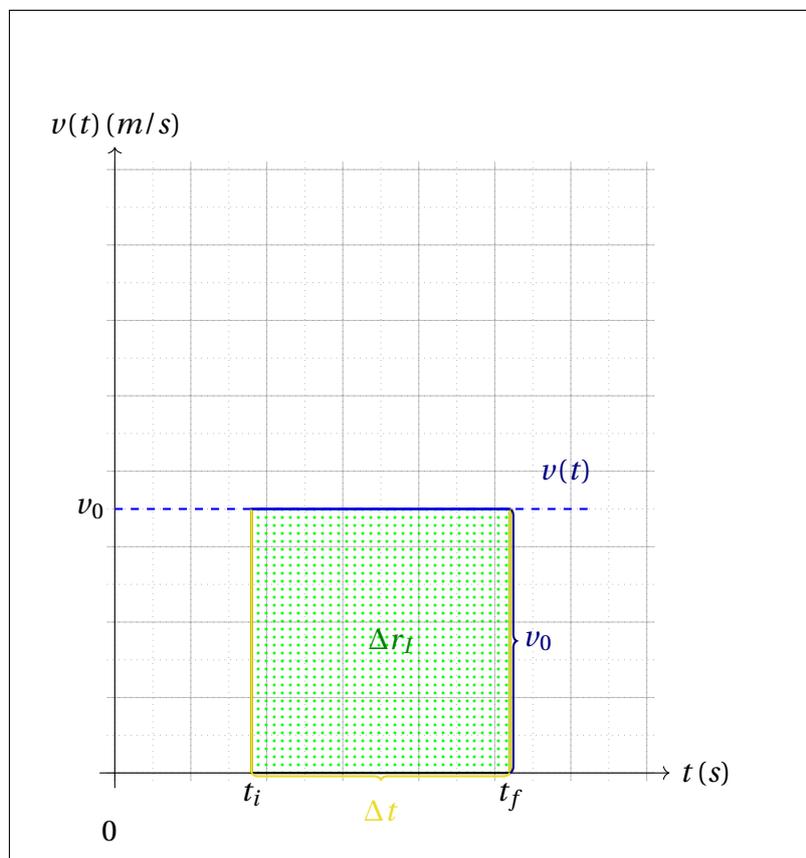


FIGURE 6.2 – Graphique de la vitesse en fonction du temps en MRU.

La surface sous la courbe de  $v(t)$  est le déplacement parcouru en une durée  $\Delta t$ . La surface est ici un rectangle.

Ceci correspond bien à l'intégrale 4.7 vue à la page 37.

$$r_f - r_i = v \cdot \Delta t \quad (6.4)$$

peut aussi s'écrire :

$$\Delta r = v \cdot \Delta t \quad (6.5)$$

## 4 Problèmes de croisement

Les problèmes de croisement impliquent d'étudier le mouvement d'au moins deux mobiles.

### A Croisement et systèmes d'équations

Clairement, les problèmes de MRU peuvent donc être résolus en utilisant une équation du premier degré. Et donc s'il y a deux mobiles, il y aura deux équations du premier degré.

Une pour le mobile "A" :

$$r_{Af} = v_A \cdot \Delta t_A + r_{Ai} \quad (6.6)$$

Et une pour le mobile "B" :

$$r_{Bf} = v_B \cdot \Delta t_B + r_{Bi} \quad (6.7)$$

Que signifie : "croisement" ?

#### a) Croisement

Deux mobiles se croisent lorsqu'ils occupent la même position au même instant.

Si nous appelons respectivement  $r_c$  la position du croisement et  $t_c$  l'instant du croisement, et si nous substituons dans les équations 6.6 et 6.7, nous obtenons les équations suivantes :

$$r_c = v_A \cdot (t_c - t_{Ai}) + r_{Ai} \quad (6.8)$$

$$r_c = v_B \cdot (t_c - t_{Bi}) + r_{Bi} \quad (6.9)$$

Déterminer  $r_c$  et  $t_c$  revient donc à résoudre le système de deux équations à deux inconnues ( $r$  et  $t$ ) suivant :

$$\begin{cases} r = v_A \cdot (t - t_{Ai}) + r_{Ai} \\ r = v_B \cdot (t - t_{Bi}) + r_{Bi} \end{cases} \quad (6.10)$$

### B Détermination des paramètres

Des difficultés peuvent surgir s'il y a plusieurs mobiles qui ne démarrent pas nécessairement en même temps, ni du même point de départ. La notion de  $\Delta t$  doit alors être convenablement considérée. Il faut réaliser que ce  $\Delta t$  n'est pas le même pour les différents mobiles.

Développons cette formule :

$$r(t) - r_0(t_0) = v \cdot (t - t_0)$$

#### a) En partant de la position 0, en fixant l'instant du départ comme zéro.

$$\Delta r = v \cdot \Delta t$$

devient

$$r(t) = v \cdot t$$

#### b) En partant de la position $r_0$ , en fixant l'instant du départ comme zéro.

$$\Delta r(\Delta t) = v \cdot \Delta t$$

devient

$$r(t) = r_0 + v \cdot t$$

c) **En partant de la position  $r_0$ , l'instant du départ est  $t_0$ .**

$$\Delta r(\Delta t) = v \cdot \Delta t$$

devient

$$r(\Delta t) = r_0 + v \cdot \Delta t$$

## 5 Exercices

1. Un marcheur parcourt 3 km en 40 min. Quelle est sa vitesse moyenne?
2. En ski de fond, un sportif a une vitesse de  $2,5 \text{ ms}^{-1}$ . Combien de temps lui faut-il pour parcourir 4,5 km?
3. Dans l'air, on considère que la vitesse du son vaut  $343 \text{ ms}^{-1}$ . La vitesse de la lumière, elle, vaut approximativement  $3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ . Lors d'un feu d'artifice, un spectateur se trouve à 2 km du lieu de tir. Après combien de temps percevra-t-il la lumière et le son de l'explosion?
4. Un sonar est utilisé pour mesurer la profondeur de la mer. Des ultrasons sont émis. Ils se réfléchissent sur le fond et reviennent vers le bateau émetteur. La vitesse des ultrasons dans l'eau est  $1450 \text{ ms}^{-1}$ . Si l'écho est reçu 1,6 s après son émission, quelle est la profondeur de la mer à cet endroit?
5. Quelle est la vitesse moyenne d'un point à l'équateur? (Rayon de la Terre =  $6,38 \times 10^3 \text{ km}$ )
6. Deux voitures partent en même temps d'un même point de départ. Elles doivent se rendre à une localité située à 120 km de là. La première voiture fait tout le trajet à une vitesse constante de  $60 \text{ km h}^{-1}$ . La seconde fait les 60 premiers kilomètres à une vitesse de  $40 \text{ km h}^{-1}$ , puis les 60 derniers kilomètres à une vitesse de  $80 \text{ km h}^{-1}$ . Quelle voiture arrive la première? (Justifier par calcul et par graphique.)
7. Un jeune enfant joue à 5 m de sa mère et se met soudain à courir en s'éloignant d'elle à la vitesse de  $1,8 \text{ km h}^{-1}$ . Deux secondes plus tard, la mère démarre pour le rattraper à la vitesse constante de  $7,2 \text{ km h}^{-1}$ . Quelle distance l'enfant aura-t-il parcourue? Pendant combien de temps a-t-il couru? (Résoudre par graphique "position en fct. du temps" et par calcul.)
8. Deux voitures sont éloignées de 180 km et partent en même temps l'une vers l'autre. La première voiture fait tout le trajet à une vitesse constante de  $60 \text{ km h}^{-1}$ . La seconde roule à une vitesse de  $90 \text{ km h}^{-1}$ . À quelle distance du point de départ de la première voiture et combien de temps après leur départ, les voitures vont-elles se croiser? (Justifier par calcul et par graphique.)
9. Une automobile parcourt un trajet de 60 km en 1 h. Le premier tiers de la distance est parcouru à une vitesse qui est double de celle à laquelle la voiture roule sur les deux derniers tiers du trajet. Quelles sont ces vitesses?
10. Deux frères Borlée partent simultanément pour une course. Le premier a une vitesse  $v_1$  et le second une vitesse  $v_2$ . Le second franchit la ligne de départ avec un temps  $T$  de retard par rapport au premier. Quelle distance les deux coureurs ont-ils franchie?  
Résolvez littéralement!  
Calculez le temps et la distance si  $v_1 = 36 \text{ km h}^{-1}$ ,  $v_2 = 34,2 \text{ km h}^{-1}$  et  $T = 0,6 \text{ s}$ .



# Chapitre 7

## Variation de vitesse et accélération

### Sommaire

---

1	Vitesses variables . . . . .	<b>52</b>
	A Vecteur variation de vitesse . . . . .	52
	B Démarrage de voiture . . . . .	53
	C Centrifugeuse . . . . .	53
2	Variation de vitesse et accélération . . . . .	<b>53</b>
	A Vecteur accélération . . . . .	53
	B Vecteur accélération instantanée . . . . .	55
3	Accélération, dérivées et intégrales . . . . .	<b>55</b>
	A L' accélération instantanée et les dérivées . . . . .	55
	B Accélération et intégrales . . . . .	55
4	Le vecteur accélération comme somme de vecteurs perpendiculaires . . . . .	<b>57</b>
	A Retour sur les exemples . . . . .	57
	B Accélérations normale et tangentielle . . . . .	57
5	Exercices . . . . .	<b>57</b>
	A Analyse de graphiques . . . . .	57
	B Exercices numériques . . . . .	61

---

## Introduction

### 1 Vitesses variables

#### A Vecteur variation de vitesse

##### a) Mise en situation

Décrivons le mouvement de lancer d'une boule de pétanque!



FIGURE 7.1 – "Tu tires ou tu pointes?"

Étudions le vecteur vitesse instantanée entre des instants très proches.

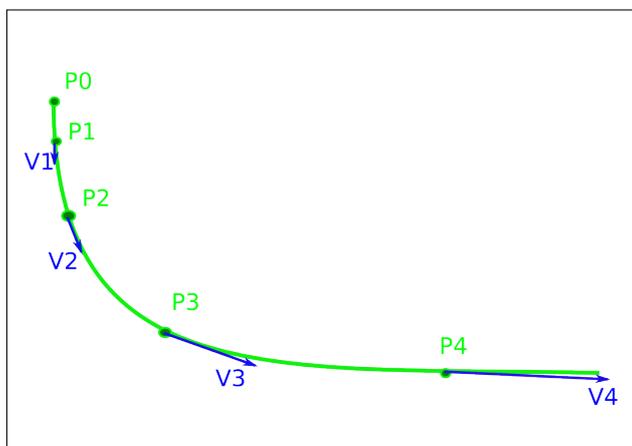


FIGURE 7.2 – Le vecteur vitesse à la pétanque.

Clairement il y a une évolution entre deux vitesses successives.

**b) Définition**

Il est donc nécessaire d'étudier la variation entre deux vitesses successives.  
C'est pourquoi on définit le vecteur variation de vitesse.

**Définition 21** (Vecteur variation de vitesse). Nous définirons le vecteur variation de vitesse comme la différence entre le vecteur vitesse instantanée final et le vecteur vitesse instantanée initial.

$$\vec{\Delta v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i \quad (7.1)$$

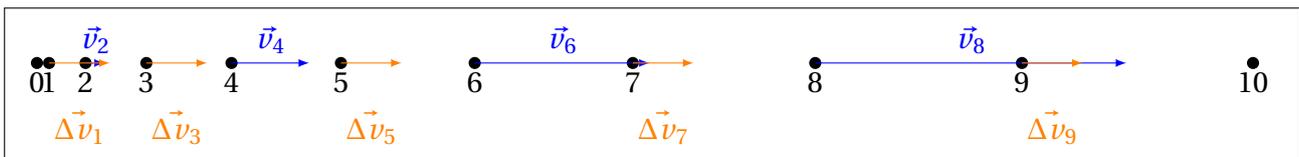
**B Démarrage de voiture**

FIGURE 7.3 – La voiture accélère. La différence de vitesse est constante.

Ici, la vitesse augmente en grandeur mais pas en direction. Le vecteur variation de vitesse est de même direction que la vitesse.

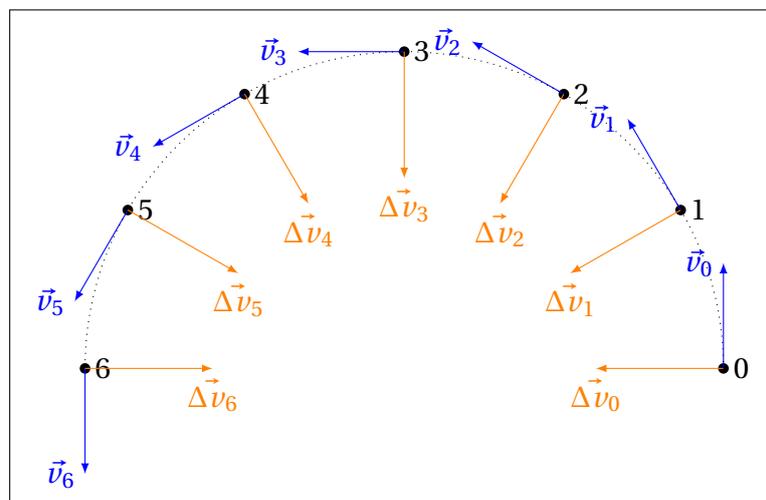
**C Centrifugeuse**

FIGURE 7.4 – Dans ce mouvement circulaire, la différence de vitesse est dirigée vers le centre.

Ici, la vitesse ne change pas en grandeur mais uniquement en direction. Le vecteur variation de vitesse est perpendiculaire à la vitesse.

**2 Variation de vitesse et accélération****A Vecteur accélération**

Pour que l'étude de la variation de vitesse prenne tout son sens, il faut pouvoir comparer ce qui est comparable. Nous allons donc diviser la variation de vitesse par la durée nécessaire pour l'accomplir.

**a) Définition**

Ce faisant, nous définissons une nouvelle grandeur : le "vecteur accélération". Et nous dirons, plus simplement, "l'accélération"<sup>1</sup>.

**Définition 22** (vecteur accélération). L'accélération  $\vec{a}$  est la variation de vitesse par unité de temps.

$$\vec{a} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} \quad (7.2)$$

où,

- $\vec{a}$  = l'accélération (  $\text{ms}^{-2}$  ).

Une accélération de  $1 \text{ ms}^{-2}$  correspond donc à une vitesse qui augmente de  $1 \text{ ms}^{-1}$  par seconde.

t (s)	a ( $\text{ms}^{-2}$ )	v ( $\text{ms}^{-1}$ )
0	1	0
1	1	1
2	1	2
3	1	...
0	2	0
1	2	2
2	2	4
3	2	...
0	-3	5
1	-3	2
2	-3	-1
3	-3	...

TABLE 7.1 – Relations accélérations – vitesses.

**b) Ordres de grandeur**

Exemples	a ( $\text{ms}^{-2}$ )
Démarrages	
TGV	0,4
métro	1,3
ascenseur	2
auto (+)	3
bille dans une catapulte	50
flèche	5000
Freinages :	
auto	-8
parachute à l'ouverture	- 200
ballon entrant en contact avec un mur	- 5000

TABLE 7.2 – Ordre de grandeurs d'accélérations.

1. C'est volontairement que nous confondons les termes "accélération" et "vecteur accélération". Nous les considérons désormais comme interchangeables.

## B Vecteur accélération instantanée

Ici aussi, pour étudier l'accélération en toute généralité, il faut envisager de l'étudier à chaque instant. Il faut étudier l'accélération *instantanée*.

### a) Définition

**Définition 23** (vecteur accélération instantanée). L'accélération instantanée  $\vec{a}(t)$  est l'accélération à un instant  $t$ .

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} \quad (7.3)$$

où,

- $\vec{a}(t)$  = l'accélération instantanée ( $\text{ms}^{-2}$ ).

## 3 Accélération, dérivées et intégrales

### A L'accélération instantanée et les dérivées

Comme pour la vitesse instantanée (voir éq. 4.5 p. 37), l'accélération peut être vue comme une dérivée. Mais ici, l'accélération sera la dérivée première de la vitesse en fonction du temps. Ici aussi, nous oublions un instant l'écriture vectorielle pour alléger les notations.

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (7.4)$$

Mais nous pouvons aller plus loin! Comme la vitesse instantanée est elle-même la dérivée de la position, l'accélération sera la dérivée *seconde* de la position.

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d \frac{dr}{dt}}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (7.5)$$

### B Accélération et intégrales

#### a) variation de vitesse

Si l'accélération peut être traitée comme une dérivée première de la vitesse, nous pouvons faire un raisonnement analogue à celui fait concernant la vitesse instantanée (voir éq. 4.6 p. 37).

$$dv = a(t) \cdot dt \quad (7.6)$$

Et si nous intégrons l'équation précédente, nous obtenons :

$$\Delta v = \int_{v_i}^{v_f} dv = \int_{v_i}^{v_f} a(t) dt \quad (7.7)$$

#### b) déplacement

Poussons le raisonnement précédent un peu plus loin. Comme le déplacement est l'intégrale de la vitesse en le temps et que la variation de vitesse est l'intégrale de l'accélération, le déplacement sera l'intégrale seconde de l'accélération.

$$\Delta r = \int_{t_i}^{t_f} v_{inst} dt = \int_{t_i}^{t_f} \int_{t_i}^{t_f} a(t) dt^2 \quad (7.8)$$

### c) Une application : frottement aérodynamique

Comme premier exemple d'application des points précédents, nous allons traiter le cas du frottement dynamique d'un projectile dans un fluide. Le fluide pouvant être l'air, de l'eau ou d'autres gaz ou liquides.

L'accélération sera du type "freinage" et s'opposera à la vitesse.

Choisissons une situation telle qu'il n'y ait pas d'autre accélération que celle due au freinage.

En première approximation, supposons que la relation entre l'accélération et la vitesse instantanée soit la suivante :

$$a(t) = -bv(t) \quad (7.9)$$

où :

- $a(t)$  est l'accélération instantanée du projectile (en  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ );
- $b$  est un coefficient<sup>2</sup> traduisant le frottement<sup>3</sup>;
- $v(t)$  est la vitesse instantanée du projectile (en  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ );

Alors :

$$\frac{dv}{dt} = -bv(t) \quad (7.10)$$

$$\frac{dv}{v} = -bdt \quad (7.11)$$

Intégrons.

$$\int \frac{dv}{v} = \int -bdt \quad (7.12)$$

Les primitives sont bien connues et nous sommes les constantes d'intégration :

$$\ln v = -bt + C \quad (7.13)$$

"Sortons"  $v$  du logarithme.

$$v(t) = e^{(-bt+C)} \quad (7.14)$$

$$v(t) = e^{(-bt+C)} \quad (7.15)$$

$$v(t) = Ke^{(-bt)} \quad (7.16)$$

Il faut déterminer la constante "K". Pour traiter ce genre de problème, la connaissance de conditions dites "aux bords" fournit l'information relevante. Ici, les conditions de bords sont les conditions initiales.

Si " $t = 0$ " alors  $v(t) = v_0$ .

Alors :

$$v_0 = K \cdot e^{(-b \cdot 0)} \quad (7.17)$$

C'est-à-dire :

$$K = v_0 \quad (7.18)$$

Et donc :

$$v(t) = v_0 \cdot e^{(-bt)} \quad (7.19)$$

La vitesse va donc décroître comme une exponentielle décroissante en le temps.

2. Appelé parfois coefficient de traînée.

3. "b" dépendra, entre autres, de la géométrie du projectile et de sa densité.

## 4 Le vecteur accélération comme somme de vecteurs perpendiculaires

### A Retour sur les exemples

Revenons sur les exemples du début de ce chapitre.

#### a) La voiture

Lorsque la voiture accélérât ou freinait sur une trajectoire rectiligne, seule la norme du vecteur accélération était modifiée.

Remarquons aussi que, dans nos exemples, lorsque le mouvement est rectiligne et que la variation de vitesse ne se fait qu'en grandeur (le cas des voitures), l'accélération est dans la direction de la vitesse.

Comme la vitesse est tangentielle à la trajectoire, l'accélération l'est aussi : on dit que c'est l'accélération "*tangentielle*".

L'accélération tangentielle rend compte du changement en norme de la vitesse.

#### b) L'essoreuse

Dans le cas de l'essoreuse, le vecteur accélération était dirigé vers l'axe de rotation.

Par contre, si la grandeur de la vitesse ne change pas mais que sa direction change (c'est aussi le cas de la fronde), l'accélération est dans une direction perpendiculaire à celle de la vitesse.

Ici aussi, comme la vitesse est tangentielle à la trajectoire : on dit que c'est l'accélération "*normale*".

L'accélération normale rend compte de la variation de la vitesse en direction.

### B Accélérations normale et tangentielle

Dans l'espace, un vecteur peut toujours être vu comme la somme de deux autres vecteurs.

Le vecteur accélération a donc deux composantes :

- une composante tangentielle  $\vec{a}_t(t)$
- et une composante normale  $\vec{a}_n(t)$ .

En toute généralité, nous pouvons écrire

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_t(t) + \vec{a}_n(t) \quad (7.20)$$

L'accélération tangentielle rend compte du changement en norme de la vitesse.

L'accélération normale rend compte du changement de la vitesse en direction.

*Remarque 4.* L'accélération normale pointe toujours vers la partie concave de la trajectoire.

Par contre, la partie tangentielle peut pointer dans le sens du mouvement (accélération) ou dans le sens opposé (freinage).

## 5 Exercices

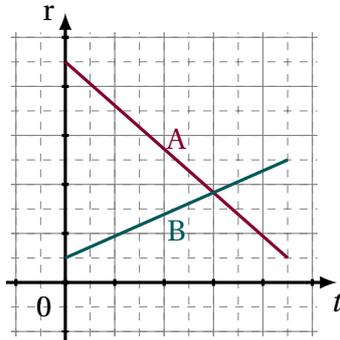
### A Analyse de graphiques

Répondez aux questions qui suivent en utilisant les graphiques qui se trouvent plus loin.

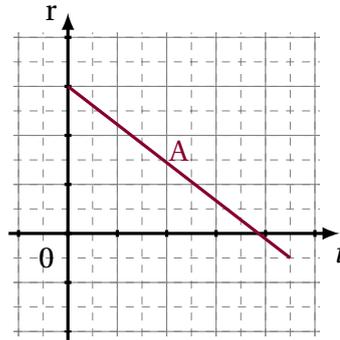
**a) Analyse de graphiques position-temps**

1. Déterminez les graphiques dans lesquels :
  - (a) les deux mobiles :
    - i. ont la même position initiale,
    - ii. ont le même temps initial (càd qu'ils démarrent simultanément),
    - iii. ont la même vitesse.
  - (b) un mobile :
    - i. accélère,
    - ii. décélère,
    - iii. s'arrête,
    - iv. revient en arrière,
    - v. est immobile,
    - vi. a une vitesse négative,
    - vii. a une vitesse variable.
  - (c) les deux mobiles :
    - i. partent à des moments différents,
    - ii. se déplacent en sens contraire.
2. Quels sont les graphiques qui représentent :
  - (a) le croisement de deux mobiles,
  - (b) la poursuite de deux mobiles?
3. Quels sont les graphiques dans lesquels un dépassement est observé (en précisant le mobile qui dépasse)?

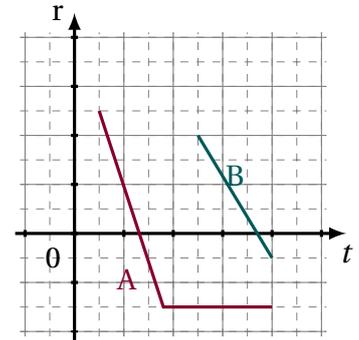
1.



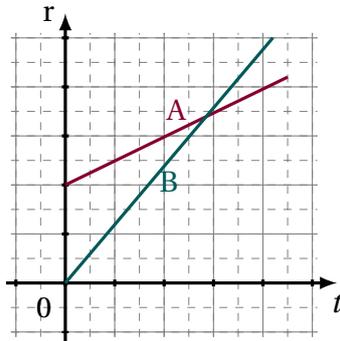
4.



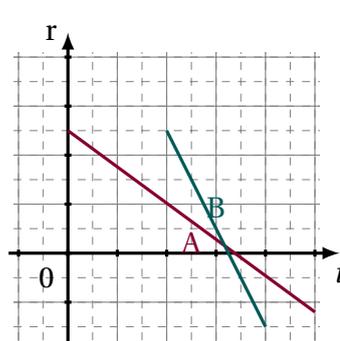
7.



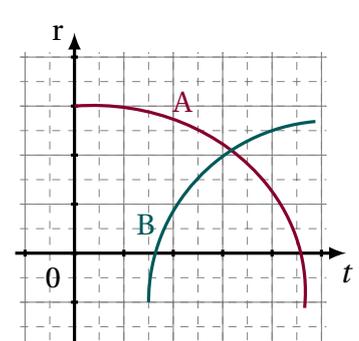
2.



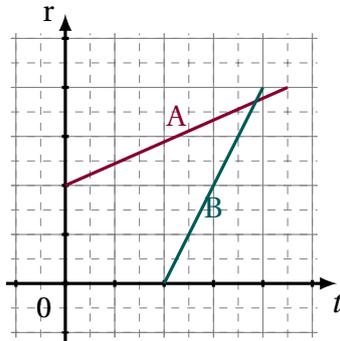
5.



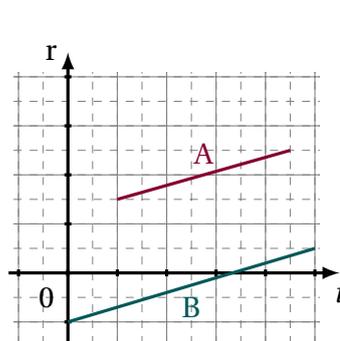
8.



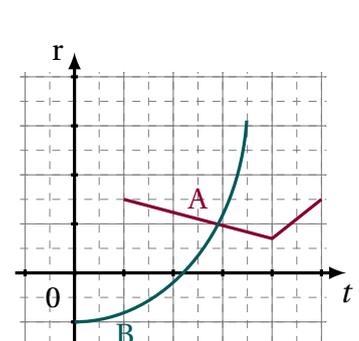
3.



6.



9.



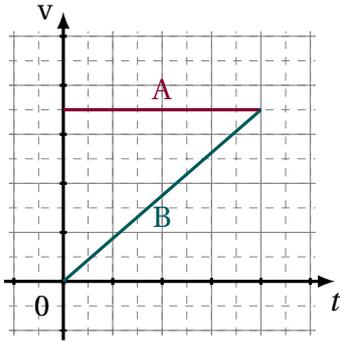
### b) Analyse de graphiques vitesse-temps

1. Quels sont les graphiques dans lesquels le(s) mobile(s) :

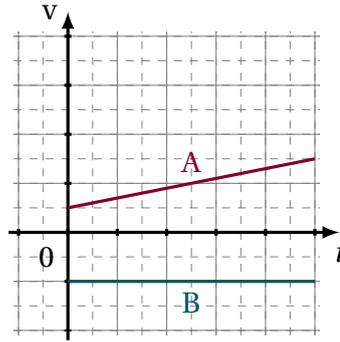
- se déplace(nt) à vitesse constante,
- décélère(nt),
- s'arrête(nt),
- a (ont) une vitesse nulle,
- ont la même accélération,
- a (ont) une accélération variable,
- parcourent la même distance,
- se déplacent en sens contraire?

2. Quel(s) est (sont) le(s) graphique(s) dans lequel (lesquels) un des mobiles parcourt une distance double de l'autre?

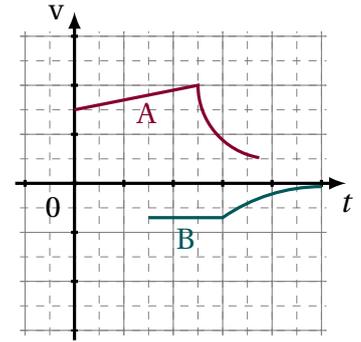
1.



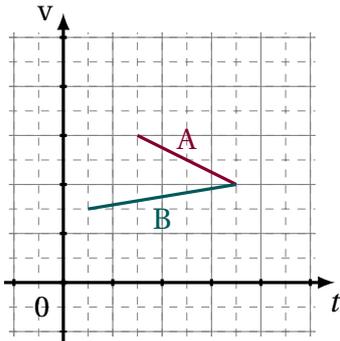
4.



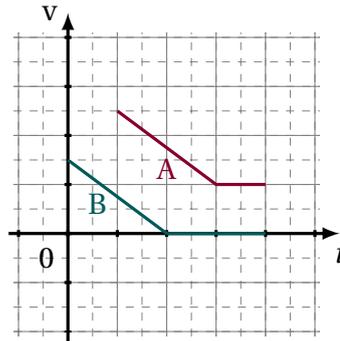
7.



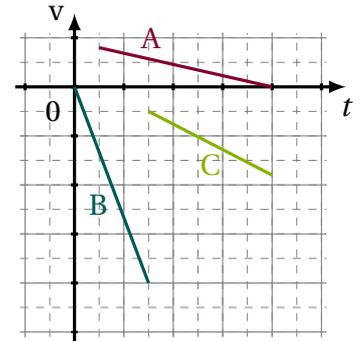
2.



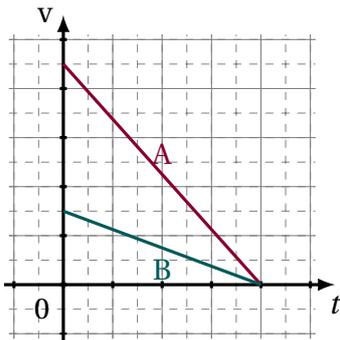
5.



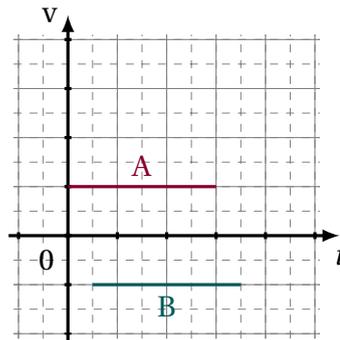
8.



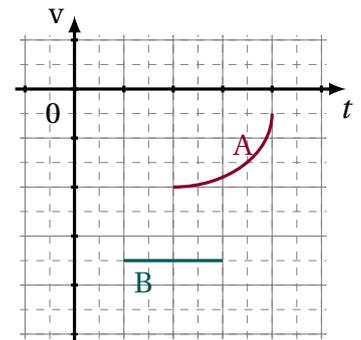
3.



6.



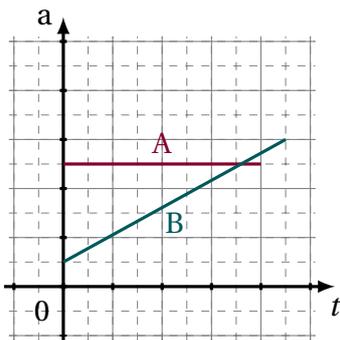
9.



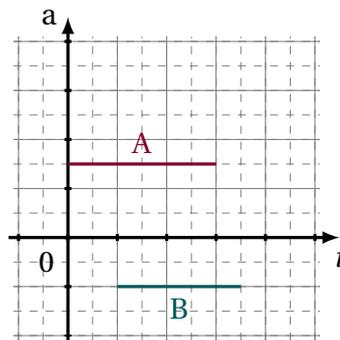
**c) Analyse de graphiques accélération-temps**

1. Quels sont les mobiles dont le mouvement est uniformément varié?
2. Dans quel(s) graphique(s) les mobiles ont-ils la même variation de vitesse?
3. Quel(s) mobile(s) décélère(nt)?

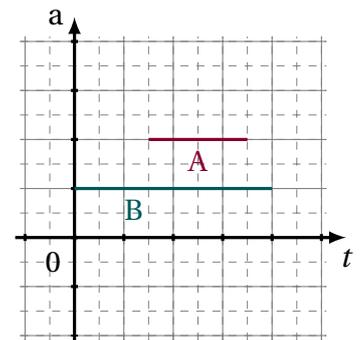
1.



2.



3.



**B Exercices numériques**

1. Déterminez la position d'un mobile freiné par une accélération proportionnelle et opposée à sa vitesse.

$$a(t) = -bv(t)$$



# Chapitre 8

## MRUA

### Sommaire

---

1	MRUA . . . . .	<b>64</b>
	A    Notations . . . . .	64
	B    Définition . . . . .	64
2	Sens des vitesses et signe de l'accélération . . . . .	<b>64</b>
	A    En utilisant les vecteurs . . . . .	64
	B    En n'utilisant <i>pas</i> les vecteurs . . . . .	65
3	Lois du MRUA . . . . .	<b>66</b>
	A    La loi des vitesses . . . . .	66
	B    La loi des espaces . . . . .	67
4	Exercices . . . . .	<b>69</b>

---

## Introduction

### 1 MRUA

#### A Notations

Comme pour le MRU (voir 2 p. 40), les notations peuvent se simplifier du fait que nous étudions un mouvement à une seule dimension.

Donc, " $\vec{\Delta v}$ " deviendra " $\Delta v$ " et " $\vec{a}$ " deviendra " $a$ ".

#### B Définition

**Définition 24 (MRUA).** Le *Mouvement Rectiligne Uniforme* (ou MRUA) est un mouvement rectiligne (rappel : Mouvement continu sur une seule direction) et d'accélération constante.

## 2 Sens des vitesses et signe de l'accélération

Nous allons établir les liens entre l'évolution des vitesses et le signe de l'accélération.

#### A En utilisant les vecteurs

##### a) La vitesse "compteur" augmente : une accélération

(i) **Mouvement dans le sens de l'axe** Premier cas :  $v_1 \& v_2 \geq 0, v_2 > v_1 \Rightarrow a > 0$

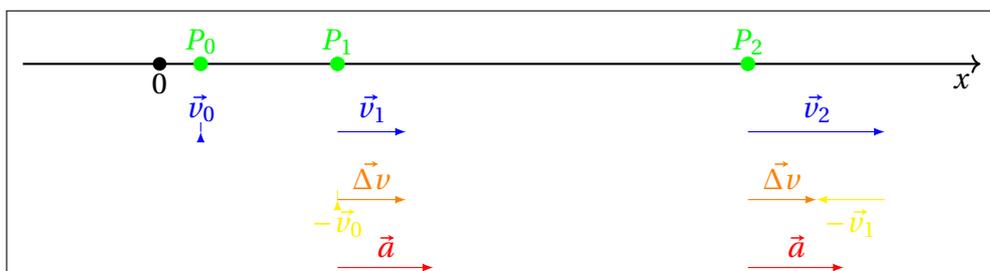


FIGURE 8.1 – Variation de la vitesse avec un mouvement dans le sens de l'axe.

(ii) **Mouvement dans le sens opposé à celui de l'axe**  $v_1 \& v_2 < 0, v_2 < v_1 \Rightarrow a < 0$

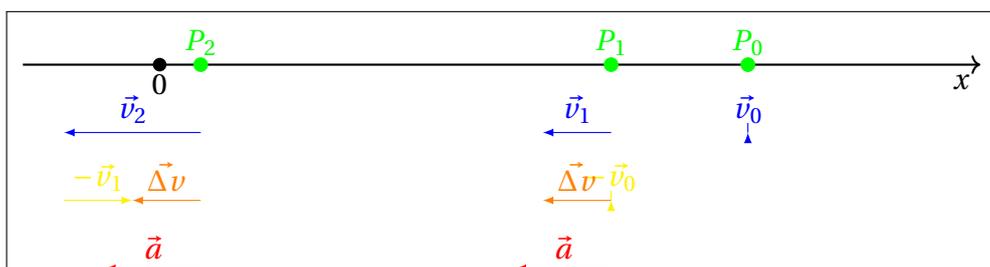


FIGURE 8.2 – Variation de la vitesse avec un mouvement dans le sens opposé de celui de l'axe.

**b) La vitesse "compteur" diminue : une décélération**

(i) **Mouvement dans le sens de l'axe**  $v_1 \& v_2 < 0, v_2 < v_1 \Rightarrow a < 0$

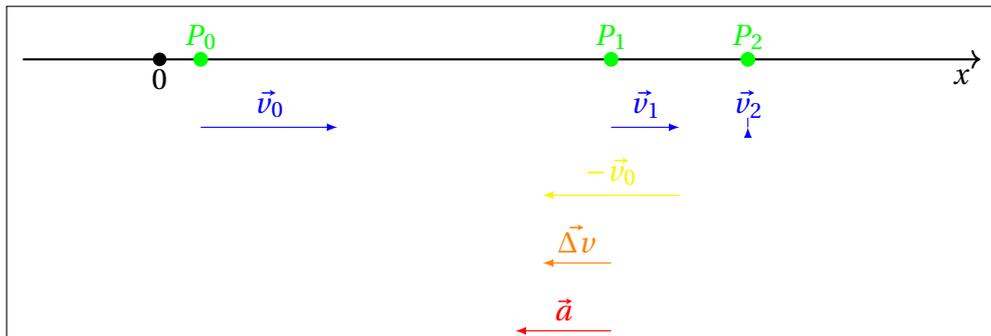


FIGURE 8.3 – Variation de la vitesse avec un mouvement dans le sens de l'axe.

(ii) **Mouvement dans le sens opposé à celui de l'axe**  $v_1 \& v_2 < 0, v_2 < v_1 \Rightarrow a > 0$

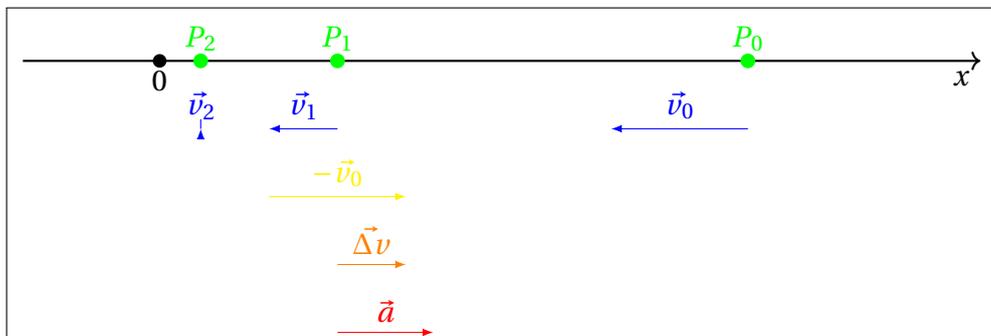


FIGURE 8.4 – Variation de la vitesse avec un mouvement dans le sens opposé de celui de l'axe.

**c) Conclusion**

$\vec{v}$  et  $\overrightarrow{\Delta v}$  de même sens = accélération  
 $\vec{v}$  et  $\overrightarrow{\Delta v}$  de sens opposés = décélération

**B En n'utilisant pas les vecteurs**

Prenons quelques exemples numériques pour éclaircir la chose. On pourra comparer ces exemples aux schémas vectoriels précédents.

**a) La vitesse "compteur" augmente : une accélération**

(i) **Mouvement dans le sens de l'axe** Si Le mobile se déplace dans le sens de l'axe et "accélère".

Si  $v_1 = 2 \text{ ms}^{-1}$  et si, un seconde plus tard,  $v_2 = 5 \text{ ms}^{-1}$  alors  $\Delta v = 5 - 2 = 3 \text{ ms}^{-1}$  et  $a = 3/1 = 3 \text{ ms}^{-2}$ .

(ii) **Mouvement dans le sens opposé à celui de l'axe** Si  $v_1 = -2 \text{ ms}^{-1}$  et si, un seconde plus tard,  $v_2 = -5 \text{ ms}^{-1}$  alors  $\Delta v = -5 - (-2) = -3 \text{ ms}^{-1}$  et  $a = -3/1 = -3 \text{ ms}^{-2}$ .

**b) La vitesse "compteur" diminue : une décélération**

(i) **Mouvement dans le sens de l'axe** Si  $v_1 = 5 \text{ m s}^{-1}$  et si, un seconde plus tard,  $v_2 = 2 \text{ m s}^{-1}$  alors  $\Delta v = 2 - 5 = -3 \text{ m s}^{-1}$  et  $a = -3/1 = -3 \text{ m s}^{-2}$ .

(ii) **Mouvement dans le sens opposé à celui de l'axe** Si  $v_1 = -5 \text{ m s}^{-1}$  et si, un seconde plus tard,  $v_2 = -2 \text{ m s}^{-1}$  alors  $\Delta v = -2 - (-5) = 3 \text{ m s}^{-1}$  et  $a = 3/1 = 3 \text{ m s}^{-2}$ .

**c) Conclusion**

Résumons ces exemples dans un tableau.

Ex.	signe de v	signe de a	signification
1	+	+	Mvt ds sens de l'axe, accéléré
2	-	-	Mvt ds sens contraire de l'axe, accéléré
3	+	-	Mvt ds sens de l'axe, décéléré
4	-	d	Mvt ds sens contraire de l'axe, décéléré

TABLE 8.1 – Signes de v et de a.

$\vec{v}$  et  $\vec{\Delta v}$  de même sens = accélération  
 $\vec{v}$  et  $\vec{\Delta v}$  de sens opposés = décélération

### 3 Lois du MRUA

#### A La loi des vitesses

Dans un mouvement rectiligne, la définition de l'accélération s'écrit sous forme scalaire. Comme l'accélération est constante, nous pouvons écrire :

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad (8.1)$$

Si nous utilisons un chronomètre,  $t_1 = 0$ . Fixons la vitesse  $v_1$  à la mise en marche du chronomètre comme  $v_0$ .

De plus, si nous cherchons la vitesse à un temps  $t$ , nous pouvons décider que cet instant  $t$  est  $t_2$  et que la vitesse  $v_2$  est la vitesse à l'instant  $t$  :  $v(t)$ .

La loi des vitesses s'en déduit facilement :

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \quad (8.2)$$

**a) Graphique de  $v(t)$** 

La vitesse est une fonction du premier degré en  $t$ .

L'étude du graphique de la fonction  $v(t)$  nous fournit une série d'informations.

- $v_0$  l'ordonnée à l'origine,
- $a$  est la pente.

Exemples :  $a_1 < a_2$

$a_3 < 0$

## B La loi des espaces

En MRUA, la vitesse  $v(t)$  croît uniformément. La vitesse moyenne  $v_m$  peut se calculer comme la moyenne des vitesses<sup>1</sup>  $v_0$  et  $v(t)$  :

$$v_m = \frac{v_0 + v(t)}{2} \quad (8.3)$$

Comme nous sommes dans un mouvement rectiligne, la distance parcourue est égale au déplacement.

Dès lors, par définition de la vitesse moyenne, la distance parcourue est donc égale à

$$\Delta r = v_m \cdot \Delta t \quad (8.4)$$

et comme  $t_0 = 0$

$$\Delta r = v_m \cdot t \quad (8.5)$$

Si nous fixons  $r_0$  comme la position initiale et  $r(t)$  comme la position à l'instant  $t$ , alors :

$$r(t) = r_0 + v_m \cdot t \quad (8.6)$$

Et, si nous nous souvenons de notre définition de la vitesse moyenne, alors :

$$r(t) = r_0 + \frac{v_0 + v(t)}{2} \cdot t \quad (8.7)$$

Mais, par la loi des vitesses, nous savons que  $v(t) = v_0 + a \cdot t$ , et donc :

$$r(t) = r_0 + \frac{v_0 + v_0 + a \cdot t}{2} \cdot t \quad (8.8)$$

En simplifiant, on obtient la loi des espaces :

$$r(t) = r_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (8.9)$$

Celle-ci peut aussi s'écrire :

$$r(t) = r_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (8.10)$$

### a) Graphique de $v(t)$

En utilisant la loi des vitesses, il est évident que la fonction  $v(t)$  est une fonction du premier degré

- (i) Caractéristiques de  $v(t)$**  Remarquons que l'ordonnée à l'origine est la vitesse initiale  $v_0$ . La pente de la droite est l'accélération  $a$ .

---

1. En général, la vitesse moyenne n'est pas la moyenne des vitesses.

(ii) **Démonstration graphique de la loi des espaces.** Si nous utilisons une propriété vue auparavant (voir 4.7 p. 37) et que nous avons déjà exploitée dans le cas du MRU (voir le point 3 p. 47), il est remarquablement facile de démontrer la loi des espaces.

Nous savons que l'aire de la surface sous la courbe de  $v(t)$  est égale au déplacement.

Calculons donc l'aire de cette surface.

Remarquons de suite que la partie inférieure a la forme d'un rectangle. Appelons  $\Delta r_I$  le déplacement correspondant. Il est clair que

$$\Delta r_I = v_0 \cdot \Delta t \quad (8.11)$$

Ce déplacement est la contribution de la vitesse initiale au déplacement total.

La deuxième partie a la forme d'un triangle rectangle. Dès lors, cette surface a pour aire  $\frac{1}{2}B \cdot h$ . Nommons  $\Delta r_{II}$  le déplacement correspondant. La base du triangle est  $\Delta t$ ; sa hauteur est  $\Delta v = a \cdot \Delta t$ . Donc

$$\begin{aligned} \Delta r_{II} &= \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot a \cdot \Delta t \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{aligned} \quad (8.12)$$

Cette partie est la contribution de l'accélération seule au déplacement.

L'aire de la surface totale est égale au déplacement total :  $\Delta r_{tot.} = \Delta r_I + \Delta r_{II}$ .

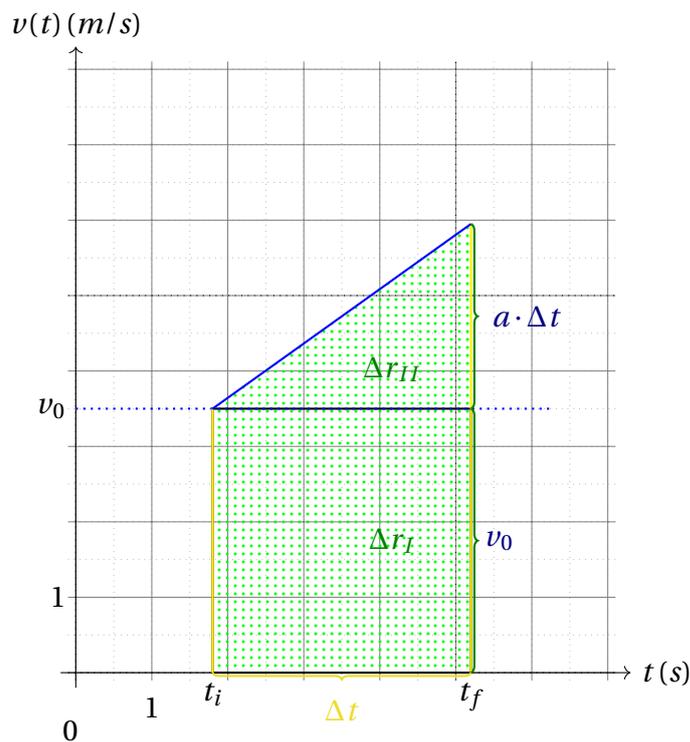
Et donc

$$\Delta r_{tot.} = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \quad (8.13)$$

Décidons que nous déclenchons notre chronomètre et que nous commençons à mesurer le temps à l'instant  $t_0 = 0$ . Rappelons nous aussi que  $\Delta r = r(t) - r_i$ .

Si nous disons que  $r - i = r_0$ , nous retrouvons la loi des espaces :

$$r(t) = r_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (8.14)$$

FIGURE 8.5 – Le graphe de  $v(t)$  en MRUA.

### b) Graphique de $r(t)$

La position est une fonction du deuxième degré en  $t$ . Son graphique sera donc celui d'une parabole.

L'étude du graphique de la fonction  $r(t)$  nous fournit une série d'informations :

- $r_0$  l'ordonnée à l'origine,
- $\frac{1}{2}a$  est le coefficient du deuxième degré.

Cas à envisager :

- $r_0$  à droite du sommet (mouvement toujours dans le même sens) ,
- $r_0$  à gauche du sommet (mouvement dans un sens puis demi-tour).

## 4 Exercices

1. Une voiture démarre et atteint la vitesse de 144 km/h en 10 s.
  - Quelle distance a-t-elle parcourue?
2. "E pericoloso sporgersi"

Un train démarre avec une accélération de  $0,2 \text{ m/s}^2$ . Il atteint alors la vitesse de 252 km/h. Après avoir roulé à cette vitesse pendant 40 minutes, il freine avec une décélération de  $-0,3 \text{ m/s}^2$  jusqu'à l'arrêt. Quelle est la distance parcourue?



# Chapitre 9

## Chute libre

### Sommaire

---

1	Chute d'objets dans l'atmosphère . . . . .	72
2	Chute libre . . . . .	72
	A        Définition . . . . .	73
3	L'accélération de gravité sur Terre . . . . .	73
4	Choix d'axes pour résoudre des problèmes . . . . .	74
	A        Pure chute . . . . .	74
	B        Lancer vers le haut . . . . .	74
5	Exercices . . . . .	74

---

## Introduction

Dans ce chapitre, nous allons discuter d'un cas particulier de MRUA<sup>1</sup> : la chute libre. Nous en rediscuterons dans le cadre de la dynamique sous un chapitre du même nom.

### 1 Chute d'objets dans l'atmosphère

Nous vivons à proximité de la surface de la Terre et dans son atmosphère. Cette dernière affecte la chute des corps matériels. La chute d'une feuille ou d'une plume seront différentes de la chute d'une grosse sphère métallique.

Les chutes de feuilles ou de plumes sont plus proches, en tout cas pour la plus grande partie du temps, d'un mouvement de type MRU. Nous discuterons ce type de chute dans le cadre de la dynamique quand nous parlerons des forces de frottements.

Les chutes d'objets denses et aérodynamiques sont proches d'un mouvement de type MRUA de direction verticale. Ce seront ces mouvements dont nous discuterons ici.

### 2 Chute libre

Galilée a réalisé une célèbre expérience en laissant tomber deux objets massifs mais différents du haut de la tour de Pise. Les deux objets arrivent au sol en même temps.

Si on fait le vide dans un tube enfermant des plumes et des objets massifs, lorsqu'on met le tube à la verticale ces objets tombent tous en MRUA. Les différents objets arriveront au fond du tube en même temps. Ce type de tube est appelé un "tube de Newton".

Les astronautes de la mission Apollo XV ont réalisé l'expérience à la surface de la Lune en laissant tomber une plume et un marteau dans le vide.



FIGURE 9.1 – Expérience de la plume et du marteau sur la Lune (Apollo XV - Juillet 1971).

Ce sont bien les effets dus à l'atmosphère qui "ralentissent" la plume.

---

1. Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré

## A Définition

Nous dirons qu'un mouvement est une "chute libre" lorsqu'on peut négliger les effets de l'atmosphère dans la chute.

**Définition 25** (chute libre). Une *chute libre* est une chute à proximité de la surface de la Terre en absence d'effet dû à l'atmosphère. Le mouvement sera un MRUA de direction verticale et de sens dirigé vers le centre de la Terre. L'accélération sera la même pour tout objet.

## 3 L'accélération de gravité sur Terre

Étudions une chronophotographie de chute libre.

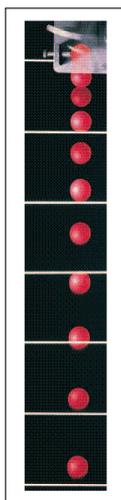


FIGURE 9.2 – Chute de bille sur la Terre (Novembre 2015).

Une analyse de cette chronophotographie produit les résultats suivants :

Analyse chute libre						
*	t (s)	r (m)	t <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )	r (m)	a=2r/t <sup>2</sup> (m/s <sup>2</sup> )	*
	0	0,05	0	0,05		
	0,037	0,08	0,001369	0,08	43,8276113952	
	0,072	0,11	0,005184	0,11	23,1481481481	
	0,108	0,14	0,011664	0,14	15,4320987654	
	0,144	0,18	0,020736	0,18	12,5385802469	
	0,18	0,23	0,0324	0,23	11,1111111111	
	0,216	0,29	0,046656	0,29	10,2880658436	
	0,252	0,355	0,063504	0,355	9,6056941295	
	0,288	0,44	0,082944	0,44	9,4039351852	
	0,324	0,6	0,104976	0,6	10,4785855815	

(selon chronophotographie)

FIGURE 9.3 – Analyse de la chute de bille sur la Terre (Novembre 2015).

*Remarque 5* (Choix d'axe en chute libre). Nous avons fait un choix d'axe de direction verticale et où le sens positif était vers le bas.

La valeur de l'accélération déterminée expérimentalement est aux alentours de  $10 \text{ ms}^{-2}$ .

**Définition 26** (Accélération de pesanteur). En chute libre, la valeur de l'accélération est de  $9,81 \text{ ms}^{-2}$ . Son symbole est **g**. On dit que **g** est l'accélération de pesanteur (terrestre).

"g" varie légèrement selon la latitude (à l'équateur  $9,78 \text{ ms}^{-2}$ , aux pôles  $9,81 \text{ ms}^{-2}$ ) et l'altitude. La valeur de "g" est différente sur d'autres astres. Nous en discuterons.

## 4 Choix d'axes pour résoudre des problèmes

Selon le type de problème à résoudre, un choix correct d'axe peut grandement faciliter la tâche. Il faudra cependant alors être attentif au *signe* de "g" qui pourra être positif ou négatif selon le choix qui est fait.

Les différents choix discutés ici sont simplement différentes manières de représenter une même situation. Les objets tomberont toujours de la même manière. Mais les équations pour décrire ces mouvements seront différentes. Un choix correct produit des équations plus simples à résoudre.

### A Pure chute

Si le point de départ de la chute est connu, il est plus commode de diriger le sens de l'axe vertical vers le bas. Alors "g" est de signe *positif*.

On peut choisir le niveau du sol comme origine du système. On peut aussi choisir le point de départ comme origine du système. (C'est ce que nous avons fait pour la chronophotographie puisque l'arrivée au sol ne nous intéressait pas.)

### B Lancer vers le haut

Lors de lancer d'objets vers le haut, le point le plus élevé de la trajectoire n'est pas nécessairement connu. Dans ce type de situation, il vaut mieux fixer l'origine du système au sol et orienter l'axe vers le haut. Alors "g" est de signe *négatif*.

## 5 Exercices

Sauf mention contraire, faire les exercices en prenant une valeur de "g" de  $10 \text{ ms}^{-2}$ .

- On laisse tomber des colis de vivres de 80 m de haut. La descente au sol est considérée comme une chute libre.
  - Quelle est la durée de la chute?
  - Quelle est la vitesse des colis en arrivant au sol?
- On lance un poids en métal vers le haut avec une vitesse de  $20 \text{ ms}^{-1}$ .
  - Après combien de temps reviendra-t-il au sol?
  - À quelle hauteur (max.) va-t-il monter?
- Dans la dernière seconde de sa chute, un corps parcourt 10 m. De quelle hauteur est-il tombé au total?
- Pour calculer la profondeur d'un puits, un physicien laisse tomber un baromètre dans le puits. Il entend "plouf" 3 secondes plus tard. Sachant que la vitesse du son dans l'air est de  $340 \text{ ms}^{-1}$ , déterminez la profondeur du puits.

**Troisième partie**

**Cinématique dans l'espace**



# Chapitre 10

## MCU

### Sommaire

---

1	mouvement circulaire uniforme . . . . .	<b>78</b>
2	Vitesses linéaire et angulaire . . . . .	<b>79</b>
	A    Vitesse linéaire . . . . .	79
	B    Vitesse angulaire . . . . .	81
3	L'accélération en MCU . . . . .	<b>81</b>
	A    L'accélération centripète . . . . .	81
	B    Grandeur de l'accélération centripète . . . . .	83
	C    Résumé . . . . .	86
4	Exercices . . . . .	<b>87</b>

---

## Introduction

Il va s'agir, ici, de décrire le mouvement d'un mobile ponctuel en rotation régulière.

Les exemples typiques sont :

- le mouvement d'une feuille de salade dans une essoreuse,
- celui de la pipette d'une roue de vélo lorsqu'on fait tourner la roue pour détecter une fuite,
- un objet dans une centrifugeuse,
- une pierre dans une fronde,
- une voiture dans un tournant,
- un enfant sur un carrousel,
- une planète en orbite autour du soleil,
- et en général un satellite (naturel ou artificiel) en orbite autour d'un astre.

## 1 mouvement circulaire uniforme

Introduisons ici des notations particulières à notre question.

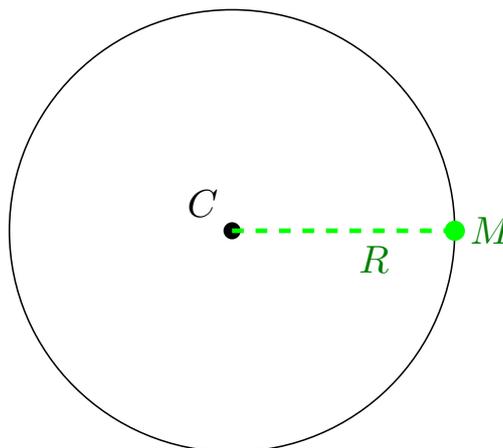
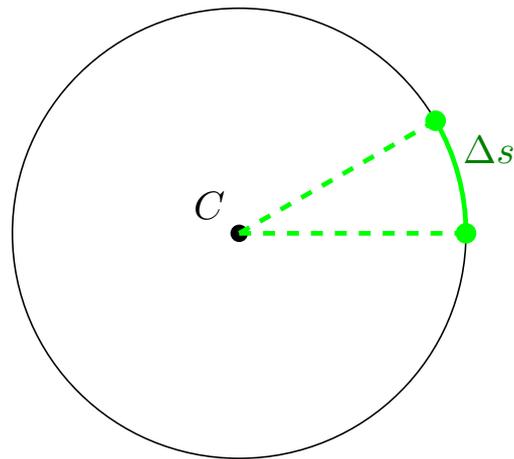


FIGURE 10.1 – L'objet M est en rotation autour de C à une distance R de C.

- \* Un objet de masse  $m$
- \* en mouvement circulaire uniforme
  - \* de rayon  $R$  (m)
  - \* et de centre  $C$
  - \* décrit des arcs  $\Delta s$  (m)
  - \* en des durées égales  $\Delta t$ . (s)
- \* La durée d'une révolution complète est la période  $T$  (s)

FIGURE 10.2 – L'objet M parcourt un arc de cercle  $\Delta s$ .

*Remarque 6.* La position sur la circonférence est repérée par la grandeur  $s$ . " $s$ " est une abscisse curviligne. (Unité SI : m)

Exemples de périodes :

- \* Ex : L'aiguille des secondes d'une horloge est en *MCU* et a une période  $T$  de 60s.
- \* Ex : L'aiguille des minutes d'une horloge a une période  $T$  de .....
- \* Ex : L'aiguille des heures d'une horloge a une période  $T$  de .....

## 2 Vitesses linéaire et angulaire

### A Vitesse linéaire

En *MCU*, la vitesse  $v$  est égale à la longueur d'arc de cercle parcourue par unité de temps. Càd.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

où

- $\Delta t$  est la durée nécessaire (s)
- pour parcourir
- $\Delta s$  la longueur d'arc (m).

Attention, rappel : Le sens positif est le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Pour un tour (une circonférence) :  $\Delta s = 2\pi R$  et  $\Delta t = T$

Et donc :

**Définition 27** (norme de la vitesse linéaire en *MCU*).

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (10.1)$$

où

- $v$  = la vitesse linéaire (m),
- $T$  = la durée d'une révolution complète ou période (s),
- $R$  = le rayon de la circonférence parcourue (m).

**a) Exemple :**

L'horloge de l'hôtel de ville a une trotteuse qui fait exactement 1 m de long. Quelle est la vitesse  $v$  de la pointe de la trotteuse ?

\* Données :

$$* R = 1\text{ m}$$

$$* T = 60\text{ s}$$

\* Inconnue :

$$* v = ?(m/s)$$

\* Formule :

$$* v = \frac{2\pi R}{T}$$

\* Solution :

$$* v = \frac{2\pi \cdot 1}{60} (m/s)$$

$$* v = \frac{6,28}{60} (m/s)$$

$$* v = 0,1 (m/s)$$

**b) Caractéristiques du vecteur vitesse**

Rappelons que les caractéristiques d'un vecteur sont :

- \* sa direction,
- \* son sens,
- \* sa grandeur et
- \* son point d'application.

Dans un chapitre précédent, nous avons vu qu'en tout point de la trajectoire, le vecteur vitesse  $\vec{v}$  est tangent à la trajectoire.

Ici, dans un mouvement circulaire, la trajectoire est la circonférence du cercle. Si  $\vec{v}$  est tangent à la circonférence du cercle, alors  $\vec{v}$  est perpendiculaire au rayon  $R$ .

$$\vec{v} \perp R$$

Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  est dans le sens du mouvement. La grandeur de  $\vec{v}$  est  $v$ . Son point d'application est le centre de masse du mobile en mouvement sur la circonférence.

Et donc, les caractéristiques du vecteur  $\vec{v}$  sont :

- \* sa direction :  $\vec{v} \perp R$
- \* son sens : le sens du mouvement
- \* sa grandeur :  $v = \frac{2\pi R}{T}$
- \* son point d'application : le centre de masse du mobile désigné par  $P$ .

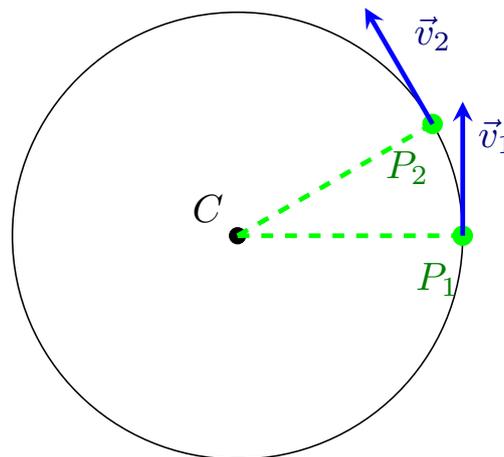


FIGURE 10.3 – Les vecteurs vitesses sont de même grandeur et perpendiculaires aux rayons.

## B Vitesse angulaire

La vitesse  $\vec{v}$  mesure le déplacement (m). Il peut être utile de mesurer la vitesse angulaire. La vitesse angulaire est liée à la période et au "nombre de tours" par seconde. Elle est une mesure de l'angle balayé par unité de temps. Plutôt que de mesurer l'amplitude de l'angle en degré, par convention, elle est donnée en "radians par seconde".

**Définition 28** (Vitesse angulaire). La vitesse angulaire  $\omega$  est l'angle balayé par unité de temps.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (10.2)$$

où :

- $\omega$  = la vitesse angulaire ( $\text{rad s}^{-1}$ )
- $T$  = la période ( $\text{s}^{-1}$ )

Dès lors, si on connaît l'angle  $\varphi$  que fait le segment  $OP$  avec l'axe des  $x$  à  $t_0$  et la vitesse angulaire  $\omega$ , on peut déterminer l'angle  $\theta(t)$  que fait le segment  $OP$  avec l'axe des  $x$  à tout instant  $t$ :

$$\theta(t) = \omega t + \varphi \quad (10.3)$$

Ici pour simplifier les raisonnements, on prendra le plus souvent  $\varphi = 0$ .  
L'angle initial  $\varphi$  est parfois nommé la phase.

## 3 L'accélération en MCU

### A L'accélération centripète

La vitesse  $v$  est certes constante, mais nous ne sommes plus en *MRU*. Le vecteur  $\vec{v}$  est bien de grandeur  $v$  constante MAIS la **direction** du vecteur  $\vec{v}$  change continuellement. Notons que ce changement est régulier, nous y reviendrons.

Rappelons la définition de l'accélération vectorielle!

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

### a) Différence de vitesses vectorielles

Ce changement de vitesse  $\Delta \vec{v}$  est une différence de vitesse.

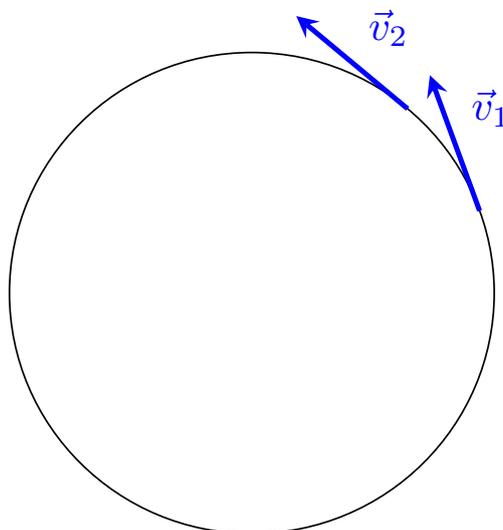


FIGURE 10.4 – Les vecteurs vitesses à deux instants  $t_1$  et  $t_2$ .

En MRU, nous faisons  $\Delta v = v_2 - v_1$ , ici, avec des grandeurs vectorielles, nous faisons

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Faire une différence de vecteurs revient à additionner un vecteur  $\vec{v}_2$  et l'opposé de  $\vec{v}_1$ .

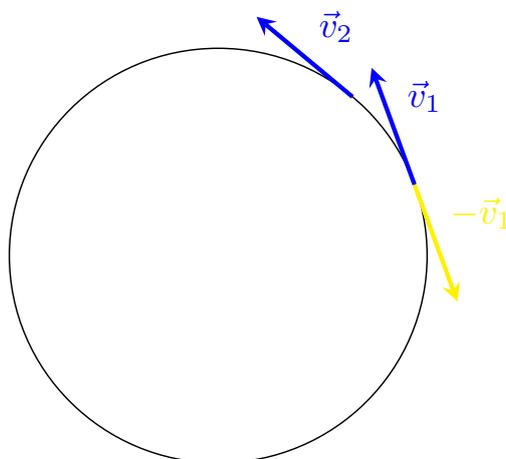


FIGURE 10.5 – Soustraire un vecteur : somme d'un vecteur et de l'opposé de l'autre.

Comme nous pouvons déplacer un vecteur pour faire la différence, nous avons maintenant :

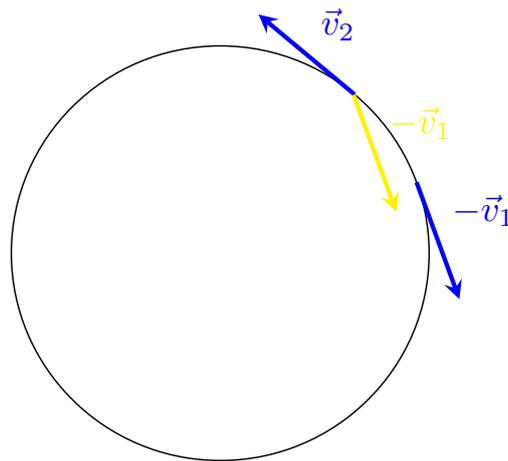


FIGURE 10.6 – Les vecteurs vitesses comme vecteurs libres.

Remarque : Le vecteur  $\Delta \vec{v}$  ne pointe pas parfaitement vers le centre car souvenons-nous que les définitions de la vitesse et de l'accélération impliquent de prendre  $\Delta t$  petit. Ce qui n'est pas le cas dans les illustrations précédentes.

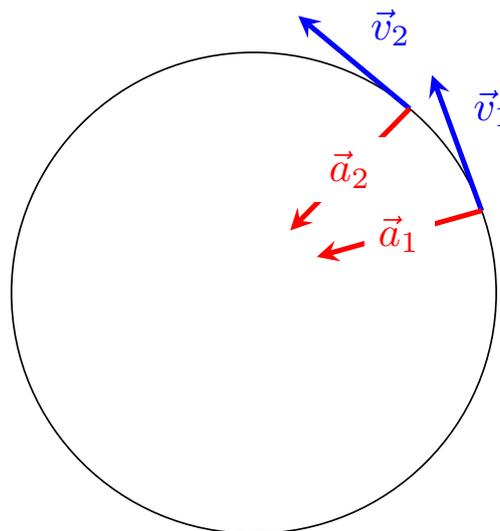


FIGURE 10.7 – Les vecteurs accélérations.

### Conclusion

$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$  est donc bien dirigé vers le centre et l'accélération  $\vec{a}$  sera aussi dirigée vers le centre. L'accélération  $\vec{a}$  est donc bien centripète.

## B Grandeur de l'accélération centripète

### introduction

Nous connaissons maintenant

- \* le point d'application (le point  $P$  : centre de masse de l'objet de masse  $m$ )
- \* la direction (selon une droite reliant le centre  $C$  et le point  $P$ ) et
- \* le sens (pointant vers le centre  $C$ )

de l'accélération centripète.

Mais nous ne connaissons pas encore la grandeur (ou norme) de l'accélération en MCU. Étudions ici cette question.

### a) Équations du mouvement : position

Sans beaucoup insister, nous avons défini la position du mobile en coordonnées polaires. Le vecteur position  $\vec{r}(t)$  est défini par un angle  $\theta$  et la longueur  $R$  du vecteur.

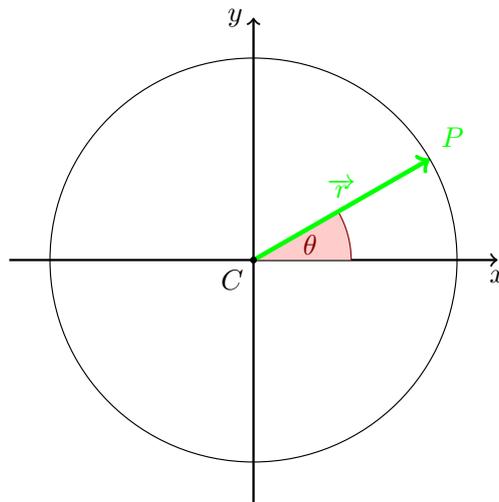


FIGURE 10.8 – La position de P en coordonnées polaires :  $P(\theta, r)$ .

Nous savons que notre mobile M se déplace à une vitesse linéaire constante et donc à une vitesse angulaire constante.

L'angle  $\theta$  indiquant la position de M sur la circonférence est déterminé par la vitesse angulaire via la relation suivante :

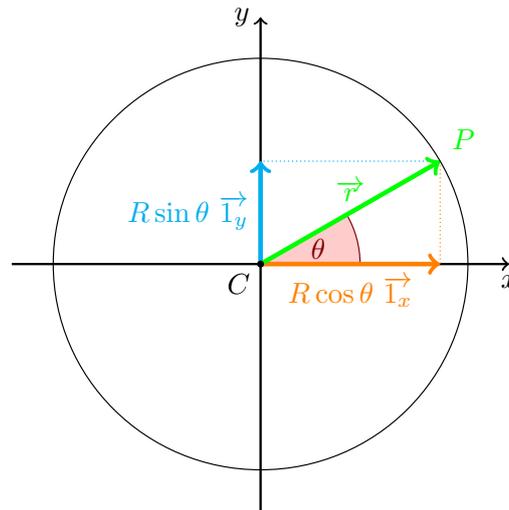
$$\theta = \omega \cdot t \quad (10.4)$$

Exprimons maintenant la position de notre mobile en fonction du temps dans un système de référence cartésien dont l'origine est le centre de rotation.

Le vecteur position  $\vec{r}(t)$  peut être vu comme la somme de deux vecteurs orientés selon les axes du système cartésien :  $\vec{r}(t) = \vec{r}_x(t) + \vec{r}_y(t)$

Les normes des composantes de  $\vec{r}(t)$  sont liées à  $R$  et  $\omega$  par les relations suivantes :

$$\begin{cases} r_x = R \cdot \cos(\omega t) \\ r_y = R \cdot \sin(\omega t) \end{cases} \quad (10.5)$$

FIGURE 10.9 – La position de P en coordonnées cartésiennes :  $P(r_x, r_y)$ .

Les équations 10.5 nous fournissent les coordonnées du point P où se trouve le mobile M mais aussi les composantes du vecteur position  $\vec{r}(t)$  en fonction du temps.

Les équations 10.5 rendent bien compte de la position de M.

En effet :

- la norme de  $\vec{r}(t)$  est égale à  $\sqrt{r_x^2 + r_y^2}$   
 $= \sqrt{R^2 \cdot \cos^2(\omega t) + R^2 \cdot \sin^2(\omega t)} = R\sqrt{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)} = R$ ;
- et donc la distance de M au centre de rotation est constante et vaut R;
- De plus, si  $t = T$ , alors  $\omega t = \omega T = \frac{2\pi}{T} T = 2\pi$ ;
- et nous avons  $\cos(\omega T) = \cos(2\pi) = 1$  et  $\sin(\omega T) = \sin(2\pi) = 0$ .

### b) Équations du mouvement : vitesse

Nous avons vu dans l'équation 4.5 (page 37)

que le vecteur vitesse s'obtient comme la dérivée du vecteur position.

Dérivons donc par rapport au temps le vecteur position obtenu par les équations 10.5.

$$\begin{cases} r'_x = (R \cdot \cos(\omega t))' = -R\omega \sin(\omega t) \\ r'_y = (R \cdot \sin(\omega t))' = R\omega \cos(\omega t) \end{cases} \quad (10.6)$$

Les composantes du vecteur vitesse sont donc :

$$\begin{cases} v_x = -R\omega \sin(\omega t) \\ v_y = R\omega \cos(\omega t) \end{cases} \quad (10.7)$$

$$\begin{cases} v_x = R\omega \cos(\omega t + \pi/2) \\ v_y = R\omega \sin(\omega t + \pi/2) \end{cases} \quad (10.8)$$

Ici aussi, ces équations sont cohérentes avec les résultats précédents : La norme de  $v(t) = R\omega$  et un schéma peut nous convaincre que la direction du vecteur est correcte.

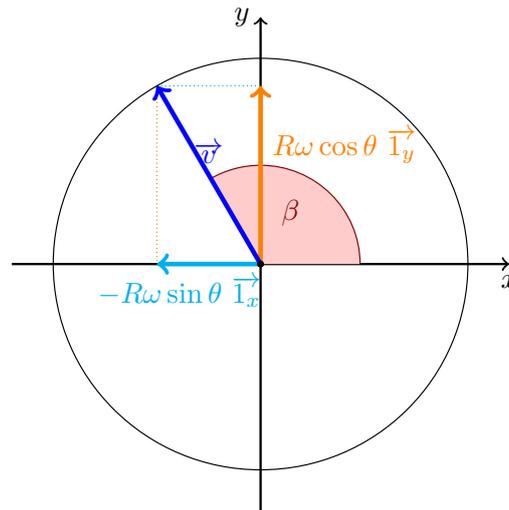


FIGURE 10.10 – Le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes.

En effet l'angle  $\beta$  que fait le vecteur vitesse avec l'horizontale est l'anti-complémentaire de l'angle formé par le vecteur position avec l'horizontale : le cosinus de  $\beta$  est égal à moins le sinus de  $\theta$  et le sinus de  $\beta$  est égal au cosinus de  $\theta$ . Le vecteur vitesse fait bien un angle droit avec le rayon. Si nous plaçons le vecteur vitesse en P, nous retrouvons le vecteur  $v$  tangent au cercle.<sup>1</sup>

### c) Équations du mouvement : accélération

Si le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position, nous avons aussi vu (voir éq. 7.4 p. 55) que le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse.

Appliquons ce résultat à notre cas.

$$\begin{cases} a_x = v'_x = (-R\omega \sin(\omega t))' = -R\omega^2 \cos(\omega t) \\ a_y = v'_y = (R\omega \cos(\omega t))' = -R\omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (10.9)$$

Et donc en MCU :

$$\begin{cases} a_x = -R\omega^2 \cos(\omega t) \\ a_y = -R\omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (10.10)$$

Observons de suite que nous obtenons la valeur de la norme de  $\vec{a}(t)$  :  $R\omega^2$ .

Mais aussi les deux composantes sont affublées d'un signe moins. Ceci est cohérent avec le fait que l'accélération est *centripète* en MCU!

## C Résumé

Nous connaissons donc maintenant toutes les caractéristiques du vecteur accélération  $\vec{a}(t)$  en MCU.

Résumons-les ici et déterminons ainsi complètement le vecteur accélération en MCU :

**Définition 29** (accélération en MCU). En MCU, l'accélération  $\vec{a}(t)$  a les caractéristiques suivantes :

- sa norme est  $a = R\omega^2$ . ( $\text{ms}^{-2}$ );
- sa direction est selon le rayon  $R$ ;
- son sens est dirigé vers le centre C de rotation (centripète).

1. Pour simplifier les schémas, nous avons pris un vecteur vitesse de même longueur que le vecteur  $\vec{r}$ .

## 4 Exercices

1. La circonférence de la Terre est approximativement de 40 000 km et elle effectue un tour sur elle-même en approximativement 24h. Quelle est la vitesse  $v$  de quelqu'un se trouvant à l'équateur?

\* Données :

$$* \text{Circ} \approx 40000 \text{ km} = 4 \times 10^7 \text{ m}$$

$$* T \approx 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$

\* Inconnue :

$$* v = ? (\text{m/s})$$

\* Formule :

$$* \text{Circ} = 2\pi R$$

$$* v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$* v = \frac{\text{Circ}}{T}$$

\* Solution :

$$* v = \frac{\text{Circ}}{T}$$

$$* v = \frac{4 \cdot 10^7}{86400} (\text{m/s})$$

$$* v \approx 462,9 (\text{m/s})$$

2. La Terre tourne autour du Soleil en approximativement 365 jours. La lumière met approximativement 8 minutes pour parcourir la distance entre la Terre et le Soleil. Sachant que la vitesse de la lumière est approximativement 300 000 km/s, quelle est la vitesse  $v$  de la Terre dans son mouvement orbital autour du Soleil?
3. La Lune tourne autour de la Terre en approximativement 28 jours. La lumière met approximativement 1 seconde pour parcourir la distance entre la Terre et la Lune. Sachant que la vitesse de la lumière est approximativement 300 000 km/s, quelle est la vitesse  $v$  de la Lune dans son mouvement orbital autour de la Terre?
4. On fait tourner un poids de 1 kg attaché à une corde de longueur = 2 m, un tour est fait en 4 s. Quelle est la valeur de  $v$ ?
5. Valeurs de  $\omega$  et de  $a$  pour tous les problèmes précédents.



# Chapitre 11

## MCUA

### Sommaire

---

1	Hypothèses de départ . . . . .	<b>90</b>
	A $\omega$ croissant et accélération angulaire . . . . .	90
2	Équations du mouvement . . . . .	<b>91</b>
	A      Le vecteur position . . . . .	91
	B      Le vecteur vitesse . . . . .	92
	C      le vecteur accélération . . . . .	92
3	Exercices : . . . . .	<b>96</b>

---

## Introduction

Nous allons développer ici les raisonnements faits au chapitre consacré au MCU.

### 1 Hypothèses de départ

Au lieu d'avoir une rotation régulière (et donc une vitesse angulaire constante), nous allons avoir une vitesse angulaire qui augmente régulièrement avec le temps. Supposons aussi que l'objet est initialement au repos.

Par ailleurs, l'objet M est toujours à une distance fixe R d'un centre C.

#### A $\omega$ croissant et accélération angulaire

**Définition 30** (Accélération angulaire en MCUA).

$$\alpha(t) = \alpha (= \text{cst.}) \quad (11.1)$$

où :

- $\alpha(t)$  est l'accélération *angulaire* instantanée ( $\text{rad s}^{-2}$ );
- elle est, dans tout le chapitre, constante c'ad indépendante du temps.

Nous allons avoir une vitesse angulaire augmentant régulièrement avec le temps.

**Définition 31** (Vitesse angulaire en MCUA).

$$\omega(t) = \alpha \cdot t \quad (11.2)$$

où :

- $\omega(t)$  est la vitesse angulaire *dépendante* du temps ( $\text{rad s}^{-1}$ ),
- $t$  est la durée écoulée depuis le début du mouvement (s),
- $\alpha$  est une accélération *angulaire* ici indépendante du temps ( $\text{rad s}^{-2}$ ).

L'angle  $\theta$  indiquant la position de M sur la circonférence est déterminé par la vitesse angulaire. Par analogie avec le MRUA, nous pouvons utiliser un argument d'intégration et alors écrire :

**Définition 32** (Angle instantané en MCUA (cas particulier) ).

$$\theta(t) = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad (11.3)$$

où :

- $\theta(t)$  est l'angle donnant la direction (et le sens) du vecteur position (rad).

Nous ne pourrons plus parler de période "T" puisque la valeur de l'angle n'augmente plus linéairement avec le temps mais comme le carré de celui-ci.

### a) Vitesse angulaire initiale

Nous allons, dans un premier temps, traiter la question du MCUA sans vitesse angulaire initiale. Ceci afin d'alléger les notations. Nous traiterons le cas général avec vitesse angulaire initiale plus tard.

Écrivons cependant déjà ici les équations angulaires dans le cas général du MCUA. En effet, certains choix d'écriture faits plus loin se justifient par le cas général.

Nous ne légendons que les nouvelles grandeurs qui apparaissent ici.

$$\alpha(t) = \alpha (= \text{cst.}) \quad (11.4)$$

$$\omega(t) = \alpha \cdot t + \omega_0 \quad (11.5)$$

où :

- $\omega_0$  est la vitesse angulaire *initiale* ( $\text{rad s}^{-1}$ ).

**Définition 33** (Angle en fonction du temps en MCUA (cas général) ).

$$\theta(t) = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \theta_0 \quad (11.6)$$

où :

- $\theta_0$  est l'angle initial du vecteur position (rad),

## 2 Équations du mouvement

En imitant la démarche que nous avons adoptée pour le MCU, étudions maintenant les différentes grandeurs du mouvement : les vecteurs position, vitesse et accélération.

### A Le vecteur position

En coordonnées polaires, le vecteur position  $\vec{r}(t)$  est toujours défini par un angle  $\theta$  et la longueur  $R$  du vecteur.

Nous savons aussi que le vecteur position  $\vec{r}(t)$  peut être vu comme la somme de deux vecteurs orientés selon les axes du système cartésien :  $\vec{r}(t) = \vec{r}_x(t) + \vec{r}_y(t)$

Les normes des composantes de  $\vec{r}(t)$  sont liées à  $R$  et  $\omega$  par les relations suivantes :

$$\begin{cases} r_x = R \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \alpha t^2\right) \\ r_y = R \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \alpha t^2\right) \end{cases} \quad (11.7)$$

Les équations 11.7 nous fournissent les coordonnées du point P où se trouve le mobile M mais aussi les composantes du vecteur position  $\vec{r}(t)$  en fonction du temps.

Les équations 11.7 rendent compte de la position de M.

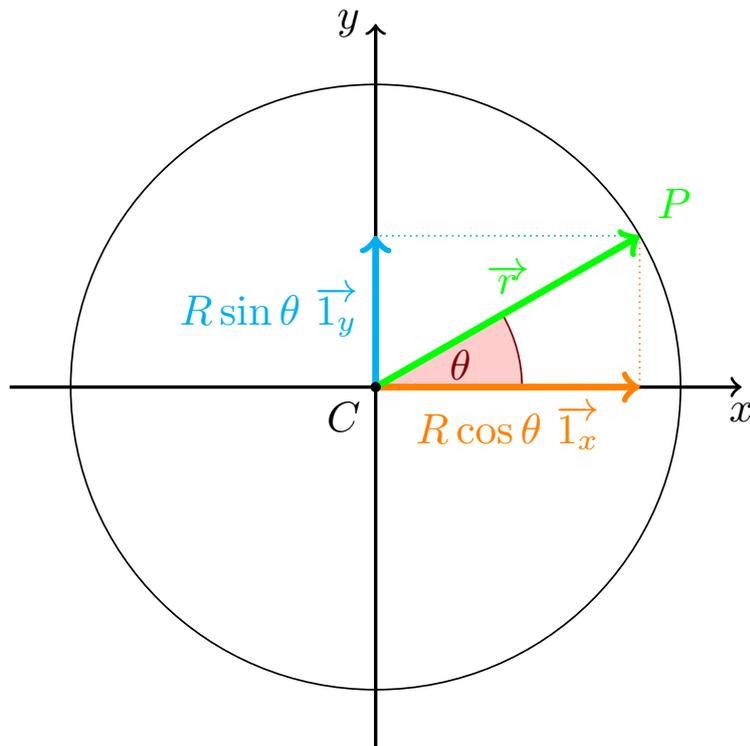
- la norme de  $\vec{r}(t)$  est égale à  $\sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ 

$$= \sqrt{R^2 \cdot \cos^2\left(\frac{1}{2} \alpha t^2\right) + R^2 \cdot \sin^2\left(\frac{1}{2} \alpha t^2\right)}$$

$$= R \sqrt{\cos^2\left(\frac{1}{2} \alpha t^2\right) + \sin^2\left(\frac{1}{2} \alpha t^2\right)}$$

$$= R;$$

- et donc la distance de M au centre de rotation est constante et vaut R;

FIGURE 11.1 – La position de P en coordonnées cartésiennes :  $P(r_x, r_y)$ .

## B Le vecteur vitesse

Nous avons vu dans l'équation 4.5 (page 37) que le vecteur vitesse s'obtient comme la dérivée du vecteur position. Dérivons donc par rapport au temps le vecteur position obtenu par les équations 11.7.

$$\begin{cases} r'_x = (R \cdot \cos(\frac{1}{2}\alpha t^2))' = -2R\frac{1}{2}\alpha t \sin(\frac{1}{2}\alpha t^2) \\ r'_y = (R \cdot \sin(\frac{1}{2}\alpha t^2))' = 2R\frac{1}{2}\alpha t \cos(\frac{1}{2}\alpha t^2) \end{cases} \quad (11.8)$$

Les composantes du vecteur vitesse sont donc :

$$\begin{cases} v_x = -R\alpha t \sin(\frac{1}{2}\alpha t^2) \\ v_y = R\alpha t \cos(\frac{1}{2}\alpha t^2) \end{cases} \quad (11.9)$$

La norme de  $v(t) = R\alpha t$

$$v(t) = R\alpha t \quad (11.10)$$

La direction du vecteur est toujours tangente à la trajectoire.

En effet l'angle  $\beta$  que fait le vecteur vitesse avec l'horizontale est l'anti-complémentaire de l'angle formé par le vecteur position avec l'horizontale : le cosinus de  $\beta$  est égal à moins le sinus de  $\theta$  et le sinus de  $\beta$  est égal au cosinus de  $\theta$ . Le vecteur vitesse fait bien un angle droit avec le rayon. Si nous plaçons le vecteur vitesse en P, nous retrouvons le vecteur  $v$  tangent au cercle.<sup>1</sup>

## C le vecteur accélération

Nous savons (voir éq. 7.4 p. 55) que le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse.

1. Pour simplifier les schémas, comme pour le MCU, nous avons pris un vecteur vitesse de même longueur que le vecteur  $\vec{r}$ .

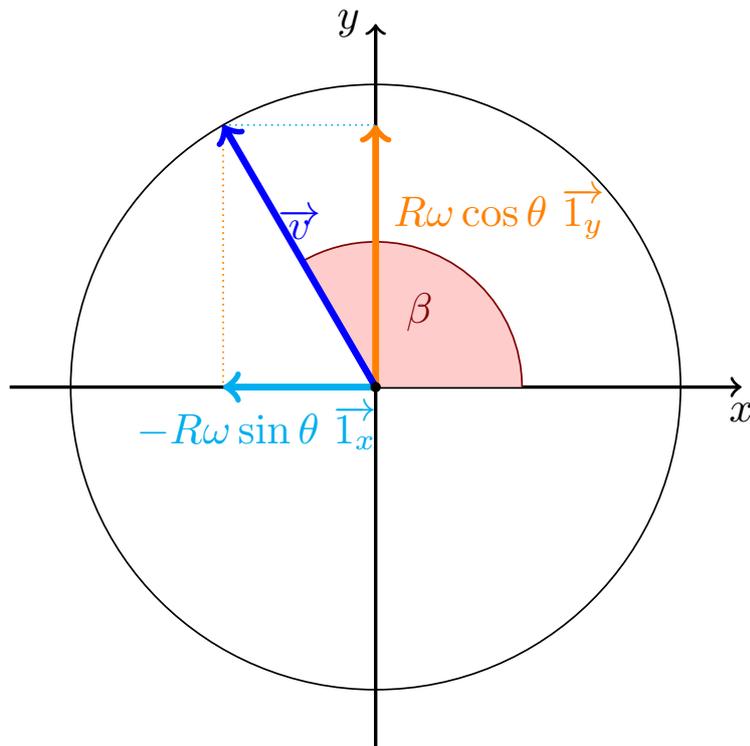


FIGURE 11.2 – Le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes.

Appliquons ce résultat à notre cas.

$$\begin{cases} a_x = v'_x = (-R\alpha t \sin(\frac{1}{2}\alpha t^2))' \\ a_y = v'_y = (R\alpha t \cos(\frac{1}{2}\alpha t^2))' \end{cases} \quad (11.11)$$

Et donc en MCUA :

$$\begin{cases} a_x = -R\alpha \sin(\frac{1}{2}\alpha t^2) - R t^2 \alpha^2 \cos(\frac{1}{2}\alpha t^2) \\ a_y = R\alpha \cos(\frac{1}{2}\alpha t^2) - R t^2 \alpha^2 \sin(\frac{1}{2}\alpha t^2) \end{cases} \quad (11.12)$$

Cette expression est plus complexe que celle du MCU. (voir éq. 10.10 p. 86) .

### a) Accélération normale et tangentielle

**(i) Accélération tangentielle :** Observons tout d'abord que nous avons la partie de l'accélération en " $R\alpha$ " a une composante en " $x$ " en " $-\sin(\frac{1}{2}\alpha t^2)$ " et une composante en " $y$ " en " $\cos(\frac{1}{2}\alpha t^2)$ ".

Cette partie de l'accélération est donc alignée comme le vecteur vitesse.

Il s'agit de l'accélération tangentielle discutée précédemment.

Sa norme sera donc :

$$\|\vec{a}_{tg.}\| = \sqrt{a_{tg.x}^2 + a_{tg.y}^2} \quad (11.13)$$

Comme nous en avons l'habitude, nous écrivons la norme du vecteur en n'écrivant pas la flèche du vecteur.

$$a_{tg.} = \|\vec{a}_{tg.}\| \quad (11.14)$$

$$a_{tg.} = \sqrt{R^2 \cdot \alpha^2 \cdot \cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right) + R^2 \cdot \alpha^2 \cdot \sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)} \quad (11.15)$$

$$a_{tg.} = R\alpha \sqrt{\cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right) + \sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)} \quad (11.16)$$

Donc :

$$a_{tg.} = R\alpha \quad (11.17)$$

**(ii) Accélération normale :** La partie de l'accélération en " $Rt^2\alpha^2$ " a une composante en " $x$ " en " $-\cos\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)$ " et une composante en " $y$ " en " $-\sin\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)$ ".

Cette partie de l'accélération est donc de même direction que le vecteur position mais de sens opposé.

Il s'agit de l'accélération normale discutée précédemment.

Sa norme sera donc :

$$a_n = \sqrt{a_{n.x}^2 + a_{n.y}^2} \quad (11.18)$$

$$a_n = \sqrt{R^2 t^4 \alpha^4 \cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right) + R^2 t^4 \alpha^4 \sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)} \quad (11.19)$$

$$a_n = Rt^2\alpha^2 \sqrt{\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right) + \cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right)} \quad (11.20)$$

Et donc :

$$a_n = Rt^2\alpha^2 \quad (11.21)$$

### b) Norme de l'accélération

Comme l'accélération normale et tangentielle sont perpendiculaires, il est très facile de déterminer la norme de  $\vec{a}$ .

$$\|\vec{a}(t)\| = \sqrt{a_n^2 + a_{tg.}^2} = \sqrt{R^2 t^4 \alpha^4 + R^2 \alpha^2} \quad (11.22)$$

$$\|\vec{a}(t)\| = R\sqrt{t^4 \alpha^4 + \alpha^2} \quad (11.23)$$

Ce qui peut aussi s'écrire :

$$\|\vec{a}(t)\| = R\sqrt{\omega^4 + \alpha^2} \quad (11.24)$$

Il aurait été tentant de mettre  $\alpha$  en évidence dans l'équation 11.23.

Remarquons cependant que si la vitesse angulaire initiale n'avait pas été nulle, alors on aurait eu

$$\omega(t) = \alpha t + \omega_0 \quad (11.25)$$

C'est pourquoi on préfère la forme de l'équation 11.24 à la précédente.

### c) Direction de l'accélération

La direction du vecteur accélération peut se déterminer par le raisonnement suivant :

Soit  $\theta_a$  l'angle formé par le vecteur  $\vec{a}$  et l'horizontale.

Soit  $\theta_v$  l'angle formé par le vecteur vitesse  $\vec{v}$  et l'horizontale.

$$\theta_v = \omega t + \pi/2 \quad (11.26)$$

La partie tangentielle de l'accélération forme donc aussi le même angle  $\theta_v$  avec l'horizontale.

$\theta_a$  est donc égal à l'angle  $\theta_v$  auquel il faut ajouter l'angle  $\varphi$  entre  $\vec{a}$  et l'accélération tangentielle  $\vec{a}_{tg}$ .

$$\theta_a = \theta_v + \varphi \quad (11.27)$$

$$\theta_a = \omega t + \pi/2 + \varphi \quad (11.28)$$

$$\varphi = \arctan \frac{a_n}{a_{tg}} = \arctan \frac{Rt^2\alpha^2}{R\alpha} = \arctan \left( \frac{t^2\alpha^2}{\alpha} \right) = \arctan \left( \frac{t\omega^2}{\alpha} \right) \quad (11.29)$$

Finalement on obtient donc :

$$\theta_a = \omega t + \arctan \left( \frac{t\omega^2}{\alpha} \right) + \pi/2 \quad (11.30)$$

C'est-à-dire dans le cas qui nous occupe :

$$\theta_a = \omega t + \arctan \left( \frac{t^2\alpha^2}{\alpha} \right) + \pi/2 \quad (11.31)$$

Un raisonnement simple va nous permettre de comprendre cette expression.

À l'instant initial, il faut "démarrer" le mobile M. L'accélération sera uniquement tangentielle. Cette accélération tangentielle reste constante (dans le cadre que nous nous sommes donné).

Plus la vitesse linéaire augmente, plus l'accélération normale doit être grande (comme dans le MCU).

Le vecteur accélération va donc devenir de plus en plus centripète au fur et à mesure du temps sans jamais tout à fait le devenir à cause de l'accélération tangentielle qui reflète l'augmentation de vitesse.

### d) En résumé

Nous connaissons donc maintenant toutes les caractéristiques du vecteur accélération  $\vec{a}(t)$  en MCUA.

Résumons-les ici et déterminons ainsi complètement le vecteur accélération en MCUA :

**Définition 34** (accélération en MCUA). En MCUA, l'accélération  $\vec{a}(t)$  a les caractéristiques suivantes :

- sa norme est  $\|\vec{a}(t)\| = a = R\sqrt{\omega^4 + \alpha^2}$ . ( $\text{m s}^{-2}$ );
- sa direction est donnée par  $\theta_a = \omega t + \arctan \left( \frac{t\omega^2}{\alpha} \right) + \pi/2$ ;
- son sens est dirigé vers l'intérieur du cercle (mais plus vers le centre).

*Remarque 7.* Notons que si l'accélération angulaire  $\alpha$  est constante, ce n'est pas le cas du vecteur accélération  $\vec{a}(t)$ . Sa norme augmente avec le temps et sa direction évolue de manière non triviale avec le temps.

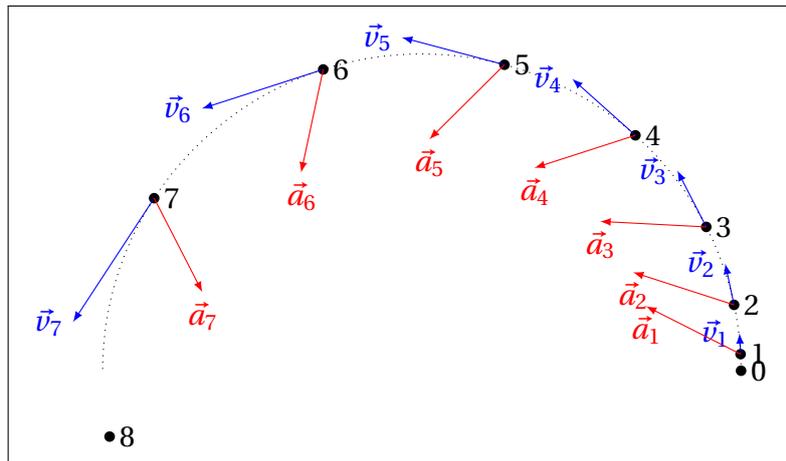


FIGURE 11.3 – L'accélération linéaire en MCUA.

### 3 Exercices :

# Chapitre 12

## Le tir horizontal

### Sommaire

---

1	Mise en situation . . . . .	<b>98</b>
	A      Expérience . . . . .	98
	B      Autres exemples . . . . .	99
	C      La notion de trajectoire d'Aristote à Galilée en passant par Léonard de Vinci : les boulets de canons . . . . .	100
2	Chronophotographie . . . . .	<b>104</b>
	A      analyse du mouvement vertical . . . . .	104
	B      Analyse quantitative du mouvement . . . . .	104
3	Conclusions . . . . .	<b>106</b>
4	Les équations du mouvement . . . . .	<b>106</b>
	A      Tableau récapitulatif : Les équations horaires ou paramétriques . . . . .	106
	B      Trajectoire : les équations cartésiennes . . . . .	107
5	Portée . . . . .	<b>108</b>
6	Autres . . . . .	<b>109</b>
	A      Vitesse en fonction de l'altitude . . . . .	109
	B      Angles . . . . .	109
	C $\vec{a}_n, \vec{a}_{tg}$ . . . . .	110
7	Exercices . . . . .	<b>112</b>

---

## Introduction

Le tir horizontal est le mouvement d'un objet à proximité de la surface de la Terre (ou d'une planète) et qui, au départ, n'a qu'une vitesse horizontale. Comme pour la chute libre, les effets de l'atmosphère peuvent être négligés.

## Exemples

- Si nous lâchons une balle, nous savons que le mouvement sera une chute libre en MRUA. Si, maintenant, nous sommes dans un train en marche et désirons laisser tomber une balle dans un seau posé sur le quai, nous savons que nous ne devons pas laisser tomber la balle à la verticale du seau mais "avant". Une personne se trouvant sur le quai verra la balle tomber selon une trajectoire courbée et pas à la verticale. Si nous sommes dans le train, comment nous apparaît la trajectoire?
- Si maintenant, nous sommes sur un pont et désirons laisser tomber une balle dans un seau ... posé sur le toit du train! Qu'allons nous faire? Quelle sera l'apparence de la trajectoire si nous sommes dans le train ou sur le pont?

La notion de système de référence, rappelée aux chapitres précédents, prend clairement beaucoup d'importance dans ces exemples. Les courbes ne seront pas les mêmes selon l'endroit où se trouve l'observateur : si vous êtes sur le pont la balle tombe tout droit (en MRUA), si vous êtes sur le train, la trajectoire est courbe. Pourtant, c'est la même balle qui tombe et elle prend autant de temps pour tomber quel que soit l'endroit où se trouve l'observateur. En y réfléchissant, est-ce si différent dans le premier exemple?

## 1 Mise en situation

### A Expérience

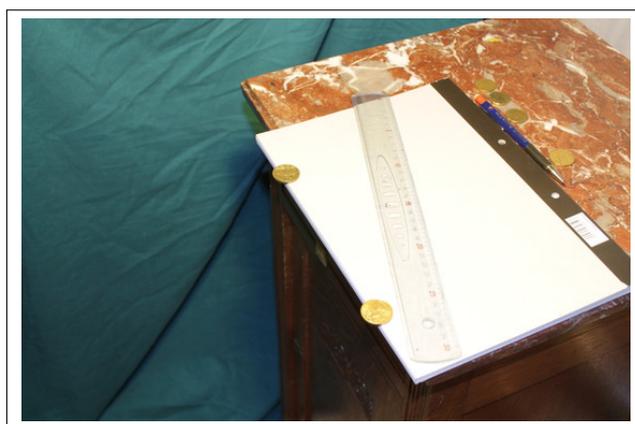


FIGURE 12.1 – Deux pièces, une latte, un axe sur une table.

Disposons deux pièces identiques en équilibre au bord d'une table. Ensuite nous faisons pivoter, à la surface de la table, une latte autour d'un axe (un bic ou un crayon) pour que la latte frappe les deux pièces simultanément.

Les deux pièces vont tomber en même temps. La pièce la plus proche de l'axe, ayant reçu la plus petite impulsion, va tomber presque au pied de la table. L'autre pièce va tomber plus loin.



FIGURE 12.2 – Les deux pièces vont tomber en même temps.

**Conclusion 1.** *Mais les deux pièces arrivent au sol en même temps!*

## B Autres exemples

### a) Dans le train

Si, dans un train en MRU, nous laissons tomber un objet, cet objet va tomber à nos pieds. Tout se passe, de notre point de vue, comme si l'objet était en chute libre.

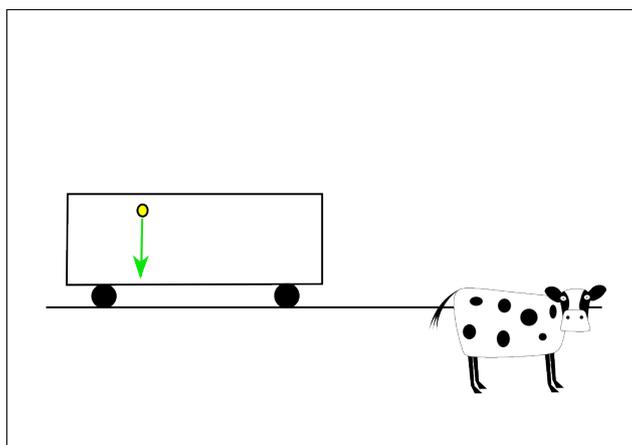


FIGURE 12.3 – Chute dans le train : point de vue du passager.

Du point de vue de la vache qui regarde passer le train, pourtant, la trajectoire est courbe!

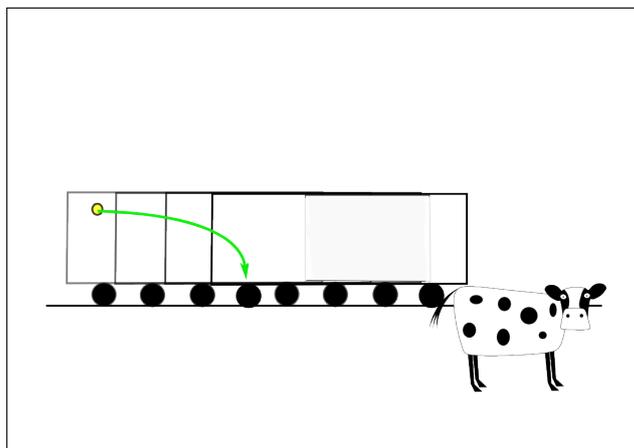


FIGURE 12.4 – Chute dans le train : point de vue de la vache.

### b) Largage depuis un avion

Observons le largage de bombes depuis un avion. Si l'observateur se trouve dans un autre avion volant en formation avec le bombardier, les bombes tombent à la verticale de l'avion.



FIGURE 12.5 – Bombardement.

## C La notion de trajectoire d'Aristote à Galilée en passant par Léonard de Vinci : les boulets de canons

Si il nous apparaît difficile d'étudier ce mouvement, nous pouvons nous rassurer en étudiant l'histoire des sciences. Le type de trajectoire supposée a parfois été franchement fantaisiste.

Ainsi, selon Aristote, lorsqu'on projette une balle en l'air, on lui donne une certaine "réserve" de mouvement (comme lorsque nous faisons le plein d'une voiture). Lorsque cette réserve est épuisée, la balle tombe à la verticale car le sol est "son lieu naturel".

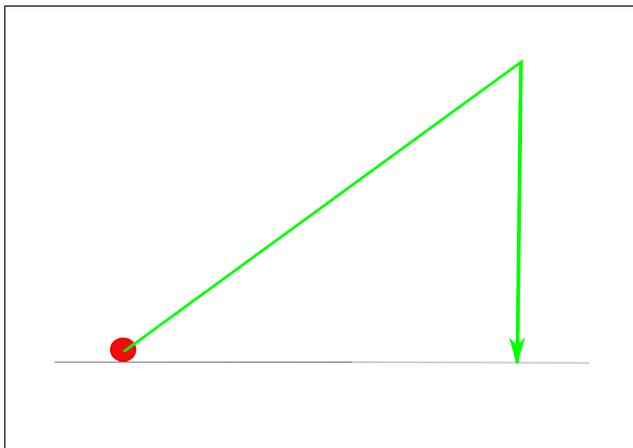


FIGURE 12.6 – Le lancer d’une balle selon Aristote.

Aristote est plutôt un biologiste, un linguiste ou encore un logisticien. Ses opinions sur la physique sont plus de l’ordre de la philosophie. Il affirme qu’il y a quatre éléments : l’eau, l’air, la terre et le feu. Le point de vue d’Aristote est celui adopté par l’Église pendant le Moyen Âge.

À la fin du Moyen Âge, la poudre noire commence à être utilisée. Les premiers canons font leur apparition. Des manuels pour artilleurs commencent à circuler.

Au début, la trajectoire décrite reste celle d’Aristote.

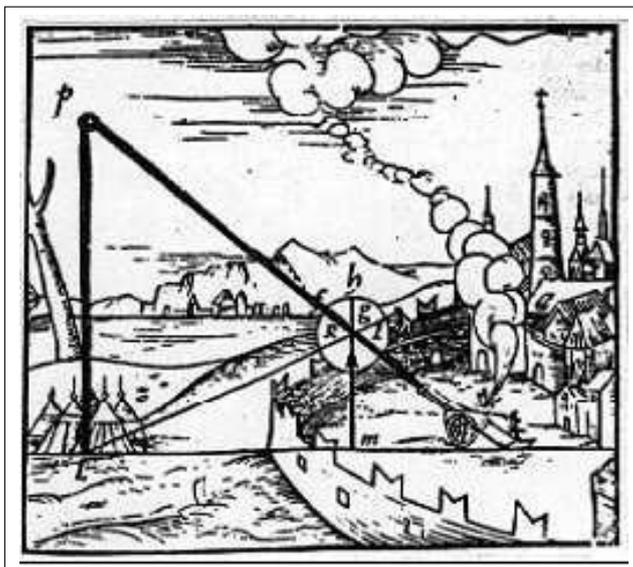


FIGURE 12.7 – Tir de canon selon Aristote.

Des mesures d’angles de plus en plus précises sont réalisées.



FIGURE 12.8 – Mesure d'angle de tir.

Le pragmatisme fait apparaître des schémas qui vont progressivement s'approcher de la réalité.

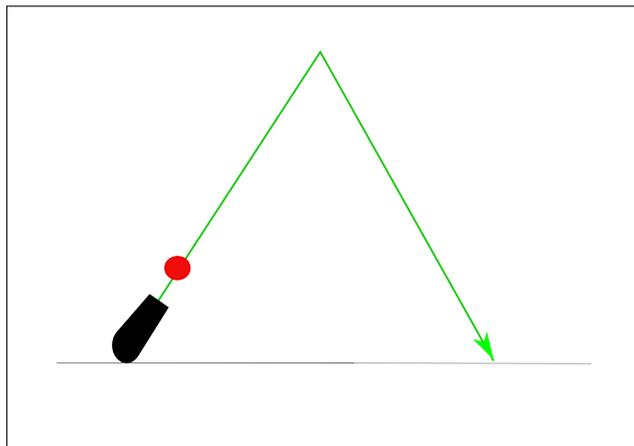


FIGURE 12.9 – Le lancer du boulet de canon au Moyen Âge : deuxième version.

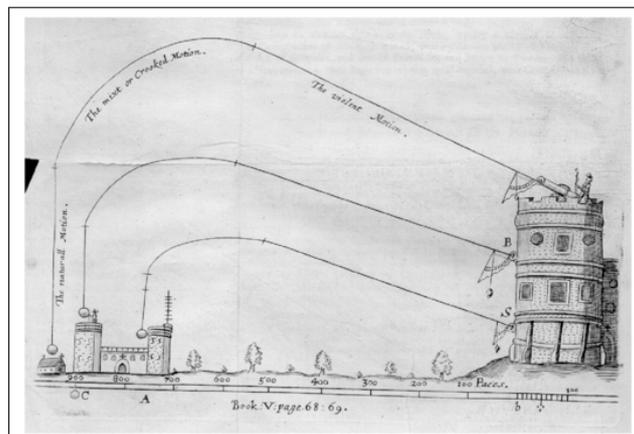


FIGURE 12.10 – Le lancer du boulet de canon au Moyen Âge : troisième version.

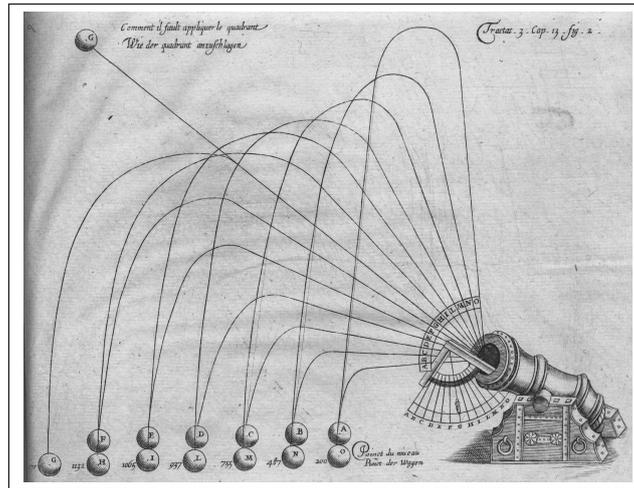


FIGURE 12.11 – Le lancer du boulet de canon au Moyen Âge : quatrième version.

Léonard de Vinci est le premier à dessiner une parabole mais sans le dire!

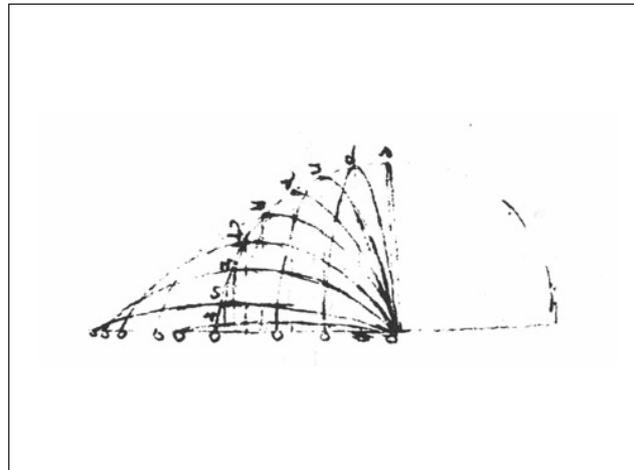


FIGURE 12.12 – Le lancer du boulet de canon selon Léonard de Vinci (1493).

Finalement, c'est Galilée qui identifie clairement la trajectoire comme parabolique.

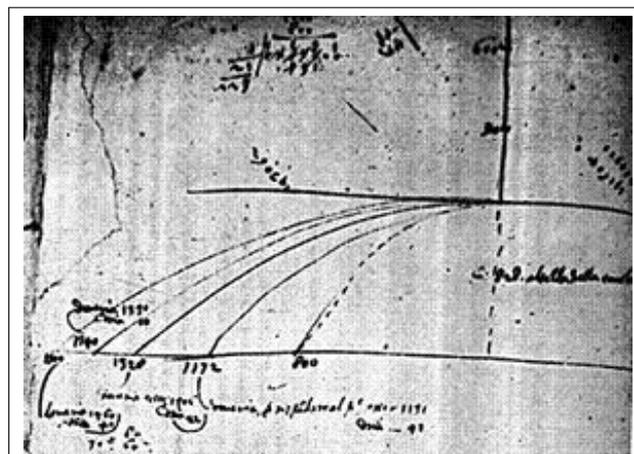


FIGURE 12.13 – Le lancer du boulet de canon selon Galilée.

## 2 Chronophotographie

Clarifions notre point de vue en faisant une analyse plus quantitative de ce type de mouvement. Nous connaissons la technique de la chronophotographie. Utilisons-la.

### A analyse du mouvement vertical

Faisons la chronophotographie de deux billes identiques qui tombent. Elles démarrent simultanément. L'une chute à la verticale, l'autre est poussée sur le côté au début de la chute. (De même, quand je lâche ma balle depuis le train, je cesse de la pousser. Je lui ai donné une poussée horizontale qui est la vitesse du train et donc une vitesse horizontale, sans plus.)

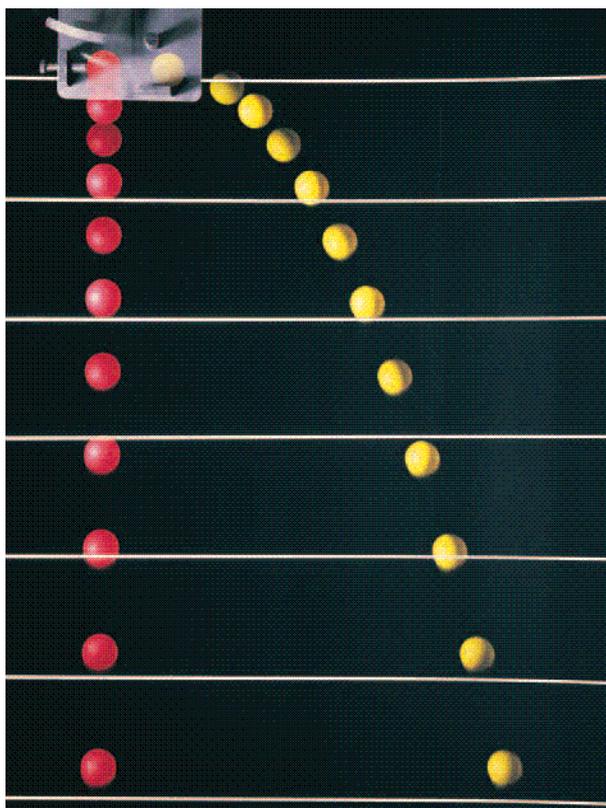


FIGURE 12.14 – Chronophotographie de deux billes.

Comptons les spots correspondant aux billes, le nombre est le même.  
Nous pouvons conclure que les billes mettent le même temps pour arriver au sol.

Le mouvement vertical est le même!

Nous remarquons que les deux billes sont toujours à la même hauteur au même instant.

**Propriété 4.** *La composante verticale de leur position est donc identique à tout instant.*

$$\forall t : r_{1y}(t) = r_{2y}(t)$$

### B Analyse quantitative du mouvement

Représentons une chronophotographie décrivant une même situation sur un diagramme avec un système d'axes.

Les images de la chronophotographie sont prises tous les  $20^{\text{èmes}}$  de seconde, le sommet gauche est l'origine (0,0) du repère. Les positions de la bille sur la chronophotographie sont représentées par les points en vert. La trajectoire (également en vert) a été extrapolée mais est correcte.

Nous avons fait un choix d'axes où le sens positif de la direction verticale est vers le bas.

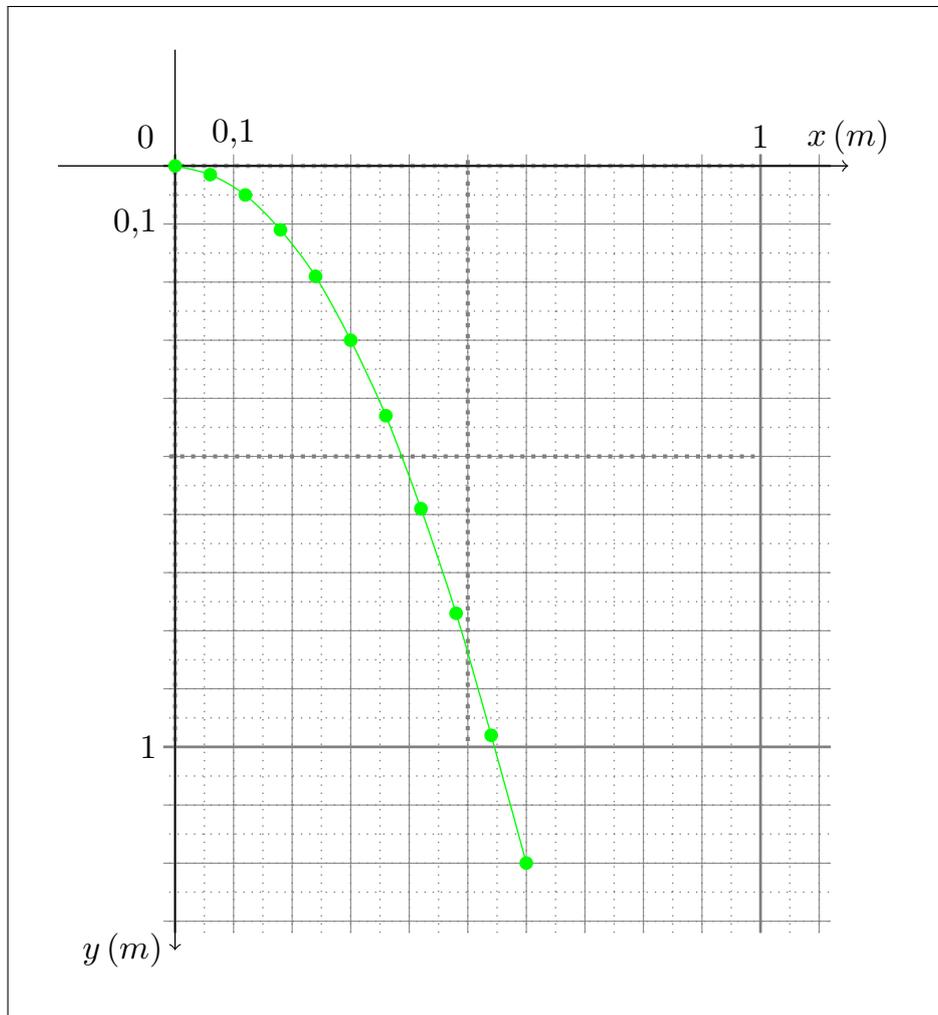


FIGURE 12.15 – Graphique de la chronophotographie.

Répondez aux questions suivantes :

1. Écrivez les coordonnées (x;y) de chaque image de la bille. Ces coordonnées nous donnent les composantes (x;y) du vecteur position  $\vec{r}$ .
2. Oubliez la composante y et faites un tableau de la composante x de  $\vec{r}$  en fonction du temps (tous les  $20^{\text{èmes}}$  de seconde).  
Cette composante s'écrit :  $\vec{r}_x$  et comme elle dépend du temps elle s'écrira :  $\vec{r}_x(t)$   
(par facilité nous ne regarderons que la norme  $r_x(t)$  de  $\vec{r}_x(t)$ )  
Ce mouvement horizontal est-il un MRU ou un MRUA?
3. idem pour  $\vec{r}_y(t)$
4. Après une demi-seconde, déterminez la vitesse horizontale  $\vec{v}_x(0,5)$ .
5. Après une demi-seconde, déterminez la vitesse verticale  $\vec{v}_y(0,5)$ .
6. Déterminez le vecteur vitesse instantanée  $\vec{v}(0,5)$  alors par l'addition des vecteurs : Sa longueur  $v(0,5)$  et l'angle qu'il fait avec l'horizontale.

Organisons les mesures sous la forme d'un tableau.

$n^0$	t (s)	$r_x(t)$ (m)	$r_y(t)$ (m)
1	0	0	0
2	0,05		
3	0,10		
4	0,15		
5	0,20		
6	0,25		
7	0,30		
8	0,35		
9	0,40		
10	0,45		
11	0,50		

### 3 Conclusions

Si un objet est lancé horizontalement (à la surface de la terre), alors

- les mouvements horizontaux et verticaux sont indépendants!
- Le mouvement horizontal est un MRU. La vitesse horizontale  $\overrightarrow{v_x(t)}$  **est constante**; le déplacement horizontal est proportionnel au temps :

$$\overrightarrow{\Delta r_x(t)} = \overrightarrow{v_x(t)} \cdot \Delta t \quad (12.1)$$

- Le mouvement vertical, lui, est un MRUA. L'accélération  $\overrightarrow{a_y}$  est constante, dirigée vers le bas est égale  $g$  ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )
- sa vitesse verticale  $\overrightarrow{v_y(t)}$  est égale à

$$\overrightarrow{v_y(t)} = \overrightarrow{g} \cdot \Delta t \quad (12.2)$$

- La position verticale est égale à

$$\overrightarrow{r_y(t)} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{g} \cdot \Delta t^2 \quad (12.3)$$

- Le vecteur vitesse de l'objet est obtenu à tout instant par l'addition de  $\overrightarrow{v_x(t)}$  et de  $\overrightarrow{v_y(t)}$ .
  - La norme du vecteur se calcule par la relation de Pythagore

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad (12.4)$$

et

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (12.5)$$

- le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire. Son angle avec l'horizontale se calcule par la relation :

$$\text{tg}(\Theta) = \frac{v_y}{v_x} \quad (12.6)$$

## 4 Les équations du mouvement

### A Tableau récapitulatif : Les équations horaires ou paramétriques

Attention! Ici, l'axe vertical est choisi dirigé vers le haut. L'origine du système de référence est au niveau du sol au pied du point de départ qui se trouve lui à une hauteur "h".

Grandeur	en X	en Y	Unité
$\vec{r}_i$	$r_{ix} = 0$	$r_{iy} = h$	(m)
$\vec{v}_i$	$v_{ix} = \dots$	$v_{iy} = 0$	(m/s)
$\vec{a}_i$	$a_{ix} = a_x = 0$	$a_{iy} = a_y = -g = -9,81$	(m/s <sup>2</sup> )
$\vec{r}(t)$	$r_x(t) = r_{ix} + v_{ix} \cdot t + 1/2 \cdot a_x \cdot t^2$ $= 0 + v_{ix} \cdot t + 0$ $= v_{ix} \cdot t$	$r_y(t) = r_{iy} + v_{iy} \cdot t + 1/2 \cdot a_y \cdot t^2$ $= h + 0 \cdot t + 1/2 \cdot (-9,81) \cdot t^2$ $= h + 1/2 \cdot (-9,81) \cdot t^2$	(m)
$\vec{v}(t)$	$v_x(t) = v_{ix} + a_x \cdot t$ $= v_{ix}$ $= v_{ix}$	$v_y(t) = v_{iy} + a_y \cdot t$ $= a_y \cdot t$ $= -9,81 \cdot t$	(m/s)
$\vec{a}(t)$	$a_x(t) = a_{ix} = a_x = 0$	$a_y(t) = a_{iy} = -9,81$	(m/s <sup>2</sup> )
$\vec{r}_f$	$r_{fx} = v_{ix} \cdot t_f$	$r_{fy} = h - (1/2 \cdot 9,81 \cdot t_f) = 0$	(m)
$\vec{v}_f$	$v_{fx} = v_{ix}$	$v_{fy} = (-9,81) \cdot t_f$	(m/s)
$\vec{a}_f$	$a_{fx} = 0$	$a_{fy} = a_x = -9,81$	(m/s <sup>2</sup> )

TABLE 12.1 – Les équations horaires du tir horizontal.

## B Trajectoire : les équations cartésiennes

Pour savoir quelle trajectoire exacte le mobile va suivre, il faut, ici, obtenir une équation reliant " $r_x$ " et " $r_y$ " à tout instant " $t$ ".

$$\begin{cases} r_x(t) = v_0 \cdot t \\ r_y(t) = h - 1/2 \cdot g \cdot t^2 \end{cases} \quad (12.7)$$

Il faut isoler " $t$ " dans la première équation et substituer ce " $t$ " dans la deuxième. (Pour alléger les notations, nous n'écrirons plus " $r_x(t)$ " dans ce qui suit mais " $x$ ", de même en " $y$ ".)

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = h - 1/2 \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases} \quad (12.8)$$

L'équation de la trajectoire peut s'écrire :

**Conclusion 2** (Équation de la trajectoire du tir horizontal).

$$y = \frac{-g}{2v_0^2} x^2 + h \quad (12.9)$$

Cette équation est clairement une équation d'une branche de parabole.

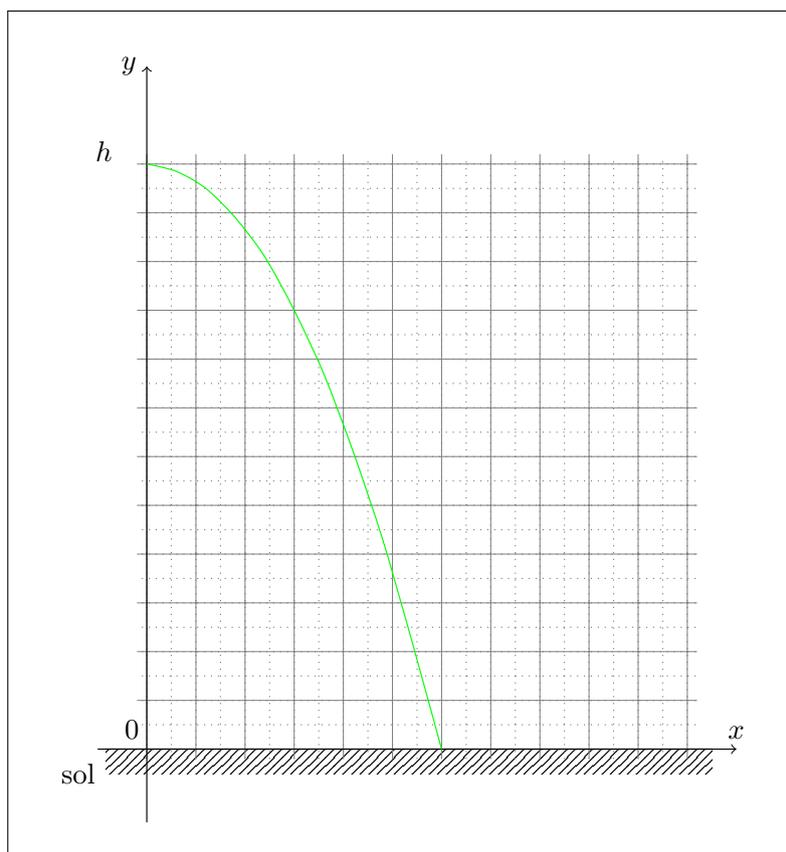


FIGURE 12.16 – La trajectoire est parabolique.

La trajectoire du mobile est une branche de parabole dans le tir horizontal.

## 5 Portée

La portée " $R$ " est la distance maximale susceptible d'être atteinte. Elle se mesure au sol depuis la verticale du point de départ.

Elle s'obtient en cherchant les racines de l'équation de la trajectoire. Il faut donc poser " $y = 0$ " dans l'équation 2 p. 107. Comme le sommet de la parabole est au dessus de l'origine, les deux racines sont opposées. Nous garderons la racine positive.

**Définition 35** (Portée du tir horizontal).

$$R = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (12.10)$$

La portée " $R$ " du tir horizontal est purement fonction de la vitesse horizontale initiale et de l'altitude de départ.

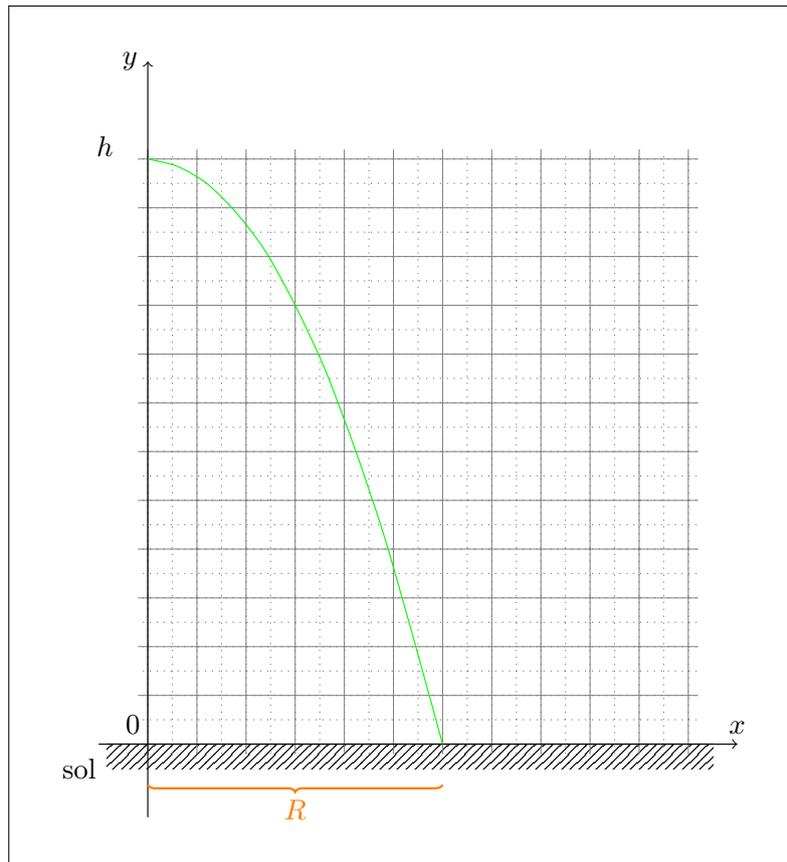


FIGURE 12.17 – La portée du tir horizontal.

## 6 Autres

### A Vitesse en fonction de l'altitude

$$v_y(r_y) = \sqrt{2g\Delta r_y} \quad (12.11)$$

### B Angles

L'angle  $\theta$  que fait la vitesse par rapport à l'horizontale en tout point de la trajectoire est fourni par les composantes du vecteur vitesse.

$$\theta = \arctan \frac{v_y}{v_x} \quad (12.12)$$

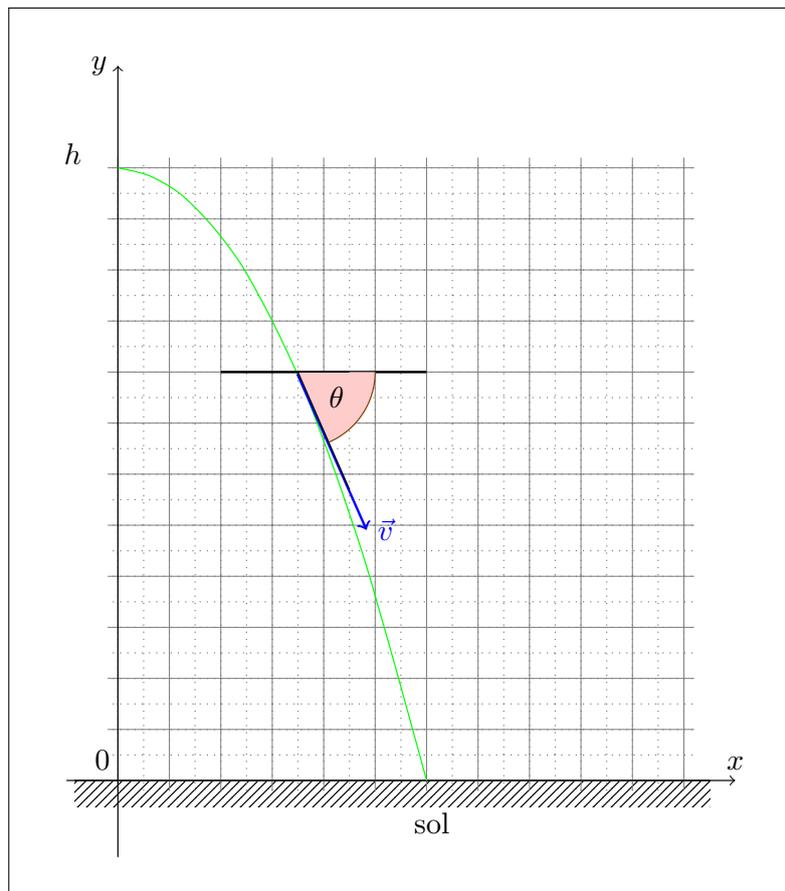


FIGURE 12.18 – L'angle de la vitesse avec l'horizontale dans le tir horizontal.

Ceci explique, en partie, pourquoi il a été si difficile d'analyser le tir horizontal.

Rappelons que les frottements introduisent une accélération s'opposant au mouvement, proportionnelle mais opposée à la vitesse :

$$\vec{a} = -b\vec{v} \quad (12.13)$$

où  $b$  est un coefficient dit "de traînée" dépendant de la densité de l'objet, de sa géométrie et du milieu traversé (ici de l'air).

L'accélération dans un mouvement "réel" va donc être l'addition de l'accélération constante de gravité " $g$ ", qui est verticale, et de cette accélération due aux frottements, qui est oblique et variable en grandeur et direction avec le temps. Ceci complique sérieusement les équations et il faut avoir recours à un système d'équations différentielles. Cette démarche est non triviale et dépasse le cadre de ce cours.

### C $\vec{a}_n, \vec{a}_{tg}$

En combinant le fait que l'accélération  $g$  est constante en norme et en direction avec le point précédent, il est possible de déterminer les accélérations normales et tangentielles.

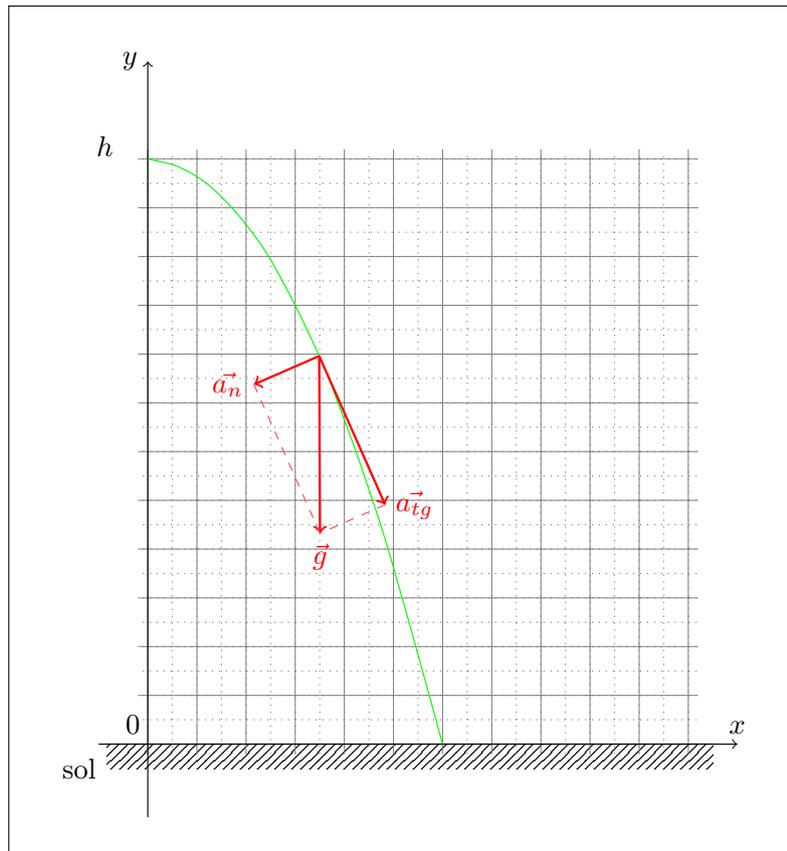


FIGURE 12.19 – Les accélérations normales et tangentielles.

Remarquons simplement qu'au départ l'accélération est purement normale et qu'elle devient de plus en plus tangentielle avec le temps.

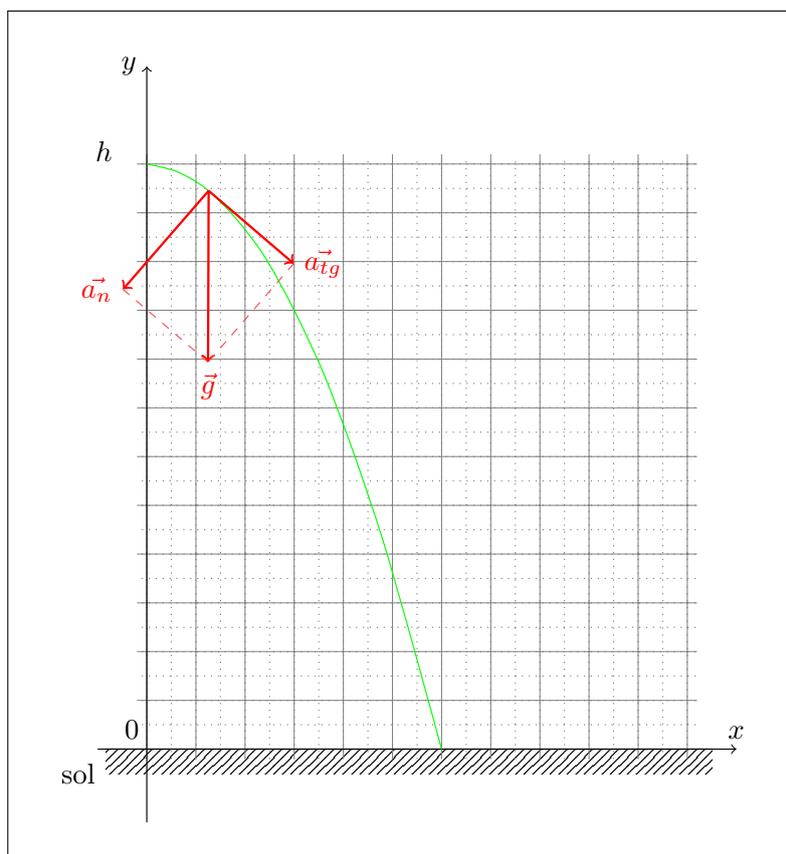


FIGURE 12.20 – Les accélérations normales et tangentielles peu après le départ.

## 7 Exercices

- Depuis une fenêtre à 3 m de haut, on lance trois fois de suite une même balle avec une même vitesse de  $2 \text{ m s}^{-1}$ .  
Pour chaque cas, déterminez le temps nécessaire pour que la balle arrive au sol.
  - La première fois, on lance la balle vers le bas,
  - la deuxième vers l'avant,
  - la troisième fois vers le haut.
- Un obus est lancé à l'horizontale avec une vitesse de  $350 \text{ m s}^{-1}$  depuis le sommet d'une falaise de 90 m de haut.
  - Après combien de temps arrive-t-il au sol?
  - À quelle distance du pied de la falaise se situera l'impact?
  - Avec quelle vitesse frappe-t-il le sol?
  - Quelle est l'équation de la trajectoire?

# Chapitre 13

## Le tir oblique ou parabolique

### Sommaire

---

1	Équations du mouvement . . . . .	<b>114</b>
	A      Les règles du jeu . . . . .	114
	B      Vitesse initiale oblique . . . . .	115
	C      Vitesse . . . . .	115
	D      Équations paramétriques ou horaires . . . . .	116
2	Trajectoire : équation cartésienne . . . . .	<b>116</b>
	A      Hauteur maximale . . . . .	117
3	Portée . . . . .	<b>118</b>
	A      En général . . . . .	118
	B      Portée maximale . . . . .	119
4	Autres . . . . .	<b>120</b>
	A      Vitesse en fonction de l'altitude . . . . .	120
	B      Angles . . . . .	120
	C $\vec{a}_n, \vec{a}_{tan}$ . . . . .	120
5	Cibles . . . . .	<b>121</b>
	A      Équations générales . . . . .	121
	B      De haut, c'est plus beau : la citadelle . . . . .	126
6	Avec les frottements . . . . .	<b>128</b>
7	Exercices . . . . .	<b>128</b>

---

## Introduction

Un lancer d'objet à proximité de la surface terrestre comme dans le cas du tir horizontal représente plutôt l'exception que la règle. Très souvent, la vitesse initiale de l'objet n'est ni purement horizontale ni purement verticale mais oblique.

Les exemples typiques de ce type de mouvement sont :

- les lancers de balles (golf, football, tennis ...)
- et les lancers de projectiles *non* auto-propulsés (canons, balles de fusil, catapultes, et balistes ...).

Nous allons ici traiter le problème au travers des équations du mouvement.

## 1 Équations du mouvement

### A Les règles du jeu

Nous allons donc étudier des mouvements où la seule accélération est due à la gravité terrestre<sup>1</sup>.

La vitesse initiale est une vitesse oblique à la surface de la Terre.

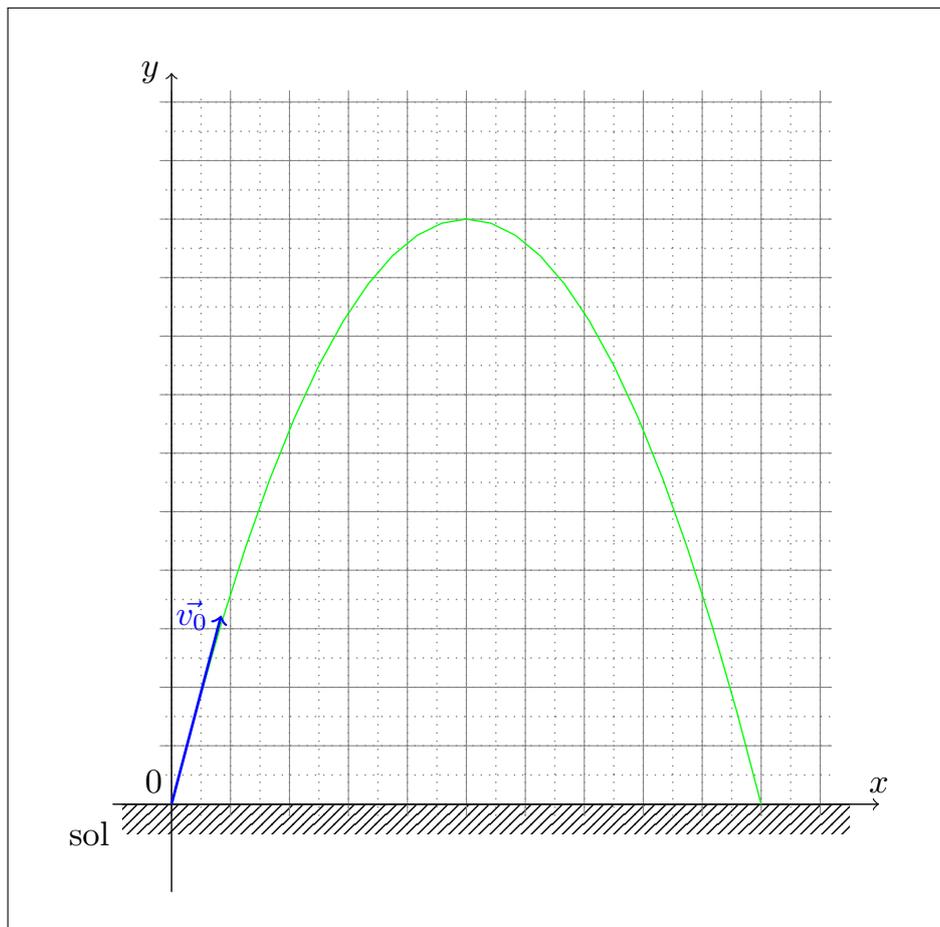


FIGURE 13.1 – Le tir oblique.

Les équations du mouvement, dans notre cas, doivent tenir compte de l'indépendance des mouvements horizontaux et verticaux.

1. Cette étude peut s'étendre à tout mouvement à la surface d'un astre. Il suffira de prendre une valeur de "g" adaptée à l'astre en question.

Nous négligerons aussi les frottements.

## B Vitesse initiale oblique

Le premier point à traiter est la vitesse initiale.

Cette vitesse est oblique par rapport à la surface de la Terre, puisque c'est ainsi que nous définissons le mouvement que nous étudions.

La vitesse initiale peut toujours se décomposer en une vitesse horizontale et une vitesse verticale.

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \quad (13.1)$$

Si la vitesse initiale est fournie par un dispositif comme un canon ou le pied d'un joueur de football, il est raisonnable de considérer que la norme (maximale) de la vitesse initiale est constante.

Ce qui va faire varier les valeurs des vitesses horizontale et verticale sera l'angle  $\theta$  que fait le vecteur vitesse initiale l'horizontale.

Si " $v$ " est la norme du vecteur vitesse, nous pourrions écrire :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \theta \\ v_{0y} = v_0 \sin \theta \end{cases} \quad (13.2)$$

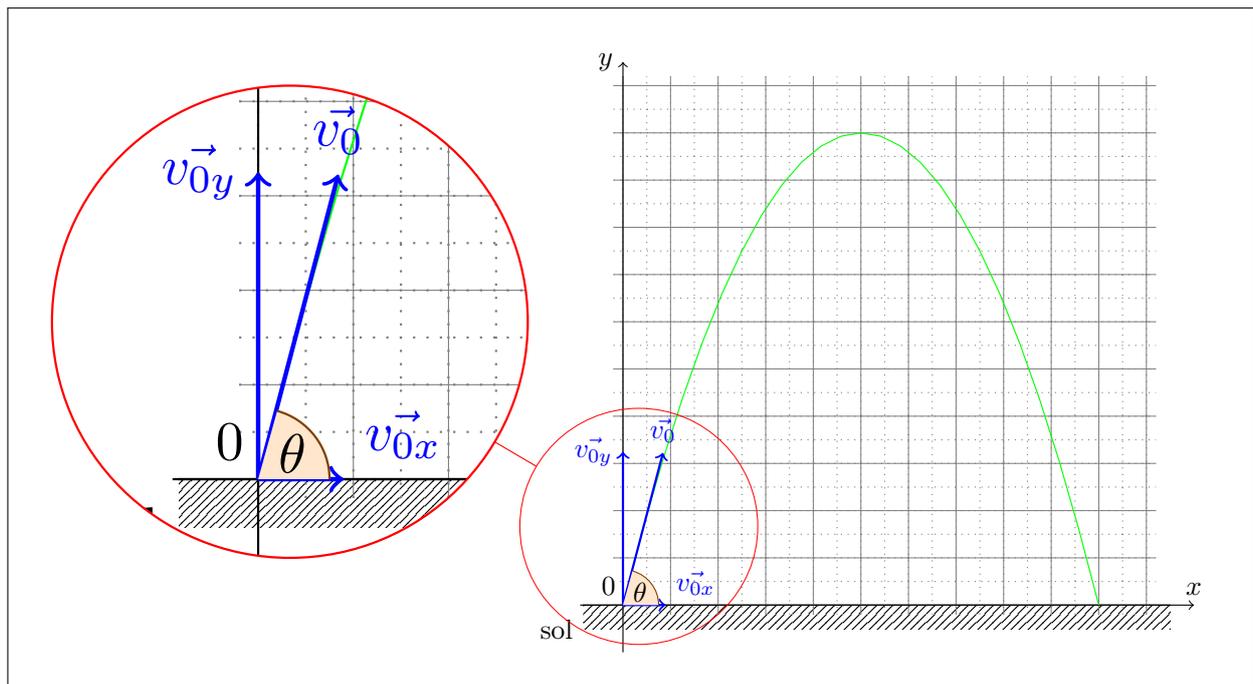


FIGURE 13.2 – Les composantes de la vitesse initiale.

## C Vitesse

### a) Composante horizontale

Comme dans le cas du tir horizontal, le mouvement horizontal ne connaît pas d'accélération. la vitesse horizontale est donc constante.

$$v_x(t) = v_x = \text{cste.} \quad (13.3)$$

La partie horizontale du mouvement obéira aux équations du MRU.

**b) Composante verticale**

Contrairement au cas du tir horizontal, la vitesse initiale verticale n'est pas nulle.

Le mouvement vertical connaît une accélération : la gravité.

La vitesse verticale obéira donc aux équations du MRUA : la loi des vitesses.

$$v_y(t) = v_{0y} + gt \quad (13.4)$$

**(i) Signes** Il faut être attentif aux signes.

Nous avons écrit "+gt", mais ici il faut préciser le signe de "g".

Si nous discutons d'un tir de canon ou du lancer d'une balle de tennis, il est raisonnable de prendre le lieu du tir comme origine du système de référence. Dans la direction verticale, le sens positif est "vers le haut".

Dans ce cas, "g" est négatif!

$$v_y(t) = v_{0y} - 9,81t \quad (13.5)$$

L'usage est d'écrire "-g" dans les équations. C'est ce que nous ferons dans la suite.

**D Équations paramétriques ou horaires**

Rassemblons les équations sous forme de tableau :

Grandeur	en X	en Y	Unité
$\vec{r}_0$	$r_{0x} = 0$	$r_{0y} = 0$	(m)
$\vec{v}_0$	$v_{0x} = v_0 \cos\theta$	$v_{0y} = v_0 \sin\theta$	(m/s)
$\vec{a}_0$	$a_{0x} = a_x = 0$	$a_{0y} = a_y = -9,81 (= -g)$	(m/s <sup>2</sup> )
$\vec{a}(t)$	$a_x(t) = a_{0x} = a_x = 0$	$a_y(t) = a_{0y} = a_y = -9,81$	(m/s <sup>2</sup> )
$\vec{v}(t)$	$v_x(t) = v_{0x} + a_x \cdot t$ $v_x(t) = v_0 \cos\theta$	$v_y(t) = v_{0y} + a_y \cdot t$ $v_y(t) = v_0 \sin\theta - g \cdot t$	(m/s)
$\vec{r}(t)$	$r_x(t) = r_{0x} + v_{0x} \cdot t + 1/2 \cdot a_x \cdot t^2$ $r_x(t) = 0 + v_0 \cos\theta \cdot t + 1/2 \cdot 0 \cdot t^2$ $r_x(t) = v_0 \cos\theta \cdot t$	$r_y(t) = r_{0y} + v_{0y} \cdot t + 1/2 \cdot a_y \cdot t^2$ $r_y(t) = v_0 \sin\theta \cdot t - 1/2 \cdot 9,81 \cdot t^2$ $r_y(t) = v_0 \sin\theta \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2$	(m)

**2 Trajectoire : équation cartésienne**

Pour savoir quelle trajectoire exacte le mobile va suivre, il faut, ici, obtenir une équation reliant " $r_x$ " et " $r_y$ " à tout instant " $t$ ".

$$\begin{cases} r_x(t) = v_0 \cos\theta \cdot t \\ r_y(t) = v_0 \sin\theta \cdot t - 1/2 g t^2 \end{cases} \quad (13.6)$$

Il faut isoler " $t$ " dans la première équation et substituer ce " $t$ " dans la deuxième. (Pour alléger les notations, nous n'écrirons plus " $r_x(t)$ " dans ce qui suit mais " $x$ ", de même en " $y$ ".)

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0 \cos\theta} \\ y = v_0 \sin\theta \cdot \frac{x}{v_0 \cos\theta} - 1/2 g \left( \frac{x}{v_0 \cos\theta} \right)^2 \end{cases} \quad (13.7)$$

L'équation de la trajectoire est :

$$y = x \tan\theta - x^2 \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta} \quad (13.8)$$

Cette équation est clairement une équation de parabole.

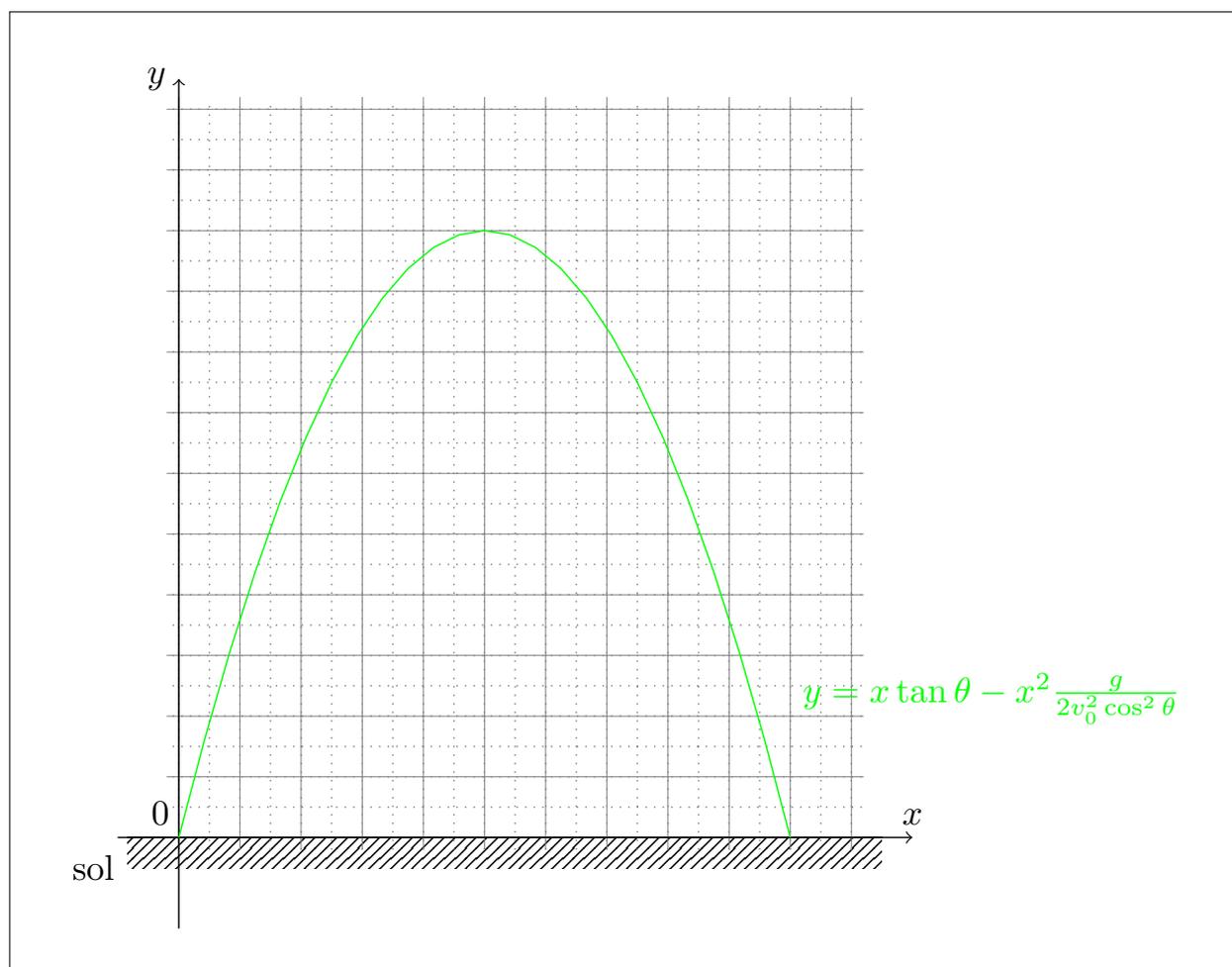


FIGURE 13.3 – La trajectoire du tir oblique est une parabole.

La trajectoire du mobile est parabolique dans le tir oblique.

### A Hauteur maximale

On peut montrer que la hauteur maximale atteinte par le mobile est exprimée par l'équation suivante :

$$y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \theta \quad (13.9)$$

Si le projectile est lancé à la verticale, alors  $\theta$  vaut  $\pi/2$  et la hauteur maximale " $h$ " obéit à l'expression suivante :

**Définition 36** (Hauteur maximale  $h$  du tir oblique).

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (13.10)$$

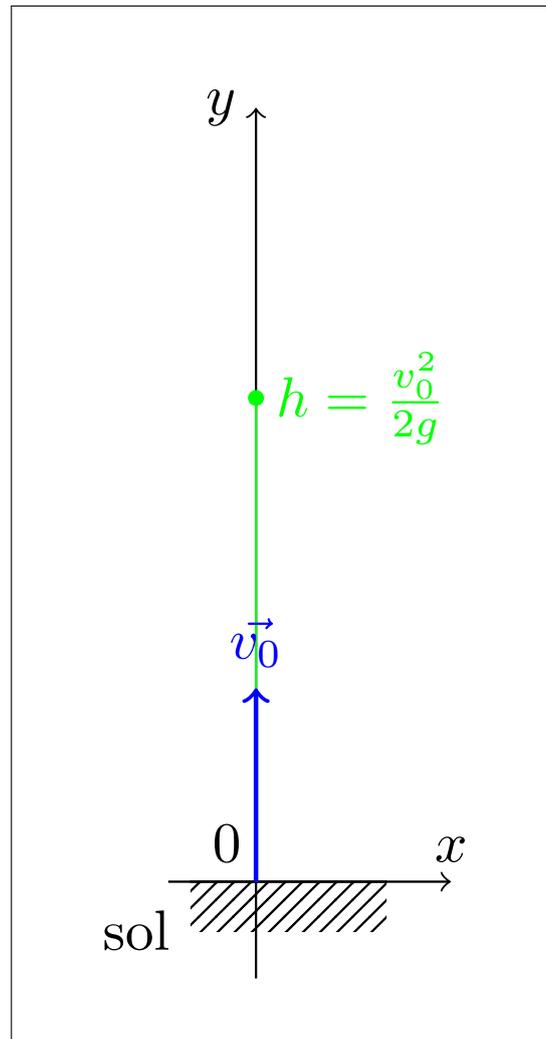


FIGURE 13.4 – La hauteur "h" est la hauteur maximale dans le tir oblique.

### 3 Portée

Déterminons maintenant le point de chute du mobile.

#### A En général

Le point de chute est un point de la trajectoire tel que  $r_y(t) = 0$ . Une solution triviale est le point de départ où  $t = 0$ ,  $r_y = 0$  et  $r_x = 0$ .

Il faut donc trouver un  $r_x$  qui sera la solution non triviale du système d'équation :

$$\begin{cases} r_x(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \\ 0 = v_0 \sin \theta \cdot t - 1/2 g t^2 \end{cases} \quad (13.11)$$

Utilisons l'équation 13.8 (page 116) de la trajectoire. Ceci implique de résoudre l'équation

$$0 = x \tan \theta - x^2 \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \quad (13.12)$$

Celle-ci se factorise facilement.

$$0 = x \left( x \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} - \tan \theta \right) \quad (13.13)$$

Si on élimine la solution triviale en  $x = 0$ , il reste :

$$x \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} = \tan \theta \quad (13.14)$$

On obtient donc :

$$x = \frac{2 \sin \theta \cos \theta v_0^2}{g} \quad (13.15)$$

si on se souvient que  $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$ , il vient alors :

**Définition 37** (Portée du tir oblique).

$$R = \sin 2\theta \frac{v_0^2}{g} \quad (13.16)$$

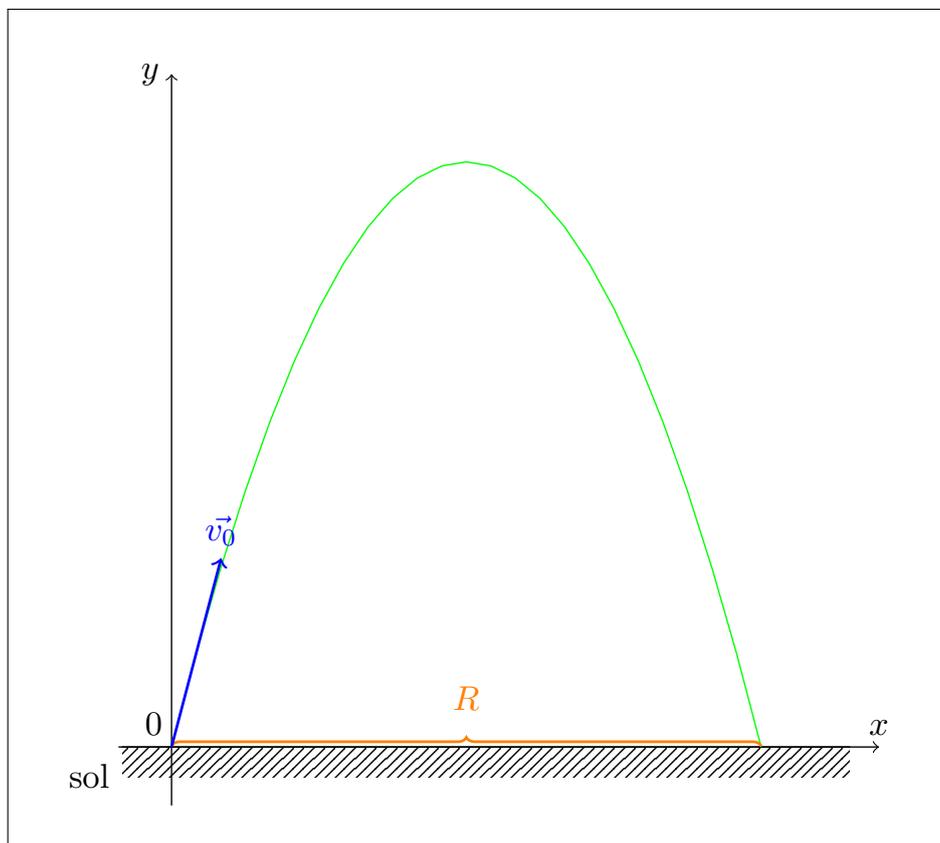


FIGURE 13.5 – La portée dans le tir oblique.

## B Portée maximale

Nous venons de trouver la solution si l'angle " $\theta$ " est quelconque.

On peut se demander s'il n'existe pas, pour un  $v_0$  donné, un angle " $\theta$ " tel que la portée est maximale.

La question précédente se ramène donc à chercher un angle " $\theta$ " tel que " $\sin 2\theta$ " est maximum.

Le bon sens nous dit qu'il faut un angle " $\theta$ " tel que  $\sin 2\theta = 1$ .

L'angle " $\theta$ " est donc égal à  $\pi/4$  ou  $45^\circ$ .

**Définition 38** (Portée maximale du tir oblique).

$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g} = 2h \quad (13.17)$$

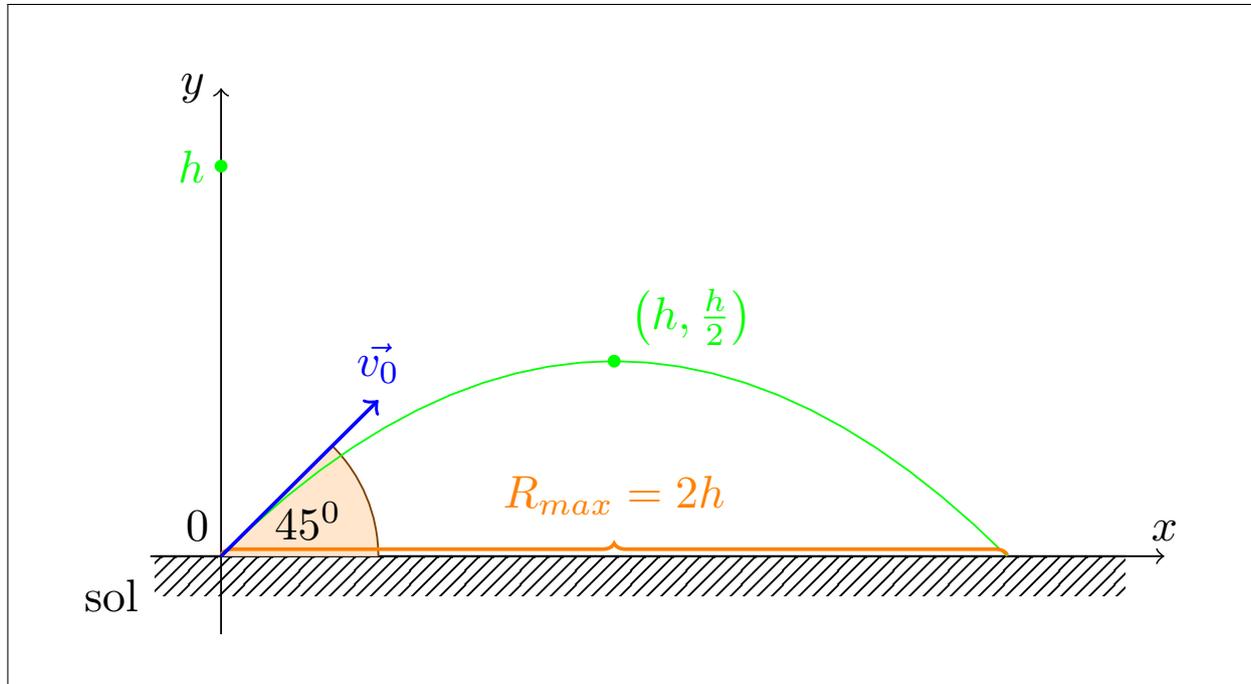


FIGURE 13.6 – La portée maximale dans le tir oblique.

#### a) Optimisation

La solution précédente peut aussi se trouver en cherchant le maximum de  $\sin 2\theta \frac{v_0^2}{g}$  et donc dérivant l'expression précédente en  $\theta$ . La valeur où la dérivée s'annule sera un optimum.

## 4 Autres

### A Vitesse en fonction de l'altitude

$$v_y(r_y) = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta - 2g(r_y - r_{y0})} \quad (13.18)$$

### B Angles

L'angle d'impact en tout point de la trajectoire est donné par le vecteur vitesse.

### C $\vec{a}_n, \vec{a}_{tan}$

En combinant le fait que l'accélération  $g$  est constante en norme et en direction avec le point précédent, il est possible de déterminer les accélérations normales et tangentielles.

## 5 Cibles

Il faut étudier le cas où il faut atteindre une cible ne se trouvant pas à la même altitude que le point de départ du mobile.

Les exemples typiques sont le panier du ballon de basketball ou un canon devant atteindre une cible sur une colline.

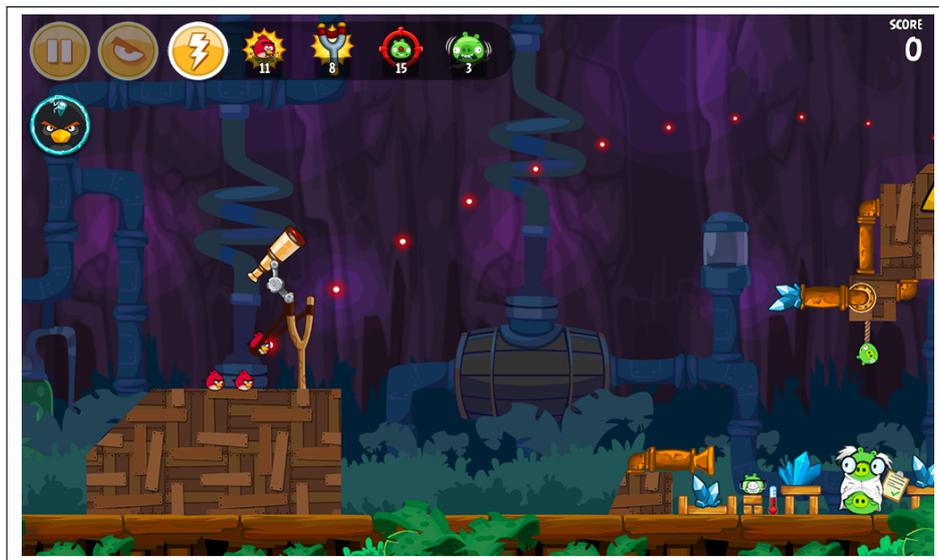


FIGURE 13.7 – La cible dans le tir oblique.

Traitons le cas du ballon de basket.

D'après les règles du basketball, l'anneau du panier doit se trouver à 3,05m de haut (disons 3 mètres pour simplifier les choses).

Toujours pour simplifier les choses disons que le joueur lance le ballon depuis une hauteur de 2 mètres et qu'il est à 3 mètres de distance du panier.

Si la vitesse  $v_0$  à laquelle le joueur lance le ballon est fixe, le joueur doit modifier son angle de lancer pour atteindre le panier.

### A Équations générales

Essayons de traiter le problème en toute généralité.

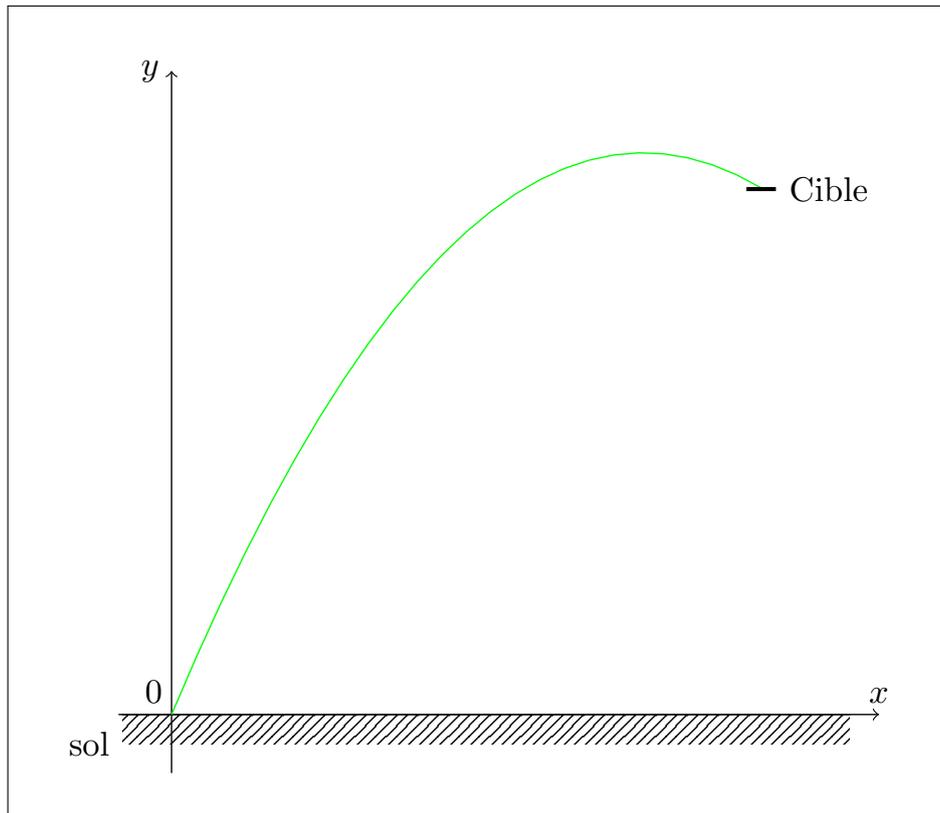


FIGURE 13.8 – La position de la cible, cas général dans le tir oblique.

La cible est donc à une position  $(r_{xf}, r_{yf})$ .<sup>2</sup>

À nouveau simplifions quelque peu les notations :  $r_{xf}$  et  $r_{yf}$  deviendront respectivement  $x_f$  et  $y_f$ .

Il faut substituer  $x_f$  et  $y_f$  dans l'équation 13.8 (page 116).

$$y_f = x_f \tan \theta - x_f^2 \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \quad (13.19)$$

Supposons que  $v_0$  soit fixée et essayons de déterminer l'angle  $\theta$  qui nous permettra d'atteindre la cible.

$$y_f = x_f \tan \theta - x_f^2 \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \quad (13.20)$$

Si on se souvient que  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ , il vient :

$$y_f = x_f \tan \theta - x_f^2 \frac{g}{2v_0^2} (1 + \tan^2 \theta) \quad (13.21)$$

Nous avons vu dans l'équation 13.10 (p. 117) que

$h = \frac{v_0^2}{2g}$  où  $h$  est la hauteur maximale que le projectile peut atteindre. Si nous utilisons cette égalité, il vient :

$$y_f = x_f \tan \theta - x_f^2 \frac{1}{4h} (1 + \tan^2 \theta) \quad (13.22)$$

Transformons cette équation où l'inconnue est désormais " $\tan \theta$ ".

$$x_f \tan \theta - x_f^2 \frac{1}{4h} \tan^2 \theta - \left( y_f + x_f^2 \frac{1}{4h} \right) = 0 \quad (13.23)$$

2.  $r_{xf}$  et  $r_{yf}$  car il s'agira de la position finale du mobile!

$$x_f^2 \frac{1}{4h} \tan^2 \theta - x_f \tan \theta + \left( y_f + x_f^2 \frac{1}{4h} \right) = 0 \quad (13.24)$$

Nous avons obtenu une équation du second degré en  $\tan \theta$

$$A \tan^2 \theta + B \tan \theta + C = 0 \quad (13.25)$$

dont les coefficients sont respectivement

$$\begin{cases} A = \frac{x_f^2}{4h} \\ B = -x_f \\ C = y_f + \frac{x_f^2}{4h} \end{cases} \quad (13.26)$$

### a) Solutions de l'équation du second degré

Les solutions  $\tan_1$  et  $\tan_2$  de cette équation du second degré se déterminent comme à l'habitude!

#### (i) Le discriminant

Il faut tout d'abord discuter l'existence de solutions!

$\Delta$  (ou  $\rho$ ) vaut  $B^2 - 4AC$

C'est-à-dire ici :

$$\Delta = x_f^2 - 4x_f^2 \frac{1}{4h} \left( y_f + x_f^2 \frac{1}{4h} \right) \quad (13.27)$$

$$\Delta = x_f^2 - \frac{x_f^2}{h} \left( y_f + \frac{x_f^2}{4h} \right) \quad (13.28)$$

#### (ii) Discriminant nul ou la parabole de sûreté

Étudions le cas limite où le discriminant est nul et où il n'y a donc qu'une seule solution.

$$\Delta = 0 = x_f^2 - \frac{x_f^2}{h} \left( y_f + \frac{x_f^2}{4h} \right) \quad (13.29)$$

Cette expression peut se simplifier et donner :

**Définition 39** (Parabole de sûreté).

$$y_f = h - \frac{x_f^2}{4h} \quad (13.30)$$

Cette expression est appelée la parabole de sûreté. Cette parabole englobe toutes les trajectoires possibles si l'on fait varier l'angle de tir pour une même vitesse initiale.

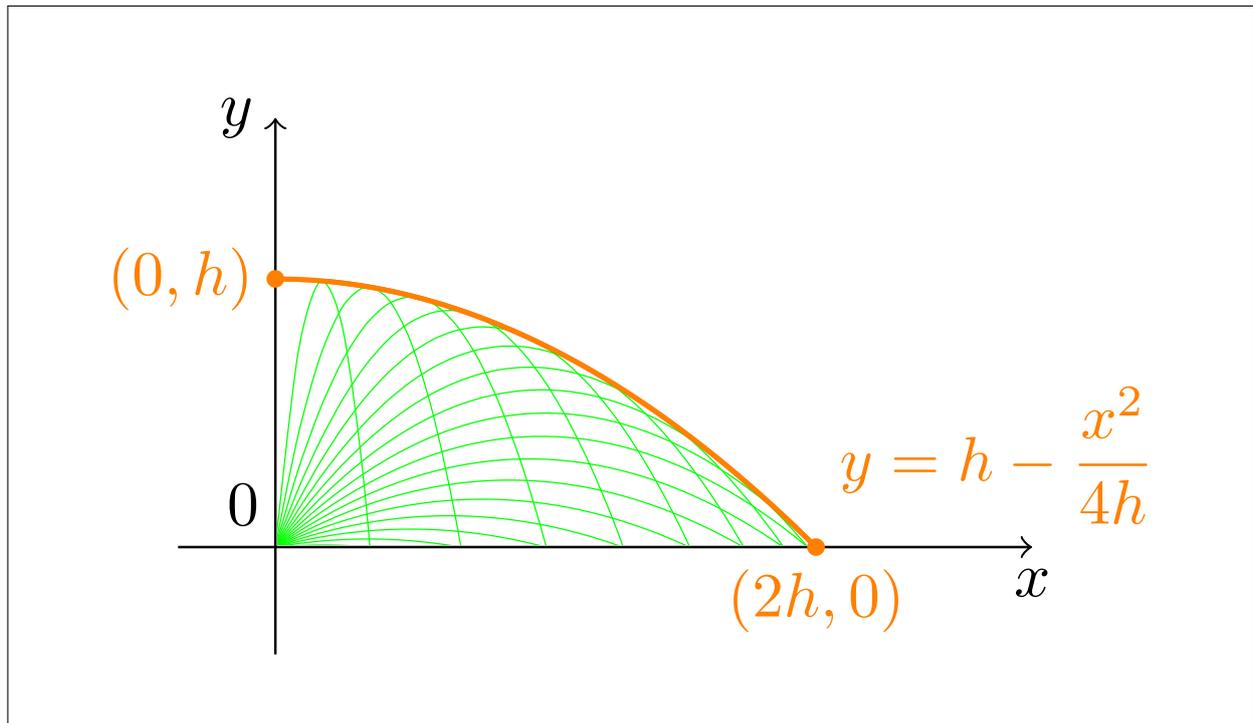


FIGURE 13.9 – La parabole de sûreté enveloppe les trajectoires possibles.

L'expression de la parabole de sûreté exprime la limite de la portée du projectile.

Si  $x_f = 0$ , alors  $y_f = h$ .

Et si  $x_f = 2h$ , alors  $y_f = 0$  et on retrouve la portée maximale horizontale.

Pour atteindre un point sur cette parabole de sûreté, il faut résoudre l'équation trigonométrique où  $\tan \theta_0 = \frac{-b}{2a}$ , c'est-à-dire :

$$\tan \theta_0 = \frac{x_f}{2 \frac{x_f^2}{4h}} \quad (13.31)$$

$$\tan \theta_0 = \frac{2h}{x_f} \quad (13.32)$$

Et donc l'angle  $\theta_0$  devra être :

$$\theta_0 = \arctan \frac{2h}{x_f} \quad (13.33)$$

Remarquons que le croquis de Léonard de Vinci vu au chapitre "Tir Horizontal" reproduit notre parabole de sécurité.

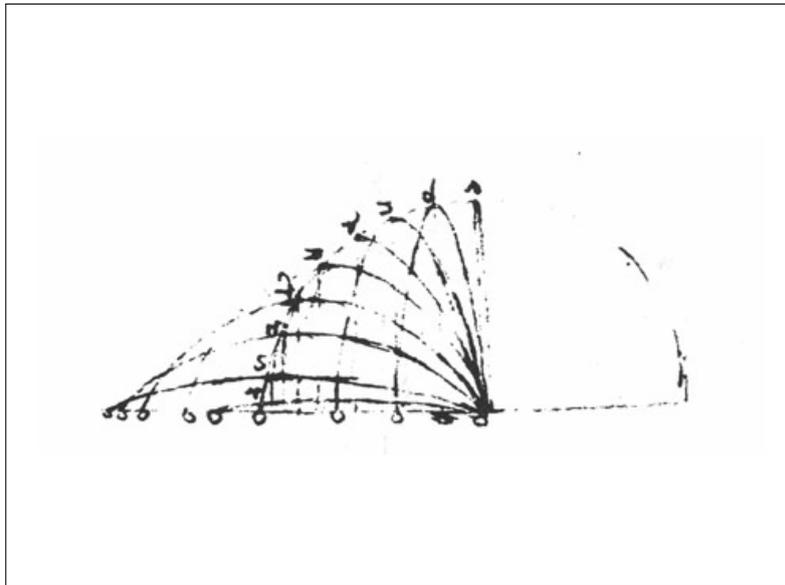


FIGURE 13.10 – La parabole de sûreté de Léonard de Vinci.

Les sommets des trajectoires sont sur une même ellipse et c'est ce qu'indique Léonard de Vinci dans son croquis. Cette propriété géométrique permet d'affirmer que de Vinci avait une vision théorique correcte de la trajectoire.

C'est un autre italien, Torricelli, qui a découvert la parabole de sûreté. Mais il fût la risée des canonniers de l'époque car il ne savait pas expliquer l'asymétrie de la trajectoire réelle. Pourtant, pour pouvoir appliquer la théorie des frottements, il faut tout d'abord passer par cette vision théorique sans frottement.

### (iii) Trop loin!

Si le discriminant est négatif,

$$h - \frac{x_f^2}{4h} - y_f < 0 \quad (13.34)$$

alors la cible n'est pas atteignable.

Cette condition peut aussi s'écrire

$$h < y_f + \frac{x_f^2}{4h} \quad (13.35)$$

où, rappelons-le,  $h = \frac{v_0^2}{2g}$ .

$$\frac{v_0^2}{2g} < y_f + \frac{gx_f^2}{2v_0^2} \quad (13.36)$$

### (iv) Deux solutions

Si le discriminant est strictement positif,

$$h - \frac{x_f^2}{4h} - y_f > 0 \quad (13.37)$$

et si nous nous souvenons que  $a = \frac{x_f^2}{4h}$ ,  $b = -x_f$  et  $c = y_f + \frac{x_f^2}{4h}$ ,

alors les solutions  $\tan_1$  et  $\tan_2$  sont

$$\begin{cases} \tan_1 = \frac{x_f - \sqrt{h - \frac{x_f^2}{4h} - y_f}}{\frac{x_f^2}{2 \cdot \frac{1}{4h}}} \\ \tan_2 = \frac{x_f + \sqrt{h - \frac{x_f^2}{4h} - y_f}}{\frac{x_f^2}{2 \cdot \frac{1}{4h}}} \end{cases} \quad (13.38)$$

Ces solutions peuvent aussi s'écrire

$$\begin{cases} \tan_1 = \frac{2h \left( x_f - \sqrt{h - \frac{x_f^2}{4h} - y_f} \right)}{x_f^2} \\ \tan_2 = \frac{2h \left( x_f + \sqrt{h - \frac{x_f^2}{4h} - y_f} \right)}{x_f^2} \end{cases} \quad (13.39)$$

Il faut calculer la fonction inverse pour trouver la valeur des angles " $\theta_1$ " et " $\theta_2$ ".

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan \frac{2h \left( x_f - \sqrt{h - \frac{x_f^2}{4h} - y_f} \right)}{x_f^2} \\ \theta_2 = \arctan \frac{2h \left( x_f + \sqrt{h - \frac{x_f^2}{4h} - y_f} \right)}{x_f^2} \end{cases} \quad (13.40)$$

## B De haut, c'est plus beau : la citadelle

Si le lancer se fait en hauteur par rapport à la cible, la portée sera plus grande.

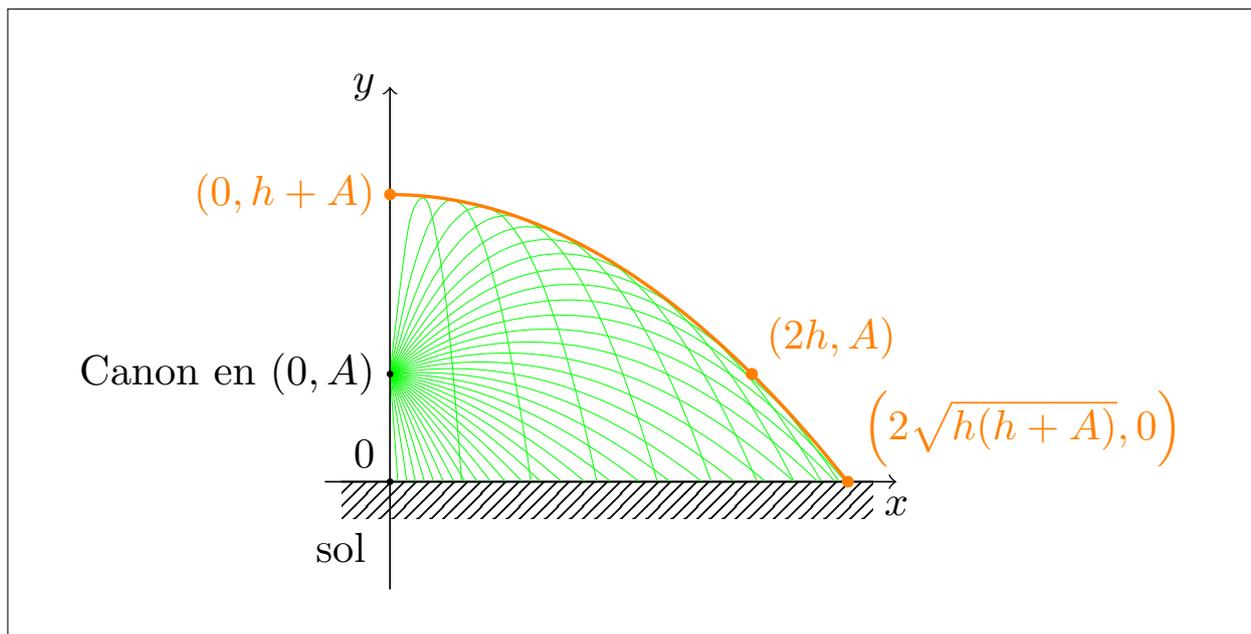


FIGURE 13.11 – La cible est dans la plaine, le canon en hauteur.

Soit " $A$ " la hauteur de la "citadelle" par rapport à la plaine où se trouve la cible.

Si on considère la portée maximale du canon, la cible doit se trouver sur la parabole de sûreté.

$$y_f = h - \frac{x_f^2}{4h} \quad (13.41)$$

Comme la cible est en contrebas, son ordonnée est négative.

$$y_f = -A \quad (13.42)$$

La relation entre l'ordonnée et l'abscisse de la cible " $x_f$ " devient alors

$$-A = h - \frac{x_f^2}{4h} \quad (13.43)$$

et donc la portée horizontale est

$$x_f = 2\sqrt{h(h+A)} \quad (13.44)$$

Traçons la ligne directe entre le canon et la cible et cherchons sa longueur " $d$ ". Cette longueur " $d$ " sera l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les longueurs des côtés seront " $A$ " et " $x_f$ ". Par le théorème de Pythagore, nous savons donc que la distance entre la citadelle et la cible sera :

$$d = 2h + A \quad (13.45)$$

#### a) Cible en hauteur

Les assaillants, s'ils disposent de la même puissance de feu, devront être plus proches. Faisons le même raisonnement avec la cible en hauteur.

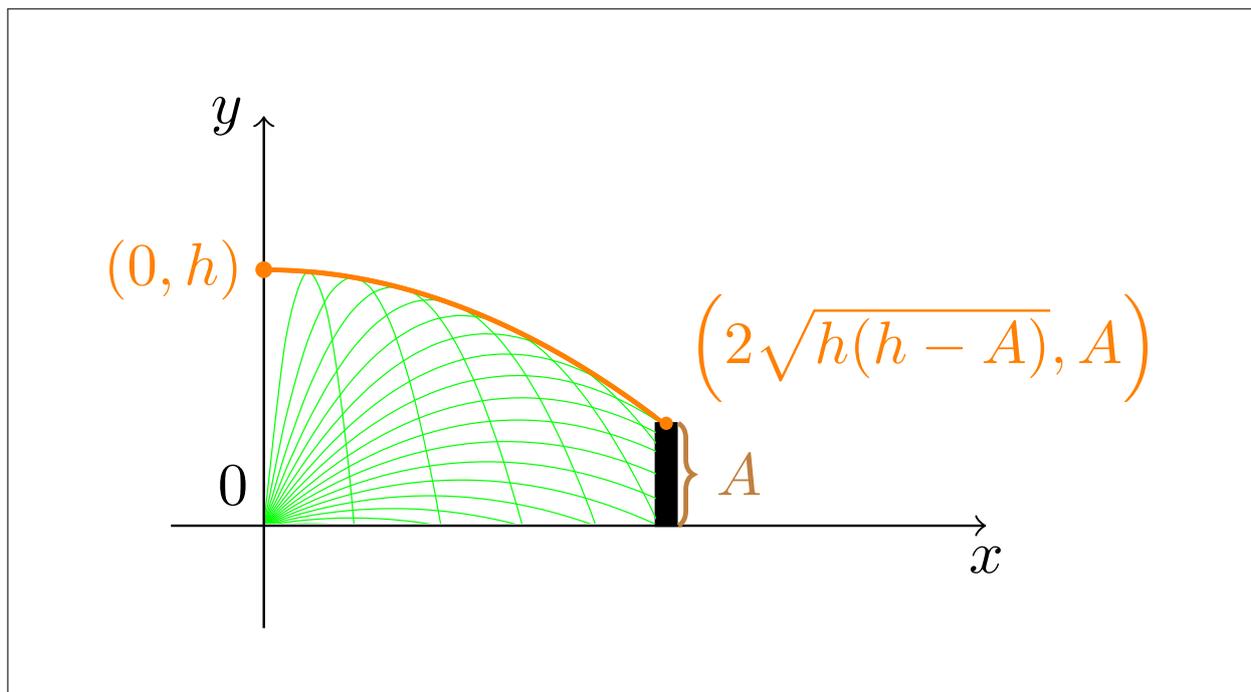


FIGURE 13.12 – La cible est en hauteur.

Leur portée horizontale sera

$$x_f = 2\sqrt{h(h-A)} \quad (13.46)$$

Et la distance entre la citadelle et leurs canons sera :

$$d = 2h - A \quad (13.47)$$

## 6 Avec les frottements

Dans tous les raisonnements effectués ici, les frottements ont été négligés. S'il faut en tenir compte, les équations horaires deviennent beaucoup plus lourdes et il devient très difficile<sup>3</sup> d'éliminer le temps pour obtenir une équation de trajectoire indépendante du temps. On doit se contenter des équations horaires qui sont alors des équations paramétriques en "t" et utiliser des méthodes numériques pour estimer la trajectoire. Ceci demande de la "puissance de calcul" sur ordinateur.

## 7 Exercices

1. On lance un projectile avec une vitesse de  $300 \text{ ms}^{-1}$ . La direction du lancer est de  $30^\circ$  avec l'horizontale.
  - (a) A quelle distance du point de départ le projectile retombe-t-il au sol?
  - (b) Jusqu'à quelle altitude l'objet est-il monté?
  - (c) Quelle est l'équation de la trajectoire?
2. Quelle est l'inclinaison qu'il faut donner à un canon qui lance un obus avec une vitesse de  $400 \text{ ms}^{-1}$  si la cible est 5000 m plus loin?
3. Un singe en peluche (Nous avons eu quelques réclamations suite au traitement infligé à Cheeta!) est à 1 m de haut et à 1,5 m d'un fusil à fléchette pointant vers l'animal. La vitesse de ma fléchette est de  $10 \text{ ms}^{-1}$ . Un système automatique libère la peluche qui chute alors dès l'instant du départ de la fléchette.  
La fléchette va-t-elle atteindre sa cible? (Justifiez.)
4. On lance une balle dans un anneau situé à 7 m du lanceur et à 1 m au dessus du point de départ de la balle. La balle monte, passe dans l'anneau et commence alors à descendre.  
Quels étaient la vitesse initiale et l'angle de tir de la balle?
5. On lance un objet avec une vitesse de  $54 \text{ km h}^{-1}$ . Peut-on atteindre un objet qui est à 3 m de haut et situé à 20 m à l'horizontale du lanceur? Justifiez

---

3. Voire même impossible!

# Chapitre 14

## Mouvements à trois dimensions

### Sommaire

---

1	Coordonnées et vecteurs dans $\mathbb{R}^3$ . . . . .	130
2	Équations paramétriques . . . . .	130
	A    Équations de droites . . . . .	130
	B    Généralisation . . . . .	131
3	Exemples . . . . .	131
	A    Exemples généraux . . . . .	131
	B    Mécanique céleste . . . . .	133

---

## Introduction

Nous avons décrit des mouvements :

- rectilignes, c'est à dire à une dimension (MRU, MRUA),
- dans le plan, c'est-à-dire à deux dimensions (MCU, MCUA, tir horizontal, tir oblique).

Mais les mouvements que nous connaissons au quotidien se déroulent dans un espace euclidien à trois dimensions.

Nous nous limiterons à quelques exemples. Nous allons discuter ici de la manière de les décrire en mécanique.

## 1 Coordonnées et vecteurs dans $\mathbb{R}^3$

Considérons le cas d'un système de référence cartésien dans  $\mathbb{R}^3$ .

Les coordonnées d'un point  $P$  quelconque dans ce système seront  $(P_x, P_y, P_z)$ .

De même, tout vecteur flottant  $\overrightarrow{AB}$  peut être vu comme le représentant d'un vecteur  $\overrightarrow{OP}$  partant de l'origine  $O$  du système et se terminant en un point  $P$ . Si les  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{OP}$  sont de même direction, de même sens et de même norme, ils seront donc bien deux vecteurs égaux.

Les coordonnées du point  $P$  détermineront le vecteur  $\overrightarrow{OP}$ .

$$\overrightarrow{OP} \equiv \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \quad (14.1)$$

## 2 Équations paramétriques

Nous avons vu que, dans le plan, la trajectoire pouvait être écrite comme une équation cartésienne indépendante du temps.

Dans l'espace, une équation décrit un plan ou, de manière plus générale, une surface. Pour décrire une courbe, on peut utiliser *des équations paramétriques* mais plus une "simple" équation.

### A Équations de droites

Pour avoir une représentation des droites dans l'espace, on peut avoir recours à des vecteurs.

Nous nous limiterons à cette méthode de représentation des droites.

Une droite sera représentée par la somme d'un vecteur partant de l'origine jusqu'à un point  $P$  de la droite et d'un autre vecteur  $\overrightarrow{PQ}$  reliant deux points de la droite. Un paramètre  $t$  (ou  $\lambda$  ou  $m$  ou ...) multiplie le vecteur de la droite. En faisant varier ce paramètre, on pourra atteindre tous les points  $S$  de la droite.

$$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OP} + t\overrightarrow{PQ} \quad (14.2)$$

En mathématique, on parle de la "méthode des vecteurs directeurs".

## B Généralisation

Pour décrire la position instantanée d'un point  $P$  par son vecteur position  $\vec{r}(t) = \overrightarrow{OP}$ , on donnera donc les composantes en  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Ces composantes seront des fonctions de  $t$ .

$$\vec{r}(t) \equiv \begin{cases} r_x(t) = f_1(t) \\ r_y(t) = f_2(t) \\ r_z(t) = f_3(t) \end{cases} \quad (14.3)$$

## 3 Exemples

Nous illustrons ici notre propos par quelques exemples. Une figure illustre un mouvement et nous indiquons des équations correspondantes.

### A Exemples généraux

#### a) Mouvement hélicoïdal simple

$$\begin{cases} r_x(t) = R \cos(\omega t) \\ r_y(t) = R \sin(\omega t) \\ r_z(t) = kt \end{cases} \quad (14.4)$$

où

- $\omega$ ,  $k$  et  $R$  sont des constantes.

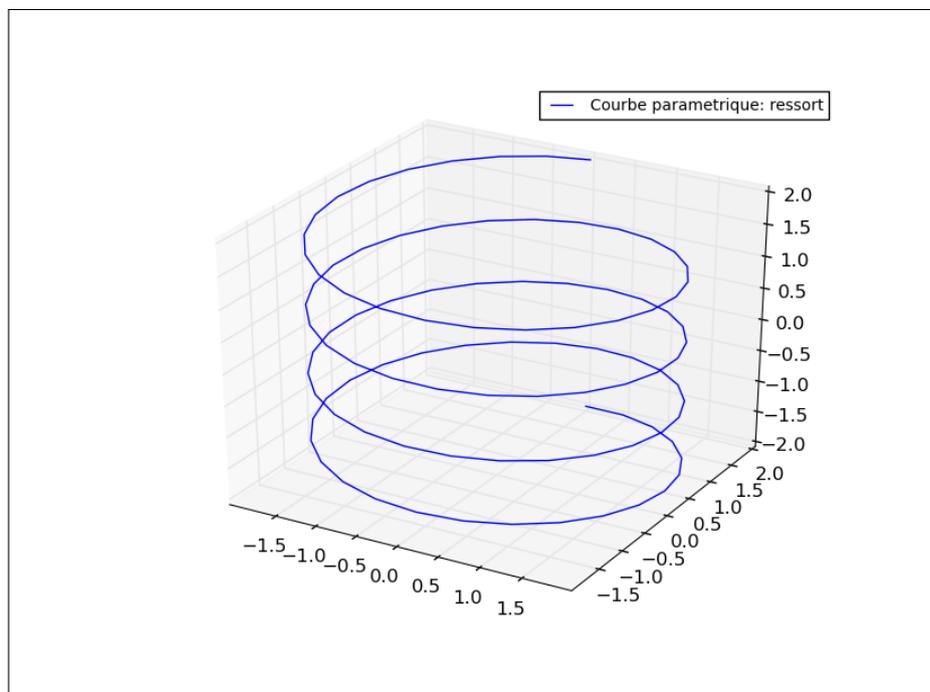


FIGURE 14.1 – Mouvement hélicoïdal simple.

#### b) "Tornado"

$$\begin{cases} r_x(t) = R(t^2 + 1) \cos(\omega t) \\ r_y(t) = R(t^2 + 1) \sin(\omega t) \\ r_z(t) = kt \end{cases} \quad (14.5)$$

où

- $\omega$ ,  $k$  et  $R$  sont des constantes.

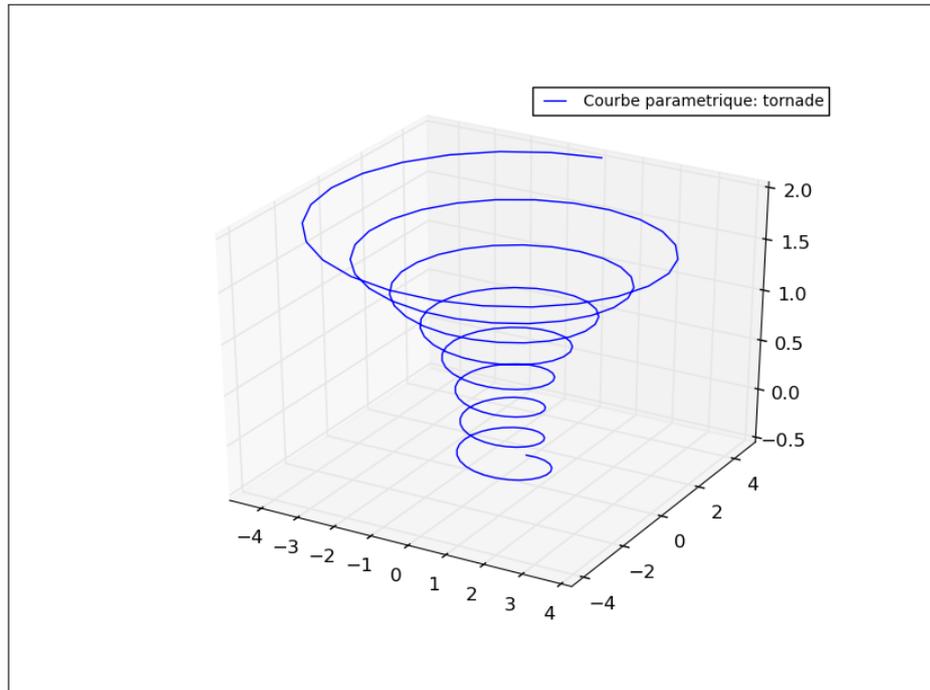


FIGURE 14.2 – Une tornade.

### c) Spirale à la surface d'une sphère

$$\begin{cases} r_x(t) = R \sin(\theta t) \cos(\omega t) \\ r_y(t) = R \sin(\theta t) \sin(\omega t) \\ r_z(t) = k \cos(\theta t) \end{cases} \quad (14.6)$$

où

- $\omega$ ,  $\theta$ ,  $k$  et  $R$  sont des constantes.

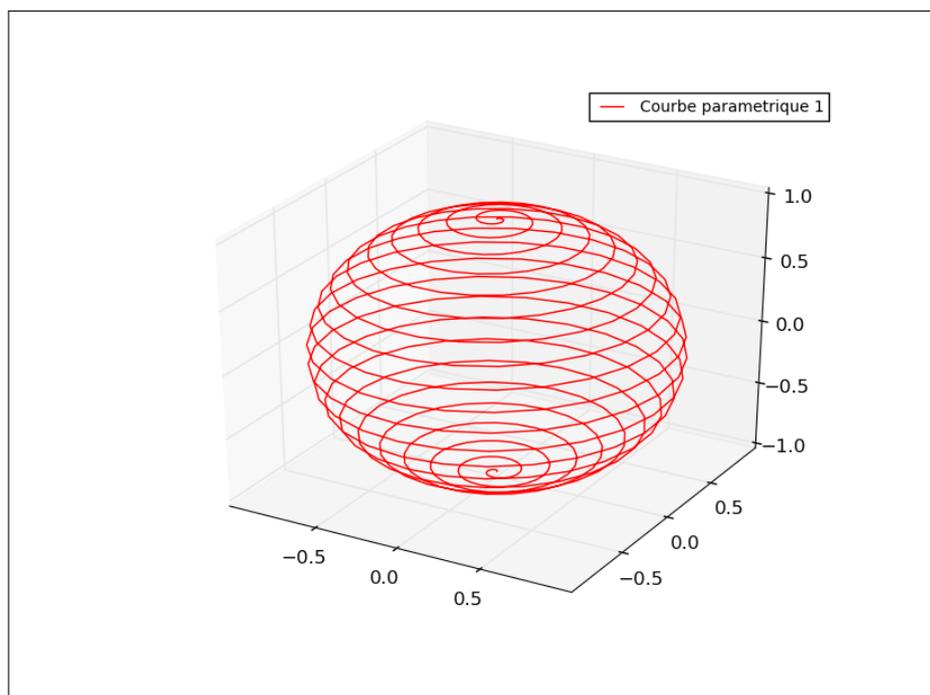


FIGURE 14.3 – Une spirale à la surface d’une sphère.

## B Mécanique céleste

En mécanique céleste aussi les trajectoires des astres (et des objets lancés par l’homme dans l’espace) sont décrites par des courbes paramétriques.

Ainsi les orbites des planètes autour du Soleil sont des ellipses.

L’orbite de la Lune autour de la Terre est aussi une ellipse.

Mais ces deux ellipses ne sont pas dans un même plan. Le plan de l’orbite de la Terre autour du Soleil s’appelle l’écliptique.

La paramétrisation de la rotation de la Terre sur elle-même (en tenant compte de l’angle que son axe de rotation fait avec le plan de l’écliptique) et la mise en équations de l’orbite de la Terre autour du Soleil permettent d’expliquer la variation de la longueur du jour au cours de l’année.

Pour expliquer et prévoir les éclipses, ainsi que les lieux où elles seront observables sur Terre, il faut écrire les équations paramétriques de ces différents mouvements.

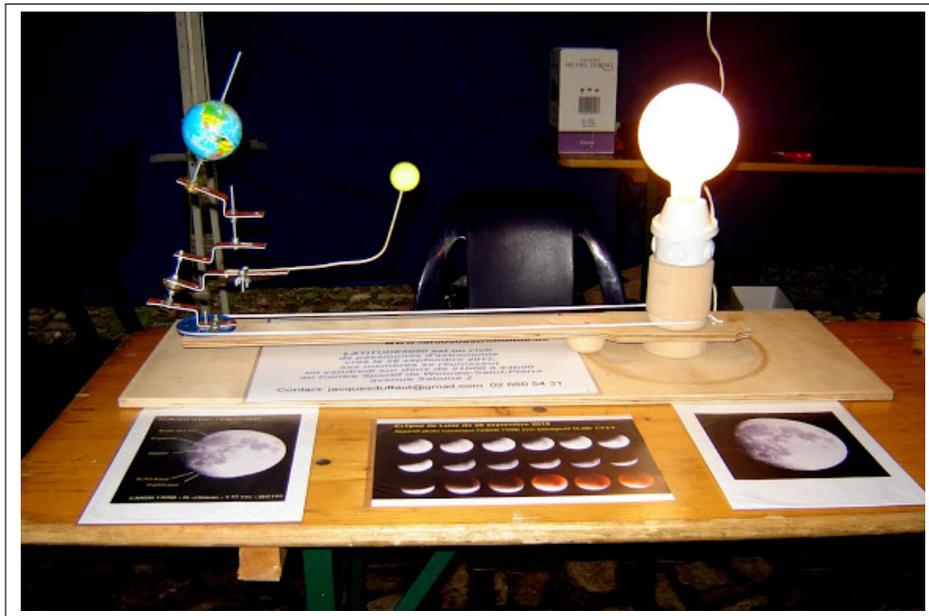


FIGURE 14.4 – Une maquette pour expliquer les éclipses.

# **Quatrième partie**

## **Statique**



# Chapitre 15

## Les forces

### Sommaire

---

1	Définitions et caractéristiques . . . . .	<b>138</b>
	A    Mesure des forces . . . . .	138
	B    Loi des ressorts . . . . .	138
2	La force de pesanteur . . . . .	<b>139</b>
	A    Les caractéristiques de la force de pesanteur . . . . .	139
	B    Différences entre masse et poids . . . . .	140
3	Autres forces . . . . .	<b>140</b>
	A    Forces électrostatiques . . . . .	140
	B    La force magnétique . . . . .	141
	C    La force électromagnétique . . . . .	141
	D    Les forces de frottement . . . . .	141
	E    Les forces fondamentales . . . . .	141
4	Additions de forces . . . . .	<b>141</b>
	A    En pratique : Méthodes . . . . .	141
5	Exercices . . . . .	<b>143</b>

---

## Introduction

Nous avons déjà fait connaissance avec les forces. Nous savons qu'elles peuvent s'équilibrer ou que, si elles s'exercent sur une surface, il faut parler de pression.

### 1 Définitions et caractéristiques

**Définition 40** (Force). Une force est toute cause capable de provoquer une déformation ou de modifier la trajectoire ou la vitesse d'un objet.

Elle est caractérisée par :

- une direction : dans laquelle elle exerce ses effets (du point de vue des mathématiques, une direction est une famille de droites parallèles),
- un sens : 2 sens pour une direction,
- un point d'application : où s'applique la force (nous devons garder à l'esprit le point de vue des mathématiques où un vecteur peut avoir de multiples représentants),
- une intensité : qui exprime la grandeur.

**Unité** : L'unité d'intensité pour la force est le *newton* (N), qui correspond à l'intensité avec laquelle la Terre attire un corps de masse d'environ 101,9 g.

Une force est une grandeur physique orientée, on la **représente** par un vecteur, le vecteur  $\vec{F}$ .

- Son origine est le point d'application de la force.
- La direction est indiquée par son inclinaison.
- Le sens est indiqué par la pointe de la flèche.
- L'intensité de la force est indiquée par la longueur du vecteur.

**Remarque** : On notera une force sous forme vectorielle  $\vec{F}$  ou scalaire  $F$  selon les besoins.

#### A Mesure des forces

L'**instrument de mesure** des forces est le dynamomètre, basé sur la déformation d'un ressort.

#### B Loi des ressorts

La mesure des forces est basée sur la loi de Hooke. Nous nous limiterons à sa version concernant les ressorts. Les forces seront toujours dans l'axe des ressorts. Tous les cas envisagés ici seront donc à une dimension. Nous pourrions donc éventuellement écrire les forces sans la "flèche" des vecteurs.

**Loi 1** (de Hooke). *Si une force extérieure  $F_{ext}$  est exercée sur un ressort, celui-ci va se déformer et, à l'équilibre, exercer une force intérieure  $F_{int}$  égale et opposée à cette déformation causée par la force extérieure.*

*Ces deux forces seront proportionnelles à la déformation et dépendront en grandeur de la géométrie et du matériau du ressort.*

$$F_{ext} = k \cdot \delta l \quad (15.1)$$

où

- $F_{ext}$  = la force extérieure à mesurer (N),
- $k$  = la constante de raideur du ressort (dépend de la géométrie et du matériau du ressort) ( $\text{Nm}^{-1}$ ),
- $\delta l = l_F - l_0$  = la déformation du ressort (m)
  - $l_0$  = longueur du ressort au repos (m)
  - $l_F$  = longueur du ressort déformé (m)

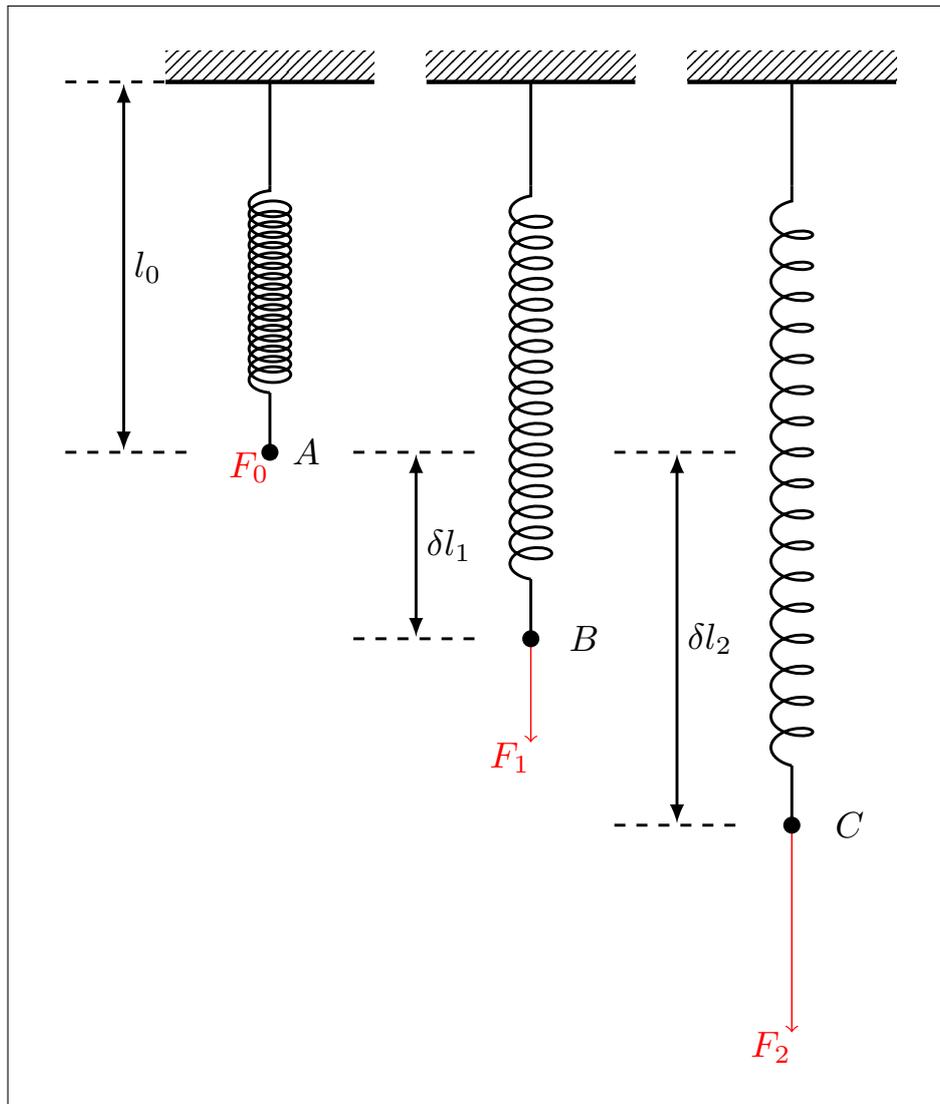


FIGURE 15.1 – La loi des ressorts :  $F_0 = 0$  et  $F_1/\delta l_1 = F_2/\delta l_2$ .

## 2 La force de pesanteur

On appelle le **poids** d'un corps, la force qui attire le corps vers le centre de la Terre.

### A Les caractéristiques de la force de pesanteur

Les caractéristiques de la force de pesanteur sont :

- direction : verticale (toutes les verticales convergent au centre de la Terre),
- sens : vers le centre de la Terre,
- point d'application : le centre de gravité du corps,
- intensité : le poids du corps.

**Remarque** : le poids du corps varie en fonction de la **masse** du corps et de la **distance** qui le sépare du centre de la Terre.

Nous représenterons le vecteur force-poids par la lettre " $\vec{G}$ "

## B Différences entre masse et poids

Masse	Poids
~ à la qté de matière	Force avec laquelle le corps est attiré par la planète
grandeur scalaire	grandeur vectorielle
grandeur constante	grandeur variable
unité = kg	Newton
instrument de mesure : la balance	le dynamomètre

Un corps de masse 1 kg pèse

- 274 N sur le Soleil
- 1,6 N sur la Lune
- 11 N sur Saturne
- 9,81 sur Terre
- 3,5 N sur Mercure

Le **poids** d'un corps dépend de sa **masse** et de l'**astre** (planète, lune, étoile) où il se trouve. La Terre attire un corps d'**1 kg de masse** avec une force de **9,81 N**.

Tableau à compléter :

.	Terre	Lune	Mars	Jupiter
Le corps est	6X + lourd que sur la lune	6X + léger que sur Terre	2X + lourd que sur la Lune	2,6X + lourd que sur la Terre
			3X + léger que sur Terre	
poids (N)	1000 N	166,6 N	333,3 N	2600 N
masse (kg)	101,9 kg	101,9 kg	101,9 kg	101,9 kg

## 3 Autres forces

### A Forces électrostatiques

Faisons quelques expériences rapides en frottant verre, ambre et plastique avec des fibres diverses (soie, laine, peau de chat ...).

Nous pouvons alors attirer des petits morceaux de papier, faire dévier un filet d'eau, ...

Nous voyons que, dans certains cas, il y a attraction, dans d'autres répulsion.

#### a) Note historique

Les grecs signalaient déjà l'existence de forces électrostatiques sans les comprendre.

"elektron" en grec ancien signifie "ambre", d'où le mot électricité et ses dérivés.

#### b) A retenir

- Les charges électriques sont de 2 espèces :
  - \* soit positives : verre frotté avec un drap,
  - \* soit négatives : plastique ou ambre frotté avec une peau ou de la laine.
- Les charges électriques exercent des forces entre elles :

- \* Si les charges sont de même signe, elles se repoussent.
- \* Si les charges sont de signes opposés, elles s'attirent.
- Un corps initialement neutre, amené au contact d'un corps électrisé prend une charge de même signe que celle de ce corps.
- Les charges portées par les corps électrisés ont leur origine dans les atomes : un atome peut céder ou recevoir des électrons.
  - \* S'il en cède, il se charge positivement.
  - \* S'il en acquiert, il se charge négativement.
- Dans un isolant, les électrons circulent difficilement. Dans un conducteur au contraire, ils circulent facilement.
- Un isolant comme l'ébonite, le plastique, le verre ou l'ambre, s'il est frotté, s'électrise. C'est-à-dire que l'on fait apparaître des charges électriques sur les parties frottées.
- Un conducteur ne peut être électrisé que s'il est tenu par un isolant.

## B La force magnétique

Les aimants peuvent aussi s'attirer ou se repousser selon le pôle :

- Il existe des pôles sud et nord ;
- les pôles opposés s'attirent. Les pôles identiques se repoussent.

Il s'agit ici des forces magnétiques (plus précisément magnétostatiques).

## C La force électromagnétique

Les forces électriques et magnétiques sont une seule et même chose : la force électromagnétique. C'est cette force qui nous permet d'expliquer le fonctionnement des moteurs électriques, des génératrices mais aussi les aurores boréales ou les transmissions radios.

## D Les forces de frottement

Nous connaissons tous les frottements. Dans un bon vélo, dans une voiture et dans tous les moteurs en général, on cherche à les éliminer. Ces forces, omniprésentes, sont de nature chimique. C'est à dire qu'elles découlent aussi des forces électromagnétiques.

## E Les forces fondamentales

Toutes les forces que nous connaissons dérivent de la gravité, de la force électromagnétique, de la force faible et de la force forte. Ces deux dernières agissent au niveau subatomique (noyau, particules élémentaires ...) et nous n'en parlerons pas ici.

# 4 Additions de forces

On parle aussi de composition de forces. Comme les forces sont des grandeurs vectorielles, les règles d'addition des vecteurs sont applicables.

## A En pratique : Méthodes

Les deux premières méthodes sont purement graphiques.

**a) Le parallélogramme de forces**

Si le nombre de forces à additionner est petit (idéalement seulement 2), on peut utiliser la méthode dite du "parallélogramme".

Les deux forces sont placées avec un point de départ commun. Ce point de départ sera aussi le point de départ du vecteur résultant. On trace alors les parallèles aux deux forces passant par leur extrémités.

Le point d'intersection des deux parallèles est choisi comme point d'arrivée du vecteur résultant.

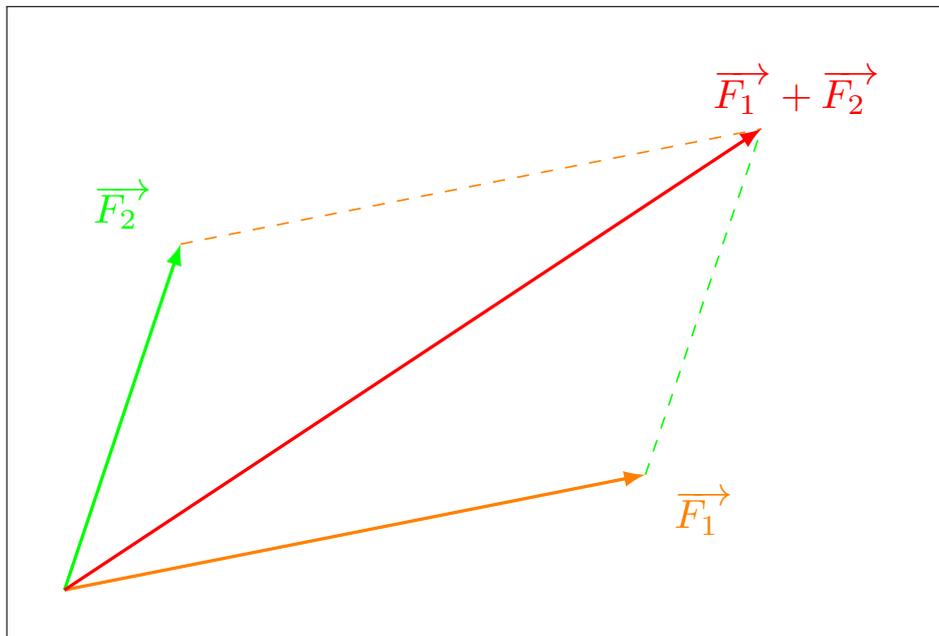


FIGURE 15.2 – La méthode du parallélogramme de forces.

Le vecteur résultant est donc une diagonale du parallélogramme.

**b) Le polygone des forces**

Dès que le nombre de forces augmente, il vaut mieux utiliser la méthode dite du "polygone des forces". En terme d'algèbre vectorielle, ceci doit vous rappeler la loi de Chasles. Nous exploitons le fait que les forces sont des vecteurs "représentants" de vecteurs libres qui peuvent être placés à volonté par translation.

Le point de départ de chaque vecteur successif est placé au point d'arrivée du précédent. En reliant le point de départ du premier vecteur au point d'arrivée du dernier vecteur, on représente le vecteur résultant de la somme de toutes les forces en jeu.

Comme l'addition des vecteurs est commutative, l'ordre n'est pas important.

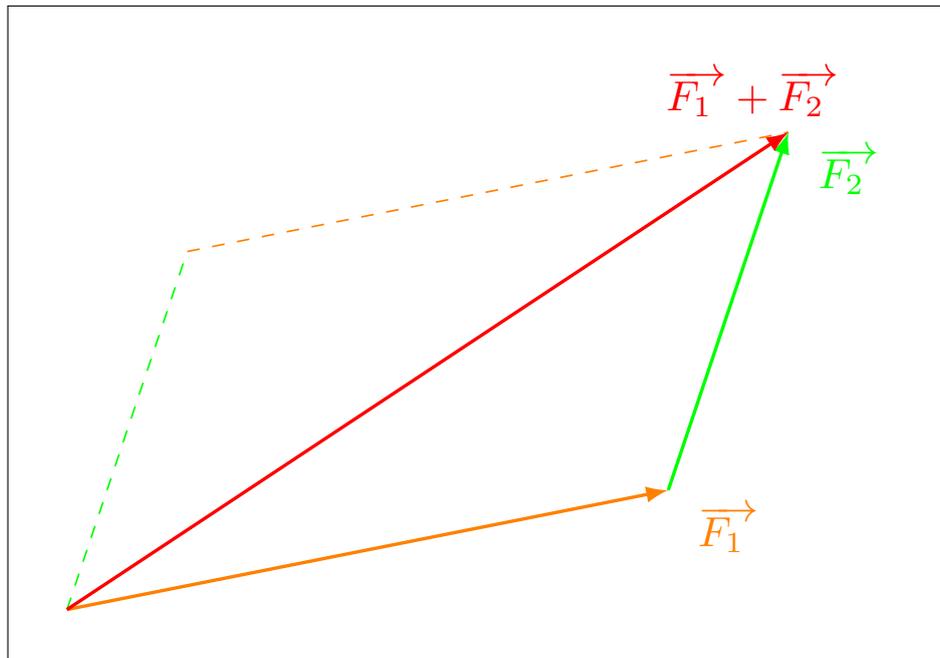


FIGURE 15.3 – La méthode du polygone de forces.

### c) Composantes

Si, dans un repère (que nous prendrons orthonormé mais ce n'est pas obligatoire), les coordonnées des vecteurs sont connues, il suffit d'additionner les coordonnées dans chacune des directions de l'espace.

## 5 Exercices



# Chapitre 16

## Les forces : équilibres de translation

### Sommaire

---

1	Énoncé du principe . . . . .	<b>146</b>
2	En pratique : Méthodes . . . . .	<b>146</b>
	A    Parallélogramme . . . . .	146
	B    Polygone . . . . .	147
	C    Composantes . . . . .	148
	D    Exemples . . . . .	148
3	La résistance . . . . .	<b>148</b>
4	Le plan incliné . . . . .	<b>148</b>
	A    Caveat . . . . .	148
	B    Identifier les forces en présence . . . . .	148
	C    Déterminer les forces en présence . . . . .	149
	D    Point de vue analytique . . . . .	150
	E    Marche à suivre . . . . .	150
5	Exercices . . . . .	<b>151</b>

---

## Introduction

Nous allons étudier la condition d'équilibre statique d'un corps. Nous nous limiterons ici à des forces concourantes.

### 1 Énoncé du principe

Pour qu'un objet soit immobile, la somme des forces qui s'exercent sur cet objet doit être nulle.

**Loi 2** (Loi d'équilibre statique des forces).

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \quad (16.1)$$

### 2 En pratique : Méthodes

Supposons que (n-1) forces soient connues, comment déterminer la nième force qui va faire en sorte que la somme de toutes les forces soit nulle ?

Il faut additionner toutes les (n-1) forces connues et trouver ainsi leur résultante. La nième force doit être égale et opposée à cette résultante.

$$\vec{F}_n = - \sum_{i=1}^{n-1} \vec{F}_i \quad (16.2)$$

#### A Parallélogramme

Si on connaît deux forces et si nous désirons déterminer la troisième force qui fera que la somme des trois forces sera nulle, il faut suivre la procédure suivante :

- Additionner les deux premières forces par la méthode du parallélogramme (on obtient ainsi la résultante) ;
- tracer, à partir du point d'application, un vecteur de même direction, de même "longueur" mais de sens opposé à la résultante ;
- ce dernier vecteur est la troisième force cherchée.

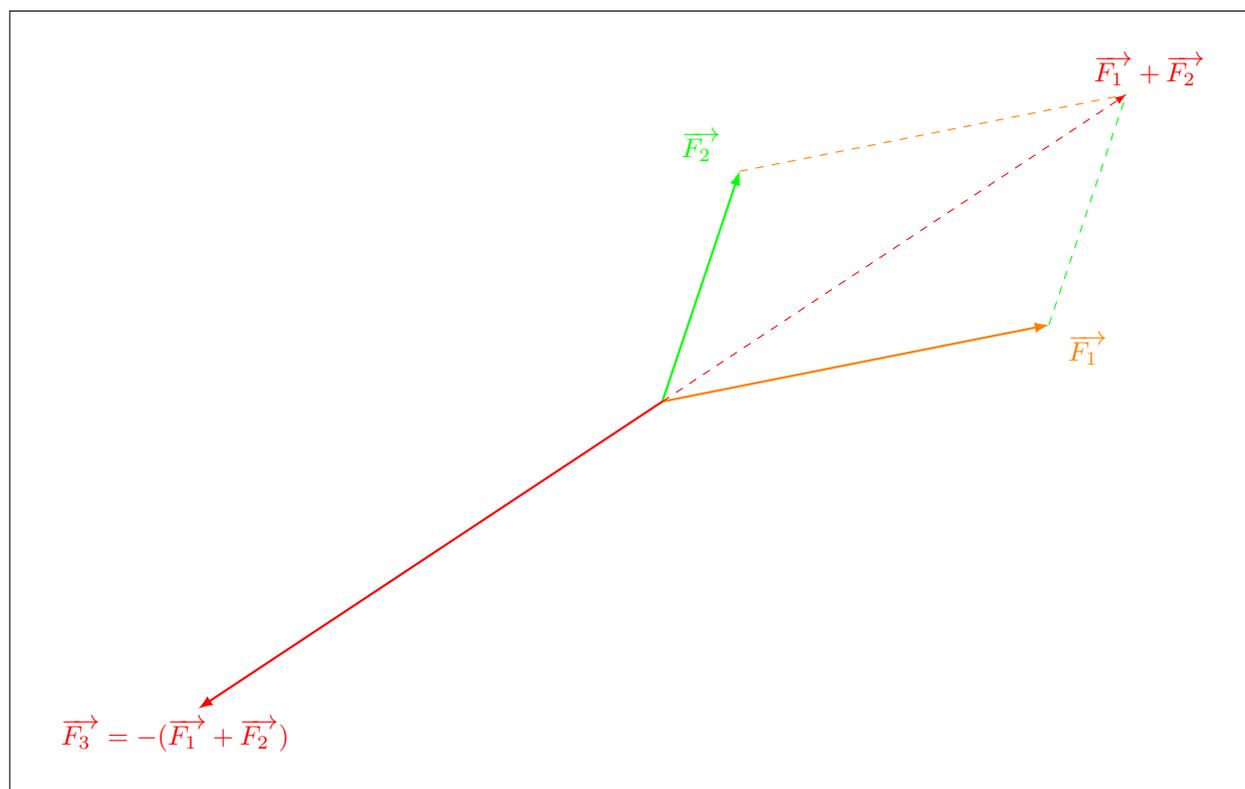


FIGURE 16.1 – La méthode du parallélogramme de forces.

## B Polygone

S'il y a plus que deux forces. Il faut les additionner par la méthode du polygone, tracer la résultante. La "nième" force cherchée sera le vecteur égal et opposé à la résultante.

Si la même méthode est appliquée pour trouver la force à opposer à deux premières forces, on parle de "triangles des forces".

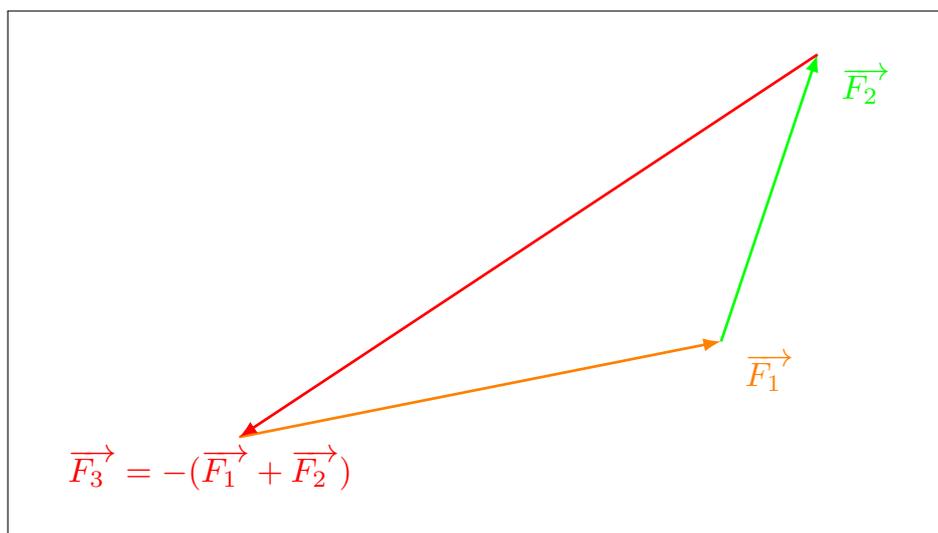


FIGURE 16.2 – Le triangle des forces.

## C Composantes

Si on travaille dans un repère (nous le choisirons orthonormé mais ce n'est pas obligatoire), on peut travailler avec les composantes.

Les composantes du vecteur cherché sont les opposés des sommes des composantes de tous les autres vecteurs.

$$\begin{cases} F_{nx} = - \sum_{i=1}^{n-1} F_{ix} \\ F_{ny} = - \sum_{i=1}^{n-1} F_{iy} \\ F_{nz} = - \sum_{i=1}^{n-1} F_{iz} \end{cases} \quad (16.3)$$

## D Exemples

### 3 La résistance

Si nous sautons du haut d'un mur au sol, seule la force poids due à la gravité s'exerce sur nous (pour autant que nous négligions les frottements) et nous met en mouvement.

Lorsque nous sommes debout sur le plancher, nous subissons la gravité et donc la force poids. Pourtant nous sommes immobiles et ne nous déformons pas. Tout se passe donc comme si les forces s'exerçant sur nous étaient à l'équilibre!

C'est parce qu'une autre force est en jeu : la "*résistance*".

La résistance est une force exercée par les surfaces avec lesquelles un objet est en contact. La résistance est perpendiculaire à la surface et s'oppose à la force qui agit sur la surface (dans notre exemple, à notre poids).

C'est la résistance qui nous donne la sensation d'être "pesant". La sensation de "flottement" que nous éprouvons dans un ascenseur qui descend très vite, lorsque nous plongeons est la même que celle des cosmonautes. En fait nous sommes alors en chute libre!

Si notre poids est perpendiculaire à la surface, la résistance aura la même direction, la même valeur en newton mais sera de sens opposé!

### 4 Le plan incliné

Le plan incliné permet de faire monter des objets d'une certaine hauteur. Il est plus facile de monter un escalier ou une rampe que d'escalader un mur vertical.

#### A Caveat

Le cas du plan incliné est donné à titre d'exemple. Le traitement présenté ici n'est pas une "recette" à suivre avec des formules qui "marchent" toujours. Il s'agit d'une démarche typique qui doit être imitée mais pas copiée littéralement.

Ce sont plutôt le plan et les étapes du traitement qui sont intéressants.

#### B Identifier les forces en présence

Si un corps est sur un plan incliné, il y a trois forces en présence :

- son poids  $\vec{G}$  (direction : verticale, sens : vers le bas, norme :  $m.g$ ),

- la résistance du plan incliné  $\vec{R}$  (direction : perpendiculaire à la surface du plan, sens : vers l'extérieur du plan, norme : à priori inconnue),
- et une force de retenue  $\vec{F}$  (souvent les frottements ou une tension dans un câble) (direction : parallèle au plan, sens : "vers le haut", norme : à priori inconnue mais éventuellement mesurable).

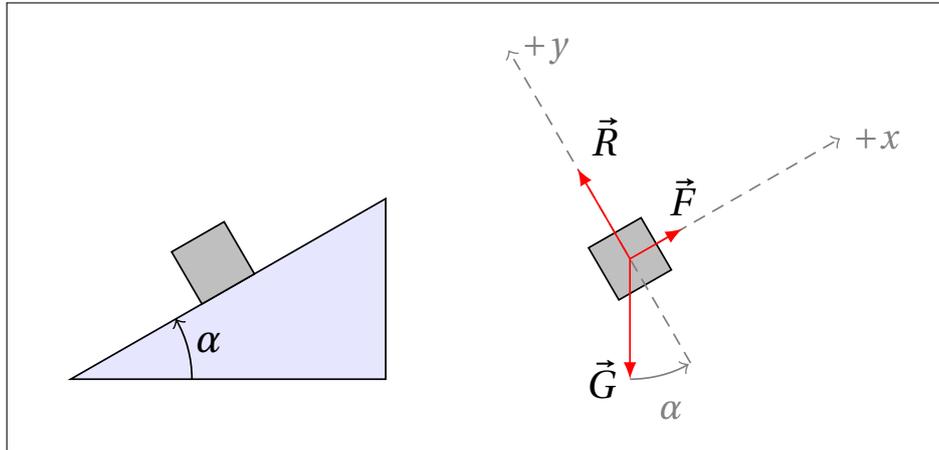


FIGURE 16.3 – Le plan incliné et les forces en présence

### C Déterminer les forces en présence

Comme nous sommes à l'équilibre, les forces doivent s'annuler et la méthode du polygone de forces (ici un triangle de forces) doit pouvoir s'appliquer.

Il faut fixer une échelle, puis d'abord tracer un vecteur vertical  $\vec{G}$  dirigé vers le bas dont la longueur correspond à la valeur du poids.

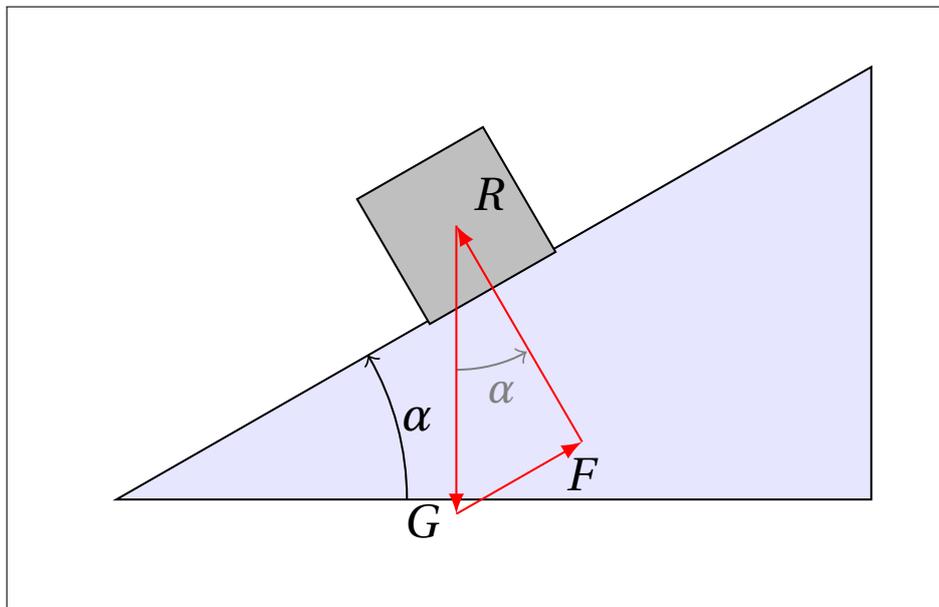


FIGURE 16.4 – Triangle de forces et plan incliné.

Ensuite, il faut tracer une demi-droite partant de l'extrémité du vecteur poids, parallèle à la surface du plan incliné et dirigée vers le haut du plan incliné. (Ceci correspond à la direction et au sens de la force de retenue  $\vec{F}$ .)

Puis, partant du début du vecteur poids, il faut tracer une demi-droite dont la direction est perpendiculaire au plan et dirigée vers le bas. (La résistance  $\vec{R}$  aura son extrémité à l'origine de cette demi-droite.)

L'intersection des deux demi-droites fixe les extrémités des vecteurs  $\vec{F}$  et  $\vec{R}$ .

## D Point de vue analytique

Comme la figure 16.4 (p. 149) le laisse entendre,  $\vec{G}$  est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont  $\vec{R}$  et  $\vec{F}$  sont les côtés.

Dès lors nous pouvons appliquer les relations d'angle dans les triangles rectangles.

$$\begin{cases} R = G \cos \alpha \\ F = G \sin \alpha \end{cases} \quad (16.4)$$

Ce qui entraîne immédiatement :

$$\tan \alpha = \frac{F}{R} \quad (16.5)$$

### a) Force parallèle et normale

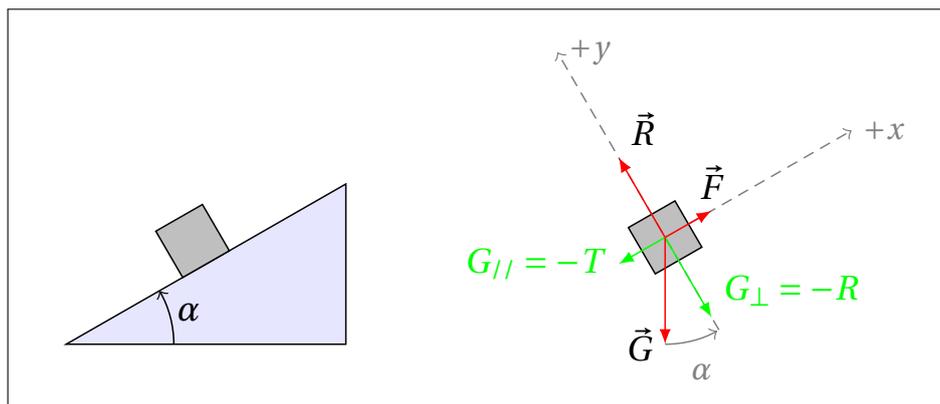


FIGURE 16.5 – Le plan incliné et les forces en présence.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 16.5 (p. 150), la force poids peut être décomposée en une force  $G_{//}$  parallèle au plan incliné qui est égale à  $-F$  et une force  $G_{\perp}$  perpendiculaire au plan incliné qui est égale à  $-R$ .

## E Marche à suivre

La marche à suivre pour résoudre des problèmes d'équilibre statique peut donc se résumer ainsi :

1. Faire un schéma complet (avec les surfaces, les angles, les forces ...) de la situation;
2. représenter les forces sur le schéma en étant attentif aux angles;
3. représenter les forces seules avec les mêmes orientations que sur le schéma global;
4. chercher à transposer le schéma dans un triangle rectangle (ce n'est pas toujours possible) avec des forces orientées
  - l'une à la verticale,
  - l'autre à l'horizontale

- et une troisième selon l'hypoténuse,  
*bien* identifier les angles (éventuellement les complémentaires de ceux donnés);
5. à partir du dernier schéma, déduire des relations trigonométriques.

## 5 Exercices

Pour tous les exercices d'équilibre de forces du type "équilibre de translation", il faut toujours établir des correspondances entre triangles semblables. Un premier triangle correspondant à la géométrie du problème va permettre de construire un deuxième triangle qui sera le triangles des forces.



# Chapitre 17

## Équilibres de rotation et moments de force

### Sommaire

---

1	Un peu d'histoire : Simon Stevin . . . . .	154
2	Équilibre de rotation et leviers . . . . .	155
	A Observations . . . . .	155
	B Déduction . . . . .	156
	C Loi des leviers . . . . .	156
	D Types de leviers . . . . .	157
3	Moments de force . . . . .	158
	A Définition . . . . .	158
	B Reformulation de la loi des leviers . . . . .	158
	C Somme des moments de force . . . . .	159
	D Signes des moments de force . . . . .	159
	E Condition d'équilibre de rotation . . . . .	160
	F Définition . . . . .	160
4	Poutres et autres . . . . .	160
	A Analyse de la situation . . . . .	161
	B Équivalence poutre et leviers . . . . .	163
5	Autres machines simples qui peuvent être comparées aux leviers . . . . .	164
	A Le treuil . . . . .	164
	B Le pédalier de vélo . . . . .	164
6	Le produit vectoriel . . . . .	165
	A Le produit vectoriel . . . . .	165
	B Application aux moments de force . . . . .	166
	C la force et le bras de levier ne sont pas perpendiculaires . . . . .	166

---

## Introduction

Nous connaissons les conditions d'équilibre statique. Celles-ci sont applicables quand les forces sont concourantes. Mais qu'en est-il si les forces ne s'appliquent pas toutes au même endroit?

La somme des forces peut donner l'impression d'être nulle. Mais, si les forces ne mettent pas l'objet en translation, elles peuvent le mettre en rotation.

### 1 Un peu d'histoire : Simon Stevin

La Belgique a joué un rôle dans les découvertes des sujets que nous allons traiter ici.



FIGURE 17.1 – Timbre de 1948 consacré à Simon Stevin à l'occasion des 400 ans de sa naissance.

Simon Stevin (1548-1620) est né à Bruges. On le décrit souvent comme un ingénieur. Ses travaux sur la mécanique ont amené des progrès en terme de machines simples. Il a étudié les leviers, les poutres, les plans inclinés, les machines hydrauliques ... Il fut précepteur du Prince héritier des Pays-Bas. On lui prête aussi la réalisation d'un char à voile!



FIGURE 17.2 – Un char à voile.

Nous utiliserons abondamment ses croquis pour illustrer ce chapitre.

## 2 Équilibre de rotation et leviers

### A Observations

Si nous tenons une latte à une fraction de sa longueur et que, à ses extrémités, soit nous fixions des poids, soit nous exerçons des forces, nous observons que la latte pivote sauf si certaines conditions sont remplies.

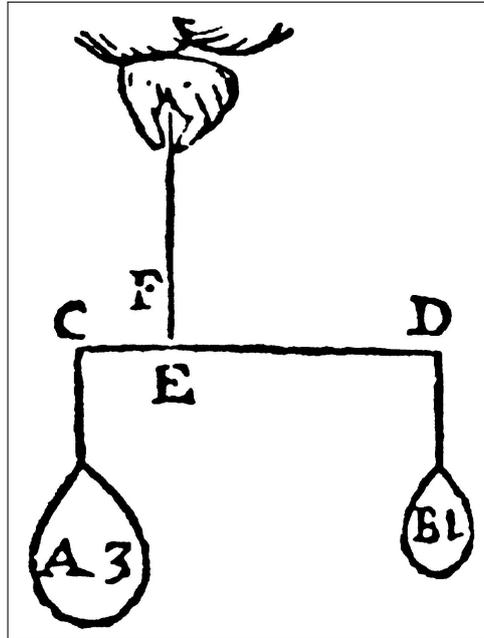


FIGURE 17.3 – Un premier équilibre selon Simon Stevin.

Pour fixer les idées, fixons une masse qui exercera par son poids une force résistance  $F_r$  et exerçons une force que nous appellerons la force motrice  $F_m$ . Le point autour duquel la latte peut pivoter sera nommé l'axe  $O$ .

La distance entre l'axe  $O$  et le point où s'exerce la force motrice sera nommée la distance  $d_m$ . De même, la distance entre l'axe  $O$  et le point où s'exerce la force résistante sera nommée la distance  $d_r$ .

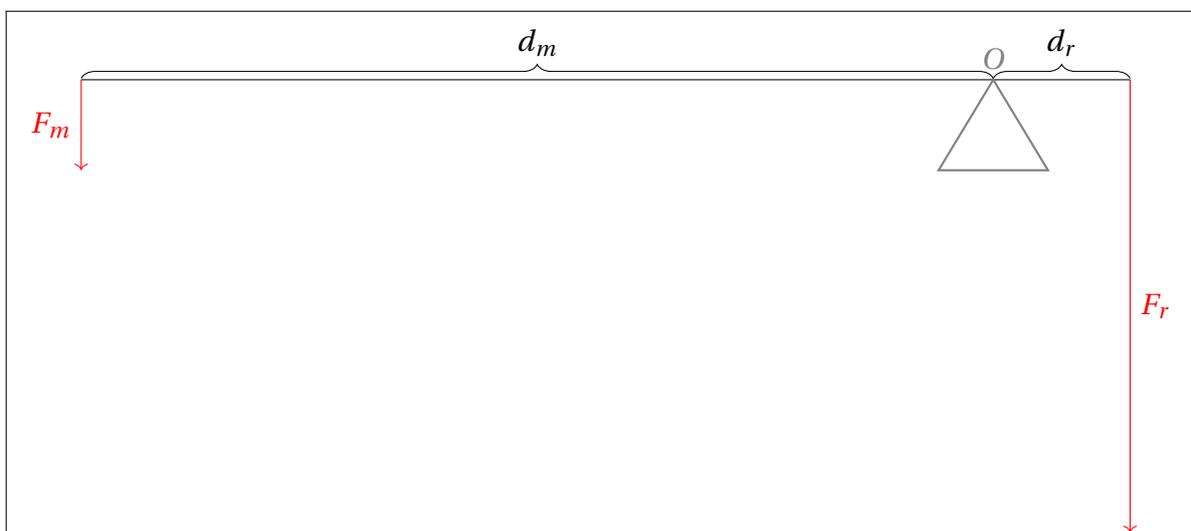


FIGURE 17.4 – Les forces et les distances dans la latte en équilibre.

Nous observons directement que la force du côté "court" doit toujours être plus grande que du côté "long".

Faisons varier les forces et les longueurs.

Essayons d'organiser nos observations sous forme d'un tableau. Indiquons-y les forces, leur rapport, les longueurs et les rapports entre les longueurs.

	$F_m$	$F_r$	$F_m/F_r$	$d_m$	$d_r$	$d_m/d_r$
	1	5	1/5	10	2	5

TABLE 17.1 – Comparaison des forces et des longueurs dans un levier.

## B Déduction

Les rapports  $F_m/F_r$  et  $d_m/d_r$  sont inverses l'un de l'autre!

## C Loi des leviers

Écrivons la relation découlant du point précédent.

$$\frac{F_m}{F_r} = \frac{d_r}{d_m} \quad (17.1)$$

Si nous transformons la relation précédente sous forme de produits (le produit des extrêmes est égal au produit des moyens), nous trouvons une relation connue sous le nom de loi des leviers.

**Loi 3** (Loi des leviers).

$$d_m \cdot F_m = d_r \cdot F_r \quad (17.2)$$

où :

- $F_m$  est la force considérée comme motrice (N);
- $F_r$  est la force considérée comme résistante (N);
- $d_m$  est la distance entre l'axe de rotation et le point d'application de  $F_m$  (m);
- $d_r$  est la distance entre l'axe de rotation et le point d'application de  $F_r$  (m).

Attention :  $F \perp d$ .

### a) Vocabulaire

Les distances  $d_m$  et  $d_r$  sont souvent appelées les *bras de levier*. Nous utiliserons désormais nous aussi ce terme.

### b) $F$ et $d$ orthogonaux

Attention, dans les cas considérés jusqu'ici les forces et les leviers sont perpendiculaires. Lorsque ce ne sera plus le cas, nous insisterons sur le fait.

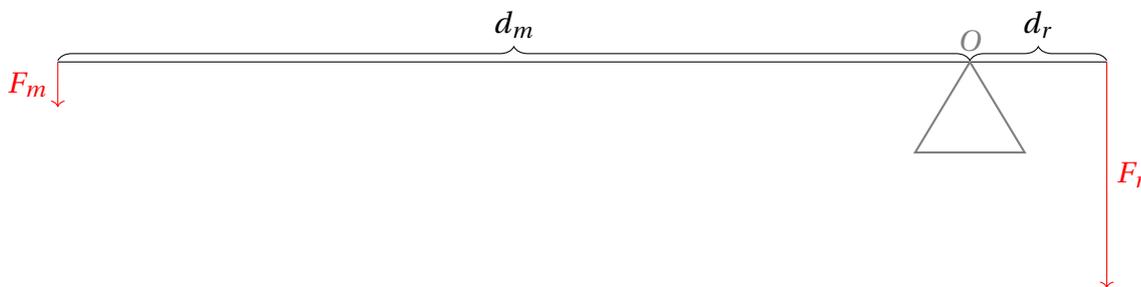
## D Types de leviers

Il existe trois grands types de leviers. Nous allons ici les passer en revue. Pour chacun,

1. nous ferons un schéma général avec
  - une force motrice,
  - une force résistante,
  - un point d'appui,
  - les distances caractéristiques;
2. nous verrons éventuellement la particularité de ce type de levier;
3. nous donnerons quelques exemples.

### a) Inter appui

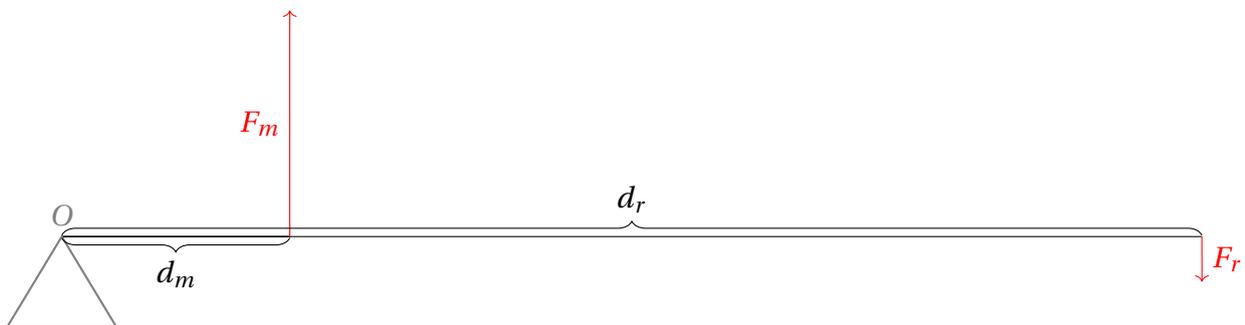
1. schéma :



2. relation :  $d_m \cdot F_m = d_r \cdot F_r$
3. particularité : selon rapport  $d_m / d_r$
4. ex : ciseaux, pied de biche, tenaille, pinces ...

### b) Inter moteur :

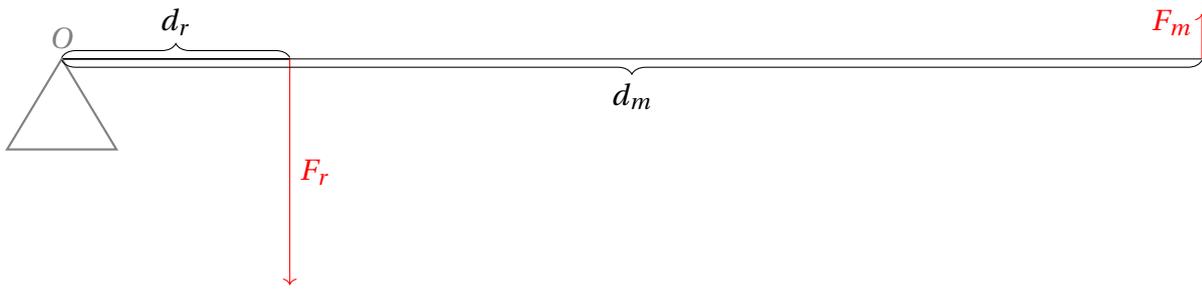
1. schéma :



2. relation :  $d_m \cdot F_m = d_r \cdot F_r$
3. particularité :  $d_r$  fait toute la longueur du levier et le rapport  $d_m < d_r$  implique  $F_m > F_r$ . Donc on a une amplification de l'amplitude du mouvement au prix d'une force motrice qui doit être grande.
4. ex : essuie-glaces, balais, muscles ...

**c) Inter résistant :**

1. schéma :

2. relation :  $d_m \cdot F_m = d_r \cdot F_r$ 3. particularité :  $d_m$  fait toute la longueur du levier et le rapport  $d_m > d_r$  implique  $F_m < F_r$ . donc, on a une amplification de la force motrice au prix de l'amplitude du mouvement moteur qui doit être grand.

4. ex : casse-noisette, brouette ...

**3 Moments de force**

Les notions abordées avec les leviers peuvent être généralisées.

**A Définition**

Le produit de la valeur de la force et de la longueur du bras de levier est appelé la valeur du moment de force.

**Définition 41** (Moment de force : valeur (absolue)).

$$M' = d \cdot F \quad (17.3)$$

où :

- $M'$  est la valeur (absolue) du moment de la force  $F$  par rapport au point d'appui (ou à l'axe de rotation) (Nm) ou ( $\text{kgm}^3 \text{s}^{-2}$ ),
- $F$  = la force considérée (N) ou ( $\text{kgm}^2 \text{s}^{-2}$ ),
- $d$  = la distance entre le point d'application de la force et l'axe de rotation (ou encore la longueur du bras de levier) (m)

*Remarque 8* (sur l'usage des moments de force).

Deux remarques importantes :

- Il faut toujours préciser par rapport à quel axe de rotation, on détermine le moment de force.
- Avec cette définition, la force et le bras de levier sont orthogonaux. (C'est ce que nous avons fait jusqu'ici sans le dire. Ce ne sera bientôt plus nécessairement le cas.)

**B Reformulation de la loi des leviers**

Nous pouvons dès lors reformuler la loi des leviers en terme des moments de forces.

**Loi 4** (Loi des leviers en terme de moments de force).

$$M'_m = M'_r \quad (17.4)$$

Les moments de force doivent être égaux.

### C Somme des moments de force

Mais que se passe-t-il s'il y a plus que deux forces? Et si elles ne s'appliquent pas au même endroit?

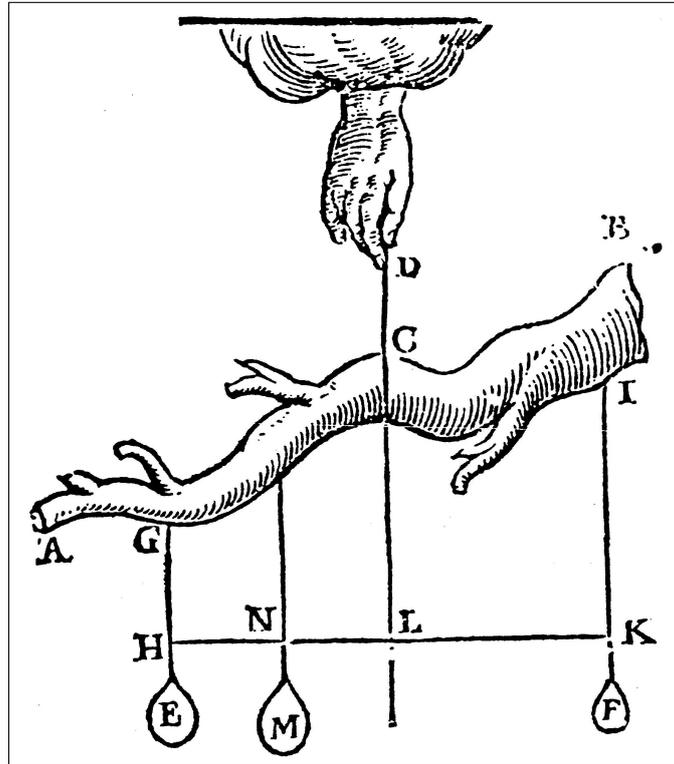


FIGURE 17.5 – Trois forces sur un levier selon Simon Stevin.

Il "suffit" d'additionner les moments du "bon côté" du signe d'égalité. Imaginons avoir cinq forces toutes dirigées vers le bas, deux à gauche et trois à droite.

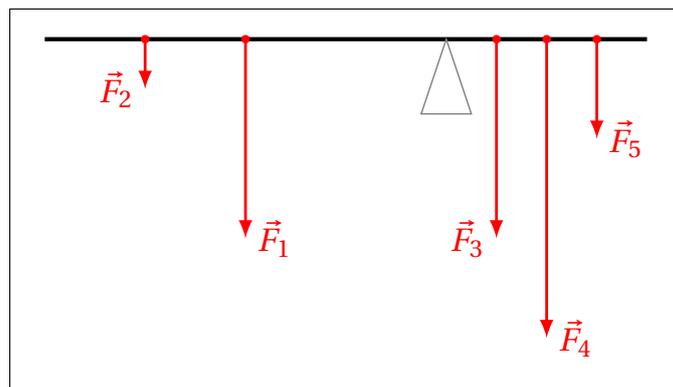


FIGURE 17.6 – Levier avec cinq forces : deux à gauche et trois à droite du point d'appui.

$$M'_1 + M'_2 = M'_3 + M'_4 + M'_5 \quad (17.5)$$

### D Signes des moments de force

La relation précédente pourrait se réécrire :

$$M'_1 + M'_2 - M'_3 - M'_4 - M'_5 = 0 \quad (17.6)$$

Il nous a suffi d'additionner les forces à gauche et de soustraire les forces à droite.

**a) Sens de rotation et signe des moments de force**

Comment déterminer une condition d'équilibre de façon plus générale?

Souvenons-nous de la convention de signe des angles en trigonométrie : Le sens anti-horlogique est compté positif; le sens horlogique est compté négatif.

Adoptons la même convention :

**Loi 5** (Signe des moments de force). *Si par rapport à un axe de rotation donné, une force contribue à un mouvement de sens anti-horlogique, son moment de force est compté positif.*

*Si par rapport à un axe de rotation donné, une force contribue à un mouvement de sens horlogique, son moment de force est compté négatif.*

**E Condition d'équilibre de rotation**

Dès lors, nous pouvons écrire des conditions d'équilibre de rotation.

Soit en égalant la somme des valeurs (absolues) des moments "tournant" en sens anti-horlogique à la somme des valeurs (absolues) des moments "tournant" en sens horlogique.

**Loi 6** (Équilibre de rotation :  $\odot = \odot$ ).

$$\sum M'_{\odot} = \sum M'_{\odot} \quad (17.7)$$

Soit en additionnant la somme des valeurs des moments "tournant" en sens anti-horlogique et en y soustrayant la somme des valeurs (absolues) des moments "tournant" en sens horlogique. Le résultat de l'opération devant être nul.

**Loi 7** (Équilibre de rotation :  $\odot - \odot = 0$ ).

$$\sum M'_{\odot} - \sum M'_{\odot} = 0 \quad (17.8)$$

**F Définition**

**Définition 42** (Moment de force). Si la force est perpendiculaire au bras de levier, alors

$$M = F \cdot d \quad (17.9)$$

où :

- $M$  = est la valeur du moment de la force  $F$  par rapport au point d'appui (ou à l'axe de rotation) (Nm) ou ( $\text{kgm}^3 \text{s}^{-2}$ ),
- $F$  = la force considérée (N) ou ( $\text{kgm}^2 \text{s}^{-2}$ ),
- $d$  = la distance entre le point d'application de la force et l'axe de rotation (ou encore la longueur du bras de levier) (m)

Si par rapport à un axe de rotation donné, une force contribue à un mouvement de sens anti-horlogique, son moment de force est compté positif.

Si par rapport à un axe de rotation donné, une force contribue à un mouvement de sens horlogique, son moment de force est compté négatif.

**4 Poutres et autres**

L'équilibre d'une poutre avec des points d'appui multiples peut être traitée avec les moments de force.

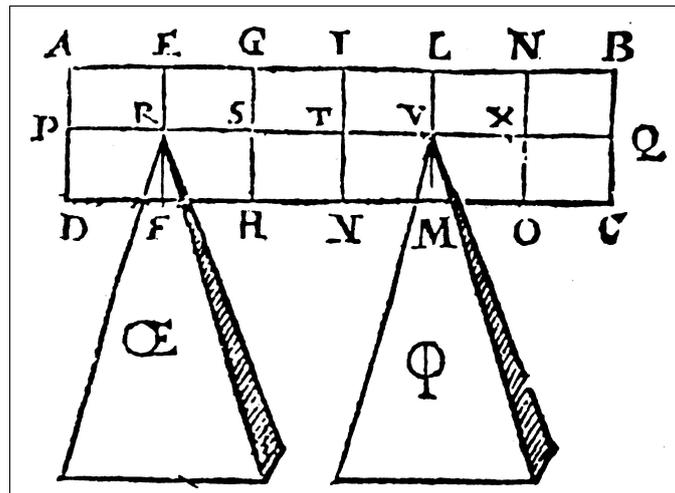


FIGURE 17.7 – Un poutre avec deux points d'appui selon Simon Stevin.

## A Analyse de la situation

### a) Les forces

Quelle sont les forces qui agissent sur la poutre ?

Il y a :

- le poids de la poutre (au centre de masse de la poutre, verticale et dirigée vers le bas),
- la force de résistance exercée par l'appui de gauche (au point d'appui de gauche, verticale et dirigée vers le haut),
- la force de résistance exercée par l'appui de droite (au point d'appui de droite, verticale et dirigée vers le haut).

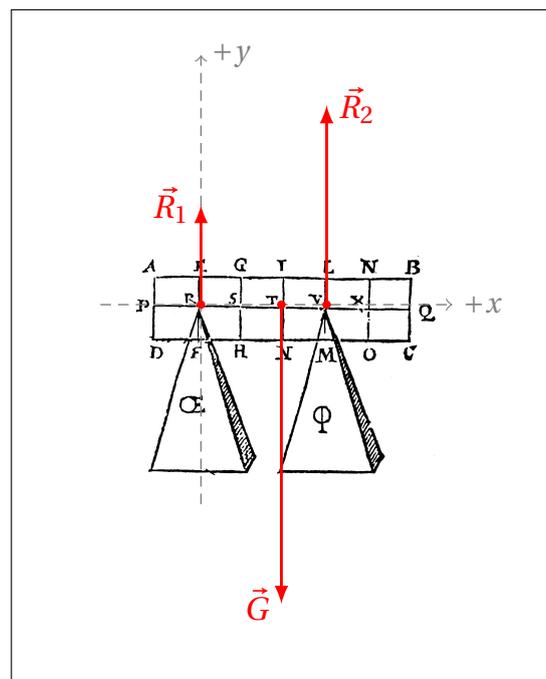


FIGURE 17.8 – Les forces sur la poutre avec deux points d'appui.

*Remarque 9.* La loi des équilibres de translation doit toujours s'appliquer et donc la somme des forces doit être nulle.

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 = -\vec{G} \quad (17.10)$$

### b) Les moments de force

Il faut déterminer les moments de force par rapport à chaque point d'appui successivement.

#### (i) Point d'appui de gauche

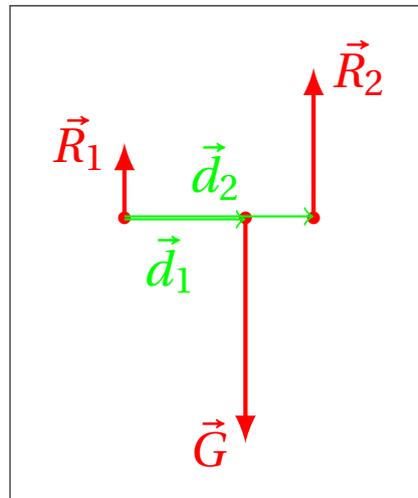


FIGURE 17.9 – Point d'appui de gauche.

Le moment de  $\vec{R}_1$  est nul puisque la distance entre le point d'appui choisi et  $\vec{R}_1$  est nulle. Le moment de  $\vec{G}$  vaut  $d_1 G$  et engendre une rotation anti-horlogique. Le moment de  $\vec{R}_2$  vaut  $d_2 R_2$  et engendre une rotation horlogique.

$$0R_1 - d_1 G + d_2 R_2 = 0 \quad (17.11)$$

#### (ii) Point d'appui de droite

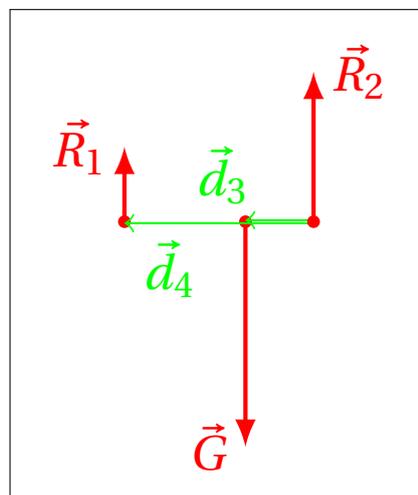


FIGURE 17.10 – Point d'appui de droite.

Le moment de  $\vec{R}_2$  est nul puisque la distance entre le point d'appui choisi et  $\vec{R}_2$  est nulle.

Le moment de  $\vec{G}$  vaut  $d_3G$  et engendre une rotation anti-horlogique.

Le moment de  $\vec{R}_1$  vaut  $d_4R_2$  et engendre une rotation anti-horlogique.

Remarquons que si nous prenons les longueurs des bras de leviers en valeur absolue, alors :

- $d_4 = d_2$
- $d_3 = d_2 - d_1$

$$0R_2 - (d_2 - d_1)G + d_2R_1 = 0 \quad (17.12)$$

### (iii) Système d'équation

Pour déterminer  $R_1$  et  $R_2$ , il faut donc résoudre un système de deux équations à deux inconnues.

$$\begin{cases} 0 = 0R_1 - d_1G + d_2R_2 \\ 0 = 0R_2 - (d_2 - d_1)G + d_2R_1 \end{cases} \quad (17.13)$$

## B Équivalence poutre et leviers

Comme Stevin l'avait compris, le traitement de la poutre peut être comparé à celui d'un levier!

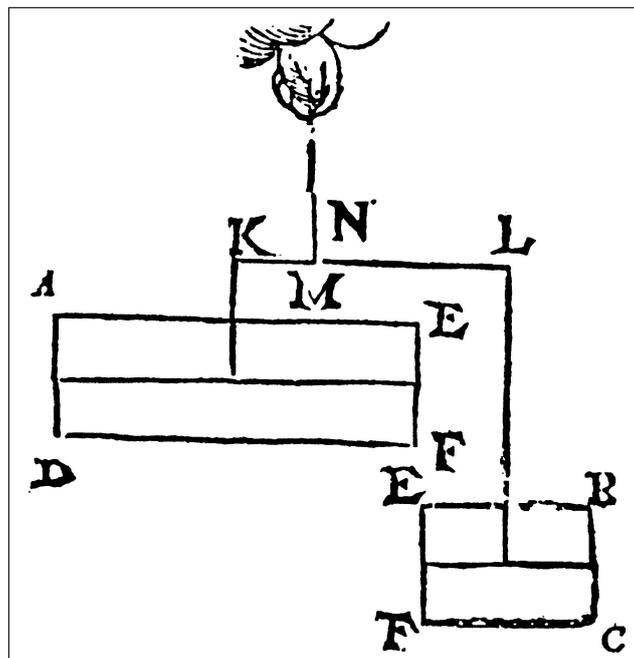


FIGURE 17.11 – Un poutre avec deux points d'appui = un levier selon Simon Stevin.

## 5 Autres machines simples qui peuvent être comparées aux leviers

### A Le treuil

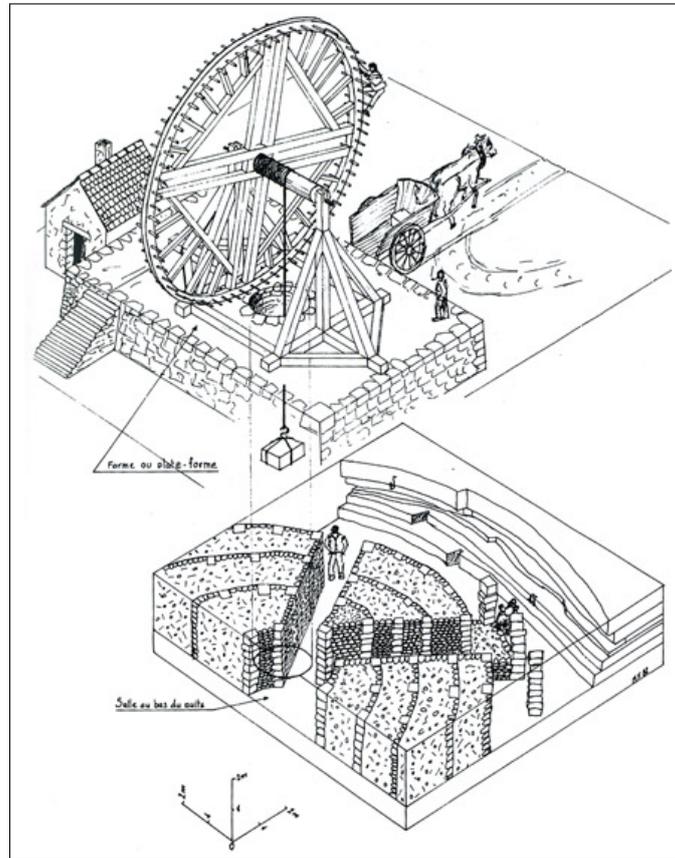


FIGURE 17.12 – Le treuil.

### B Le pédalier de vélo



FIGURE 17.13 – Le pédalier de vélo.

## 6 Le produit vectoriel

### Introduction

Dans ce qui suit, nous allons établir le lien entre les moments de force et le produit vectoriel. Nous allons essentiellement travailler dans le plan mais envisagerons les vecteurs forces et "bras de force" comme ayant une valeur nulle pour leur troisième coordonnée (pour la troisième dimension d'espace).

### A Le produit vectoriel

Pour aborder ce point, il est nécessaire de connaître la définition et les règles du produit vectoriel, ainsi que quelques concepts associés aux vecteurs dans l'espace.

#### a) Repère direct et indirect

Pour travailler dans l'espace, il faut utiliser une base et un repère. Choisissons les orthonormés. Commençons par définir un repère direct.

Imaginons que notre base est représentée par un bonhomme!

La colonne vertébrale représente l'axe vertical (axe z ou  $\vec{k}$ ). Le sens positif de cet axe est orienté depuis les pieds vers la tête. Les deux autres axes sont représentés par les bras du bonhomme. Si le bras droit est l'axe x (ou  $\vec{i}$ ) et le bras gauche l'axe y (ou  $\vec{j}$ ), alors la base est dite "directe".

Si le bras droit est l'axe y (ou  $\vec{j}$ ) et le bras gauche l'axe x (ou  $\vec{i}$ ), alors la base est dite indirecte.

**Définition 43.** Strictement, une base  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est une base directe si  $\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$ .

*Remarque 10.* Les permutations cycliques sont vérifiées :  $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$  et  $\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$

#### b) Définition du produit vectoriel

Le produit vectoriel des vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  est un vecteur et se note  $\vec{a} \wedge \vec{b}$  et est :

- égal à  $\vec{0}$  si  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  ;
- si  $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$  alors  $\vec{a} \wedge \vec{b}$  est
  - orthogonal aux vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$ ,
  - tel que  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \wedge \vec{b})$  est une base directe de l'espace
  - et de norme  $\|\vec{a} \wedge \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot |\sin(\vec{a}, \vec{b})|$ .

#### c) Technique de calcul du produit vectoriel avec les coordonnées des vecteurs

Dans un repère orthonormé direct, si les deux vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  sont :  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$  et  $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}$

alors le produit vectoriel  $\vec{a} \wedge \vec{b}$  est égal à

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - b_y a_z \\ a_z b_x - b_z a_x \\ a_x b_y - b_x a_y \end{pmatrix}$$

Pour rappel, le produit vectoriel  $\vec{a} \wedge \vec{b}$  peut se calculer comme le pseudo-déterminant suivant

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - b_y a_z) \vec{i}_x + (a_z b_x - b_z a_x) \vec{i}_y + (a_x b_y - b_x a_y) \vec{i}_z$$

#### d) Cas particulier où les deux vecteurs sont dans le plan "xy"

Dans ce cas, les composantes "z" des vecteurs sont nulles et les composantes "x" et "y" du produit vectoriel sont égales à zéro. Le produit vectoriel revient à calculer  $a_x b_y - b_x a_y$ .

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_x b_y - b_x a_y) \vec{i}_z \quad (17.14)$$

## B Application aux moments de force

### a) La force et le bras de levier sont perpendiculaires

Si la force et le bras de levier sont orthogonaux, alors le moment est maximum.

### b) Sens de la rotation

Le moment de force est un vecteur qui est perpendiculaire au plan de la rotation. Il indique le sens de la rotation selon qu'il pointe au-dessus ou au-dessous du plan de rotation.

## C la force et le bras de levier ne sont pas perpendiculaires

### a) Différentes situations

#### (i) Force et le bras de levier perpendiculaires

Alors le moment de force est maximum. (C'est ce que nous avons fait jusqu'à présent.)

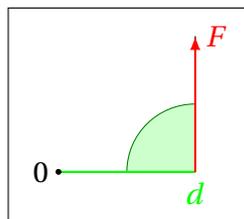


FIGURE 17.14 – Bras de levier avec angle droit.

#### (ii) Force et bras de levier parallèles

Dans ce cas, il n'y a pas de rotation! Le moment de force est nul!

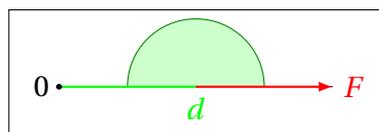


FIGURE 17.15 – Bras de levier avec angle plat.

#### (iii) Force et bras de levier faiblement inclinés l'un par rapport à l'autre

(Pour fixer les idées, disons  $170^\circ$ .) Le moment de force est faible.

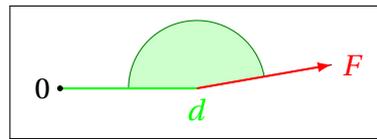


FIGURE 17.16 – Bras de levier avec angle faible.

- (iv) **Force et bras de levier fortement inclinés l'un par rapport à l'autre**  
 (Pour fixer les idées, disons  $110^\circ$ .) Le moment de force est plus important.

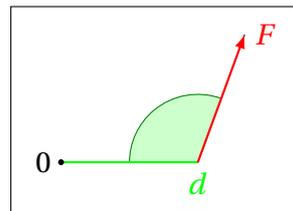


FIGURE 17.17 – Bras de levier avec angle important.

### b) Analyse

Nous savions que les moments de force étaient fonction de la grandeur de la force et de la longueur du bras de levier :

$$\vec{d} \perp \vec{F} \Rightarrow M = dF$$

Les points précédents indiquent que les moments de force dépendent aussi de l'angle  $\alpha$  entre  $\vec{d}$  et  $\vec{F}$ .

La fonction de l'angle  $\alpha$ , qui est nulle si  $\vec{d} \parallel \vec{F}$  et est croissante entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$  pour atteindre alors un maximum (quand  $\vec{d} \perp \vec{F}$ ), est la fonction sinus.

Nous pouvons dès lors écrire :

$$M = dF \sin \alpha \quad (17.15)$$

### c) Synthèse

Ce qui précède suggère que le moment de force soit un vecteur. C'est bien le cas.

La définition du moment de force à trois dimensions est :

$$\vec{M} = \vec{d} \wedge \vec{F} \quad (17.16)$$



# **Cinquième partie**

## **Dynamique**



# Chapitre 18

## Les lois de Newton

### Sommaire

---

1	Le principe d'inertie . . . . .	<b>172</b>
	A Principe . . . . .	172
	B Importance du système de référence . . . . .	173
2	Le principe fondamental de la dynamique . . . . .	<b>175</b>
	A Introduction . . . . .	175
	B Recherche de la relation qui lie $F$ , $m$ et $a$ . . . . .	175
	C Le principe fondamental de la dynamique (finalement) . . . . .	177
3	Le principe des forces réciproques (action et réaction) . . . . .	<b>177</b>
	A Exemples . . . . .	178
	B Principe . . . . .	178
4	Exercices . . . . .	<b>178</b>
	A Applications immédiates . . . . .	178
	B Applications plus subtiles . . . . .	179

---

## Introduction

Les lois fondamentales de la dynamique sont aussi appelées les 3 lois de Newton :

1. Le principe d'inertie
2. La relation  $F = ma$
3. Le principe d'action réciproque (action et réaction)

### 1 Le principe d'inertie

Quelle est la cause du mouvement ?

À cette question, les réponses sont souvent "aristotéliennes" : le mouvement est dû à une qualité transmise à l'objet en mouvement. Cette "qualité" s'épuise jusqu'à l'arrêt comme un réservoir de carburant qui se vide dans une voiture.

#### A Principe

##### a) Exemple

Je roule à vélo sur une route plate. J'arrête de pédaler. Que se passe-t-il ? Mon vélo poursuit son mouvement. Pourquoi ?

##### b) L'inertie

Tous les corps matériels ont de l'inertie, c'est-à-dire qu'ils sont **incapables de modifier par eux-mêmes leur trajectoire ou leur vitesse** :

- Si le corps est au repos, **il ne peut se mettre en mouvement seul.**
- S'il se déplace en ligne droite, **il continue en ligne droite.**
- S'il se déplace à vitesse constante, **il continue à vitesse constante** (*s'il n'y a pas de frottement*).

##### c) Première loi de Newton

Lancé sur un plan horizontal infini, en l'absence d'obstacle, un mobile continue indéfiniment son MRU. Tout corps conserve son état soit de repos, soit de MRU, si aucune force n'agit sur lui.

La formulation mathématique est la suivante :

**Principe 1** (Principe d'inertie).

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v} = cst. \quad (18.1)$$

Donc, si la résultante de toutes les forces s'exerçant sur un corps est nulle, alors la vitesse de ce corps est constante et réciproquement.

**d) Cas particulier**

Si la vitesse est nulle, elle est constante. Nous connaissons la règle d'équilibre de translation qui dit qu'un objet est immobile si la somme des forces qui s'y appliquent est nulle.

Il s'agit donc d'un cas particulier du principe d'inertie.

$$\text{Si } \vec{v} = \vec{0}, \text{ alors } \vec{v} = \text{cst.} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \quad (18.2)$$

**e) Exemple (suite)**

Pour que mon vélo arrête son MRU, je dois freiner. Je dois pédaler pour accélérer. Dans les deux cas, je dois appliquer une force.

Et si, en pratique, mon vélo s'arrête seul après un certain temps, c'est à cause des forces de frottement.

**B Importance du système de référence**

Le système de référence, c'est le repère en math. C'est-à-dire le système d'axes (l'origine, les axes et les unités).

Notons qu'il y a d'autres manières de construire un système de références mais nous n'en parlerons pas ici.

Cette première loi de Newton n'est valable que si le système de référence n'est soumis à aucune accélération.

Un repère qui n'est soumis à aucune accélération est appelé un *repère inertiel* ou encore un *repère galiléen*.

**a) Exemple**

- Un wagon sur une voie
- Une balle sur une table dans le wagon.
- 2 observateurs A et B : A dans le wagon, B sur le quai

1. Le wagon est en MRU par rapport au quai.

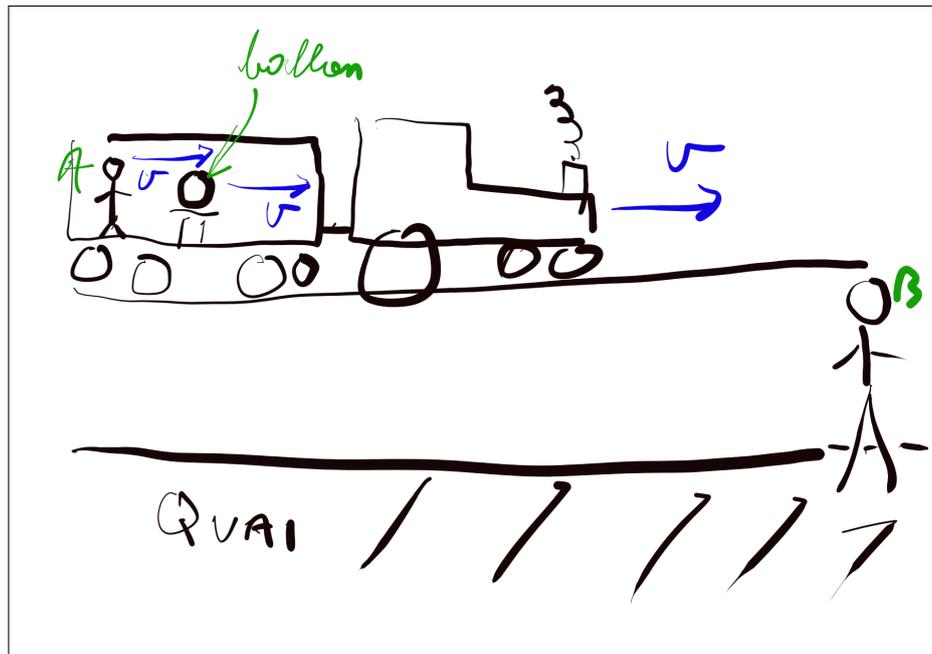


FIGURE 18.1 – Wagon et balle en MRU.

- Pour B : la balle suit un MRU
- Pour A : La balle est immobile
- Pour A et B, la somme des forces sur la balle = 0

## 2. Le wagon est soumis à une accélération

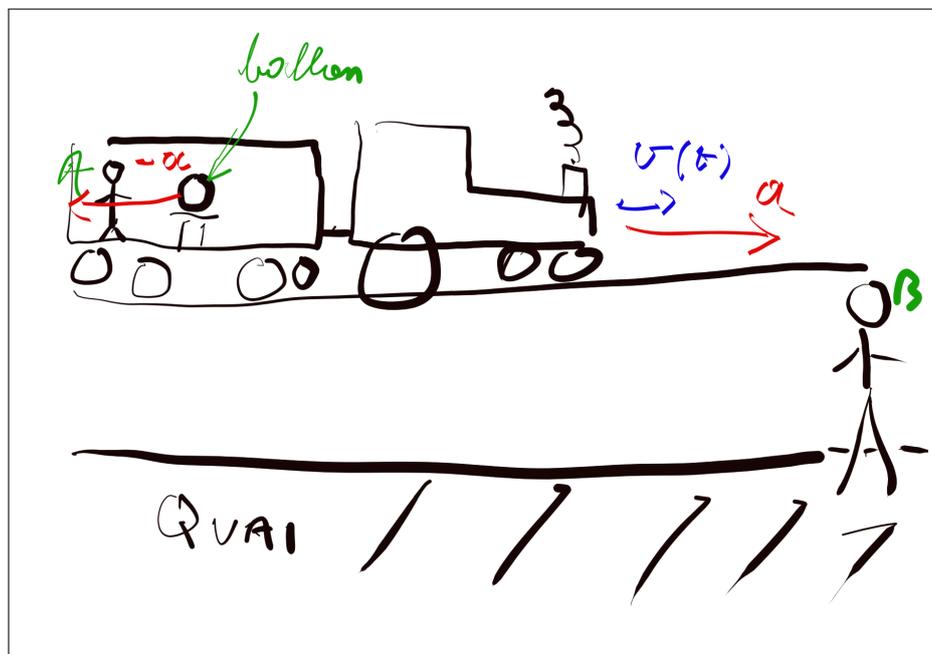


FIGURE 18.2 – Wagon soumis à une accélération.

- Pour B : la balle est immobile par rapport au quai.
- Pour A : La balle semble subir une accélération “-a”.
- La balle n’est soumise à aucune force mais l’observateur A subit des forces : Le principe d’inertie n’est pas respecté.

Conclusion : Le principe d’inertie n’est pas valable pour tous les systèmes de référence. Dans

la plupart des cas, la Terre peut être considérée comme un système inertiel. Mais certaines expériences fines prouvent que ceci n'est qu'une approximation.

*Exemple 1* (Phénomènes non-inertiels dus à la rotation de la Terre).

- l'effet Coriolis
- le pendule de Foucault

Dans chacun de ces cas, les corps (nuages ou pendule) semblent subir une force "invisible" qui courbe leurs trajectoires. En réalité, il n'y a pas de force mais le repère est "non-inertiel".

Ces mouvements résultent d'un objet qui continue son mouvement par inertie dans un repère "non-inertiel".

Les physiciens parlent alors de *pseudo-forces*.

## 2 Le principe fondamental de la dynamique

Cette deuxième loi est tellement importante que nous la baptiserons "principe fondamental de la dynamique".

### A Introduction

Si nous appliquons une force à un corps au repos, il se met en mouvement et acquiert une vitesse  $v$ . Si nous appliquons la force en continu, la vitesse va augmenter régulièrement et le mobile sera animé d'un MRUA.

Quelle est la relation liant la force, le corps et l'accélération ?

### B Recherche de la relation qui lie $F$ , $m$ et $a$

#### a) Dispositif expérimental

Attachons une bouteille d'air comprimé au chariot du rail à coussin d'air. Selon que nous ouvrons plus ou moins fort le robinet, la force fournie par l'air qui s'échappe sera plus ou moins grande. Nous pourrions avoir une mesure de cette force grâce à l'instrument de mesure de la force, le dynamomètre.

Rajoutons des masses sur le chariot.

Mesurons comme précédemment l'accélération du chariot.

#### b) Trois grandeurs entrent en jeu.

1. La force,
2. la masse **totale** (masses = chariot + bouteille + air) du chariot,
3. l'accélération du chariot.

#### c) Démarche "théorético-expérimentale"

Nous pouvons faire varier la force et la masse assez facilement et nous pourrions mesurer leur effet sur l'accélération. Nous allons donc, dans un premier temps, faire varier la masse, obtenant ainsi un premier lien entre masse et accélération et, dans un deuxième temps, faire varier la force, obtenant ainsi un deuxième lien, entre force et accélération cette fois.

Nous établirons alors un lien entre les 3 grandeurs.

Pour estimer l'accélération moyenne, nous allons utiliser la relation :

$$\Delta r = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (18.3)$$

qui deviendra

$$a = \frac{2 \cdot \Delta r}{t^2} \quad (18.4)$$

#### d) Expérience établissant le lien entre masse et accélération

La force reste identique mais ajoutons des masses sur le chariot. Attention, il faut tenir compte de la masse **totale** (masses + chariot + bouteille + air) du chariot.

Quel est l'effet de la masse sur l'accélération ?

Pour y voir plus clair, organisons l'information dans un tableau :

F (N)	m (kg) (à vide)	m (kg) additionnelle	m (kg) totale	t (s)	a ( $m/s^2$ )	$\frac{1}{a}$ ( $s^2/m$ )	$k = a \cdot m$ ( $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ )

Nous remarquons que l'accélération diminue en proportion inverse de la masse. L'accélération est inversement proportionnelle à la masse.

$$a = k \cdot \frac{1}{m} \quad (18.5)$$

où

- $a$  est l'accélération ( $m/s^2$ ),
- $m$  est la masse ( $kg$ ),
- $k$  est une constante particulière à l'expérience ( $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ )

Nous discuterons la nature de la constante  $k$  plus loin.

#### e) Expérience établissant le lien force et accélération

Faisons varier la force avec une masse totale qui, elle, reste constante. Nous remarquons que l'accélération augmente.

Quel est l'effet de la force sur l'accélération ?

Pour y voir plus clair, organisons l'information dans un tableau :

F (N)	m (kg) (à vide)	m (kg) additionnelle	m (kg) totale	t (s)	a ( $m/s^2$ )	$K = \frac{a}{F}$ ( $\frac{m}{N \cdot s^2}$ )

Nous remarquons que l'accélération augmente en proportion directe de la force. L'accélération est directement proportionnelle à la force.

$$a = k' \cdot F \quad (18.6)$$

où

- $a$  est l'accélération ( $m/s^2$ ),
- $F$  est la force ( $N$ ),
- $k'$  est une constante particulière à l'expérience ( $\frac{m}{N \cdot s^2}$ )

### C Le principe fondamental de la dynamique (finalement)

Dans la série d'expériences précédentes, nous avons obtenu deux relations importantes :  $a = k \cdot \frac{1}{m}$  et  $a = k' \cdot F$

Réunissons ces deux relations en une seule et nous obtenons le principe fondamental de la dynamique.

L'accélération d'un mobile est directement proportionnelle à la force qui lui est appliquée et inversement proportionnelle à sa masse.

#### a) Expression mathématique du principe fondamental de la dynamique

Combinons les expressions

$$a = k \cdot \frac{1}{m} \quad (18.7)$$

et

$$a = k' \cdot F \quad (18.8)$$

Nous obtenons

$$a = K \cdot \frac{F}{m} \quad (18.9)$$

et si nous prenons  $K = 1$ <sup>1</sup>, la relation devient

$$a = \frac{F}{m} \quad (18.10)$$

et donc finalement

**Principe 2** (Principe fondamental de la dynamique).

$$F = m \cdot a \quad (18.11)$$

où

- $F$  est la force ( $N$ ),
- $m$  est la masse ( $kg$ ),
- $a$  est l'accélération ( $m/s^2$ ),

## 3 Le principe des forces réciproques (action et réaction)

Ce principe est souvent appelé "action = réaction". Outre le fait que, en physique, l'action est une grandeur particulière différente des forces, cette formulation escamote une bonne compréhension de ce qui est en jeu. Nous préférons donc parler de "forces réciproques".

1. Ce qui revient à définir la force.

## A Exemples

- Un patineur cogne un mur avec les mains, il recule.
- Deux dynamomètres attachés ensemble, si on tire sur l'un, les deux s'allongent.
- Une barque sur l'eau. Si on rame, la barque avance mais on fait aussi fait avancer l'eau (dans l'autre sens).
- Une balle rebondit sur un obstacle.

## B Principe

Dès qu'un corps est soumis à une force d'un autre corps, il exerce à son tour une force réciproque sur celui-ci.

Toute force est accompagnée d'une force réciproque.

En réalité, il s'agit d'une interaction entre les 2 corps : les forces si elles sont appliquées au même point s'équilibrent mutuellement.

Troisième loi de Newton :

La force et la force réciproque sont toujours égales. Les forces d'un corps sur l'autre sont toujours égales et de sens opposés.

**Principe 3** (Principe des forces réciproques).

*La force que A exerce sur B est égale en module à la force que B exerce sur A. Ces deux forces sont de même direction mais de sens opposé.*

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A} \quad (18.12)$$

## 4 Exercices

Un première série est relativement simple car il s'agit d'applications du principe fondamental de la dynamique. La deuxième série est ... plus intéressante car les exercices impliquent souvent d'utiliser les trois lois.

### A Applications immédiates

1. Une masse de 10 kg est en MRUA avec une accélération de  $5 \text{ ms}^{-2}$ . Quelle est la force qui s'exerce sur elle?
2. Une force de 3000 N est appliquée à une automobile de 1500 kg de masse qui est initialement au repos. Quelles seront l'accélération et la vitesse du véhicule après 5 s?
3. Une automobile dont la masse est de 1000 kg passe en 5 s d'une vitesse de  $10 \text{ ms}^{-1}$  à une vitesse de  $20 \text{ ms}^{-1}$ . Quelle est la force qui lui est appliquée?
4. Un objet dont la masse est de 12 kg est au repos et posé sur une table parfaitement lisse<sup>2</sup>. Une force de 20 N est alors exercée sur l'objet. Quelle est sa vitesse après 2 s?
5. Un objet de masse m est posé au repos et sur une table horizontale parfaitement lisse. Une force de 2 N est alors exercée sur l'objet. Quelle est sa masse si sa vitesse après 2 s est de  $0,77 \text{ ms}^{-1}$ ?
6. Une automobile initialement au repos atteint une vitesse de  $100 \text{ km h}^{-1}$  en 2 s sur une route horizontale. Sachant que la masse de la voiture est d'une tonne, quelles sont
  - (a) la grandeur de la force qui s'exerçait sur la voiture

2. Les frottements sont donc supposés nuls.

- (b) et la distance parcourue par la voiture?
7. La masse d'une balle de fusil est de 15 g. Elle sort d'un canon qui fait 70 cm de long avec une vitesse  $600 \text{ ms}^{-1}$ . Si on suppose la force exercée par l'explosion de la poudre comme constante, Quelles sont
- la grandeur de la force
  - et le temps mis par le projectile pour sortir du canon?

## B Applications plus subtiles

Prenez  $g \approx 10 \text{ ms}^{-2}$ .

- Une fusée a une masse au décollage de 750 tonnes dont 700 de carburant. La poussée des moteurs est de  $1,3 \times 10^6 \text{ N}$ <sup>3</sup>.
  - Quelle est l'accélération de la fusée au décollage?
  - Cette accélération est-elle constante?
- Un ascenseur dont la masse est de 1000 kg est suspendu à un câble. Quelle est la grandeur de la force exercée par le câble dans les situations suivantes :
  - L'ascenseur monte à vitesse constante;
  - L'ascenseur démarre en montée avec une accélération de  $0,8 \text{ ms}^{-2}$ ;
  - L'ascenseur freine en montée avec une décélération de  $0,8 \text{ ms}^{-2}$ ;
- Ayant emprunté la voiture de ses parents pour emmener sa petite amie faire du patinage sur glace, un jeune homme est bien embêté car la voiture est immobilisée sur la glace. La voiture a une masse de 1000 kg. On attache deux cordes à la voiture. La première corde fait un angle de  $35^\circ$  avec l'axe de la voiture. Sur cette première corde on exerce une force de 800 N. La deuxième corde fait un angle de  $335^\circ$  avec l'axe de la voiture. Sur cette deuxième corde on exerce une force de 600 N. Quelle sera l'accélération de la voiture?
- La machine d'Atwood est constituée de deux masses reliées par un câble. Le câble est suspendu à une poulie supposée sans frottement. Les deux masses sont alors suspendues de chaque côté de la poulie. Dans un laboratoire de physique, on a choisi des masses de 100 g et de 120 g. La masse de 100 g est initialement maintenue à la surface du plan de travail. La masse de 120 g est alors à 50 cm de haut par rapport à la surface.  
En combien de temps la masse de 120 g va-t-elle atteindre la surface?
- Trois blocs de masse  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$  et  $m_3 = 1 \text{ kg}$  sont attachés dans cet ordre le long d'une corde.  $m_2$  et  $m_3$  sont posés sur un plan incliné de  $25^\circ$  par rapport à l'horizontale. Au sommet du plan incliné, il y a une poulie et  $m_1$  pend dans le vide à cette poulie. Quelle sera l'accélération des blocs?
- Une fillette de 30 kg est en patins à roulettes. Elle descend un plan incliné de  $10^\circ$  par rapport à l'horizontale. Elle a pendant toute la descente une vitesse uniforme de  $15 \text{ km h}^{-1}$ . Le plan incliné se prolonge à l'horizontale et est constitué d'un même matériau. Quelle distance parcourt-elle à l'horizontale avant de s'arrêter?
- Deux blocs ("A" et "B") sont posés côte à côte sur une surface horizontale sans frottement. On a  $m_A = 2 \text{ kg}$  et  $m_B = 3 \text{ kg}$ . Une force de 20 N est exercée sur B du côté opposé à A. Quelles sont
  - l'accélération des blocs,
  - la force exercée par B sur A,
  - la force totale sur B?

---

3. On dit aussi 1300 tonnes force.



# Chapitre 19

## Les forces de frottements

### Sommaire

---

1	Mise en situation . . . . .	182
2	Nature des frottements . . . . .	182
3	Différents types de frottements . . . . .	182
	A       Frottements entre 2 surfaces solides . . . . .	182
	B       Frottements Solide-Fluide . . . . .	183
4	Exercices . . . . .	184

---

## Introduction

Nous connaissons tous les frottements. Dans un bon vélo, dans une voiture et dans tous les moteurs en général, on cherche à les éliminer.

### 1 Mise en situation

Ce que l'on sait moins des forces de frottements, c'est qu'elles sont nécessaires pour se déplacer.



FIGURE 19.1 – La cire qui brille sans glisser!

Lorsque nous marchons, nos chaussures se soudent littéralement au sol. Sinon nous pourrions bouger nos pieds aussi vite que possible, nous resterions sur place en glissant sur la surface du sol.

### 2 Nature des frottements

Des liens chimiques se forment entre le plancher et nos semelles. Leur usure vient du fait qu'à chaque pas que nous faisons, nous devons casser ces liaisons. De petits morceaux de semelles restent collés au sol.

C'est pour ces mêmes raisons que nous devons nous laver les mains. Chaque fois que nous tenons un objet, nos mains et l'objet se soudent. Lorsque nous lâchons l'objet, un peu de notre peau s'en va et de minuscules morceaux de l'objet restent soudés à nos mains.

### 3 Différents types de frottements

Distinguons tout d'abord les frottements entre deux surfaces solides (frottements secs) et les frottements entre un solide et un fluide (frottements visqueux) .

#### A Frottements entre 2 surfaces solides

Il existe deux types de forces de frottements solide-solide : les forces de frottements statiques et les forces de frottements dynamiques.

##### a) Règles générales pour les forces de frottements solide-solide

Les forces de frottements sont :

- parallèles à la surface sur laquelle le corps repose ou à la direction du mouvement,
- opposées au déplacement éventuel,
- proportionnelles à la résistance  $R$  de la surface.

**b) Les forces de frottements statiques**

Si deux surfaces solides sont en contact sans mouvement relatif, il existe une force qui s'oppose à la mise en mouvement d'une surface par rapport à l'autre dans une direction parallèle au plan de contact des surfaces.

**Loi 8** (Force de frottement statique).

$$F_f(\text{max}) = \mu_s R \quad (19.1)$$

où :

- $F_f(\text{max})$  = la force de frottement statique maximale (N),
- $R$  = la force normale à la surface de résistance du matériau (N),
- $\mu_s$  = le coefficient de frottement statique propre aux deux matériaux en contact.

**c) Les forces de frottements dynamiques**

Si deux surfaces solides sont en contact et en mouvement dans une direction parallèle au plan de contact des surfaces, il existe une force qui s'oppose à la mise en mouvement d'une surface par rapport à l'autre dans une direction parallèle au plan de contact des surfaces.

**Loi 9** (Force de frottement dynamique).

$$F_d = \mu_d R \quad (19.2)$$

où :

- $F_d$  = la force de frottement dynamique (N),
- $R$  = la force normale à la surface de résistance du matériau (N),
- $\mu_d$  = le coefficient de frottement dynamique propre aux deux matériaux en contact.

Pour deux surfaces données, les forces de frottements statiques sont plus grandes que les forces de frottements dynamiques.

**B Frottements Solide-Fluide**

Les frottements solide-fluide obéissent à d'autres lois que les forces de frottements entre deux surfaces solides.

Les fluides peuvent être des gaz ou des liquides.

**a) Lois des frottements fluide-solide**

Les forces de frottements entre un solide et un fluide vont

- être proportionnelles à la vitesse relative de l'objet et du fluide,
- dépendre de la géométrie de l'objet solide,
- dépendre de la densité de l'objet,
- dépendre de la nature du fluide.

**Loi 10** (Frottements fluide-solide).

$$\vec{F}_f = -m(bv + cv^2)\vec{1}_v \quad (19.3)$$

où :

- $\vec{F}_f$  = le vecteur force de frottement (N),
- $m$  = la masse de l'objet solide (kg),
- $v$  = le module de la vitesse relative entre le fluide et l'objet solide ( $\text{ms}^{-1}$ ),
- $\vec{1}_v$  = un vecteur unité dans la direction et le sens de la vitesse,
- $b$  = un coefficient dépendant des matières du fluide et du solide ainsi que de la densité et de la géométrie de l'objet solide,
- $c$  = un coefficient dépendant des matières du fluide et du solide ainsi que de la densité et de la géométrie de l'objet solide.

On considère que le coefficient " $b$ " est applicable aux petites vitesses alors que le coefficient " $c$ ", lui, s'applique aux grandes vitesses.

## 4 Exercices

# **Chapitre 20**

## **Chute libre**



# Chapitre 21

## La force centripète

### Sommaire

---

1	Force centripète . . . . .	<b>188</b>
	A      Rappel : le principe d'inertie . . . . .	188
	B      mouvement circulaire uniforme . . . . .	188
	C      La force centripète . . . . .	189
	D      L'accélération centripète . . . . .	189
	E      Grandeur de la force et de l'accélération centripète . . . . .	189
2	Applications . . . . .	<b>190</b>
	A      Pourquoi les pneus lisses sont dangereux. . . . .	190
	B      Les balançoires du carrousel . . . . .	191
	C      Les vélos de vitesse pure . . . . .	193
	D      Les satellites . . . . .	194
3	Force de Coriolis . . . . .	<b>195</b>
4	Exercices . . . . .	<b>196</b>
	A      Applications relativement immédiates . . . . .	196
	B      Applications moins immédiates . . . . .	196

---

## Introduction

Nous avons étudié le MCU dans le cadre de la cinématique. Ici, nous allons parler des forces en jeu.

### 1 Force centripète

#### A Rappel : le principe d'inertie

$$MRU \Leftrightarrow \Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad (21.1)$$

$$\text{Mouvement varie} \Leftrightarrow \Sigma \vec{F} \neq \vec{0} \quad (21.2)$$

#### B mouvement circulaire uniforme

##### a) Rappel des définitions : période, vitesses d'un mouvement circulaire uniforme, ...

- Un objet de masse  $m$
- en mouvement circulaire uniforme
  - de rayon  $R$  (m)
  - et de centre  $C$
  - décrit des arcs  $\Delta s$  (m)
  - en des durées égales  $\Delta t$ . (s)
- La durée d'une révolution complète est la période  $T$  (s)

En *MCU*, la vitesse  $v$  est égale à la longueur d'arc de cercle parcourue par unité de temps. Càd

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (21.3)$$

où

- $\Delta t$  est la durée nécessaire (s) pour parcourir
- $\Delta s$  la longueur d'arc (m).

Attention, rappel : le sens positif est le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Pour un tour (une circonférence) :  $\Delta s = 2\pi R$  et  $\Delta t = T$

Et donc :

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (21.4)$$

##### (i) Caractéristiques du vecteur vitesse

Les caractéristiques du vecteur  $\vec{v}$  sont :

- Sa direction :  $\vec{v} \perp R$
- son sens : le sens du mouvement
- sa grandeur :  $v = \frac{2\pi R}{T}$
- son point d'application : le centre de masse du mobile désigné par  $P$ .

**(ii) Vitesse angulaire**

La vitesse angulaire est liée à la période et aux "nombre de tours" par seconde. Elle est une mesure de l'angle fait par unité de temps. Plutôt que de mesurer l'amplitude de l'angle en degré, par convention, elle est donnée en "radians par seconde" :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\Delta s}{R\Delta t} (\text{rads}^{-1}) \quad (21.5)$$

**C La force centripète**

Si nous faisons tourner un objet au bout d'une corde, nous devons tirer sur la corde. Il faut donc exercer une force vers le centre de rotation. Cette force courbe sans cesse la trajectoire.

Cette force est la force centripète.

Si nous cessons d'exercer cette force, si nous lâchons la corde par exemple, alors il n'y a plus de force exercée sur l'objet et conformément au principe d'inertie, il part en ligne droite. (si nous négligeons les frottements, la gravité, ...) C'est le principe d'une fronde.

Remarquons que nous n'avons pas besoin de force centrifuge! Cette force existe dans le langage de tous les jours mais n'existe pas en tant que telle. Les physiciens parlent de "pseudo-force".

**D L'accélération centripète****a) Rappel : principe fondamental de la dynamique**

$$F = m.a \quad (21.6)$$

Rappelons que l'accélération est aussi une grandeur vectorielle. Dès lors  $F = m.a$  devient, sous forme vectorielle,

$$\vec{F} = m.\vec{a} \quad (21.7)$$

Ce que cette relation indique, c'est que la force  $\vec{F}$  est proportionnelle à l'accélération  $\vec{a}$ . Comme la masse  $m$  ne peut pas être négative, les vecteurs  $\vec{F}$  et  $\vec{a}$  sont de même direction et de même sens.

**b) Application de principe fondamental de la dynamique en MCU**

L'accélération  $\vec{a}$  est donc aussi dirigée vers le centre.

Le principe fondamental de la dynamique et la définition de  $\vec{a}$  comme différence de vitesses sont concordants.

**E Grandeur de la force et de l'accélération centripète****Introduction**

Nous connaissons maintenant

- \* le point d'application (le point  $P$  : centre de masse de l'objet de masse  $m$ )
- \* la direction (selon une droite reliant le centre  $C$  et le point  $P$ ) et
- \* le sens (pointant vers le centre  $C$ )

de la force centripète. Ceci est aussi valable pour l'accélération centripète.

Mais nous ne connaissons pas encore sa grandeur (ou intensité). Étudions ici cette question.

**a) Considérations expérimentales**

Si nous faisons tourner une masse autour de nous (au lancer de marteau, en faisant tourner une fronde, ...), nous pouvons constater rapidement une série de choses :

La force (centripète) que nous devons exercer pour retenir l'objet en rotation est d'autant plus grande que :

- \* la masse  $m$  de l'objet est grande,
- \* la grandeur  $v$  de la vitesse est grande,
- \* le rayon  $R$  est petit.

Cette dernière considération est un peu contraire au sens commun.

**b) Conclusion**

Des mesures précises nous permettent de déduire la relation suivante :

$$F = m \frac{v^2}{R} \quad (21.8)$$

Comme  $F = m \cdot a$  peut s'écrire  $a = \frac{F}{m}$ , nous déduisons que, pour un mobile en MCU, l'intensité de l'accélération centripète vaut :

$$a = \frac{F}{m} \quad (21.9)$$

$$= \frac{v^2}{R} \quad (21.10)$$

ou 
$$= \omega^2 R \quad (21.11)$$

Nous pouvons aussi réexprimer la force en fonction de la vitesse angulaire.

$$F = m\omega^2 R \quad (21.12)$$

**2 Applications****A Pourquoi les pneus lisses sont dangereux.**

Nous savons tous que les pneus des voitures doivent être remplacés lorsqu'ils sont usés. Pourquoi les pneus lisses sont-ils dangereux ?

FIGURE 21.1 – Dans un virage. (Source : [pixabay](#))

La force de frottement des pneus est la force centripète dans ce cas. Si l'accélération centripète nécessaire pour rester sur la circonférence de l'arc de cercle à décrire n'est pas fournie par cette force de frottement, la voiture ne peut pas rester sur cette circonférence et continuera tangentiellement à celle-ci. La voiture va donc se diriger de plus en plus vers l'extérieur du virage et risque de "voler dans le décor" !

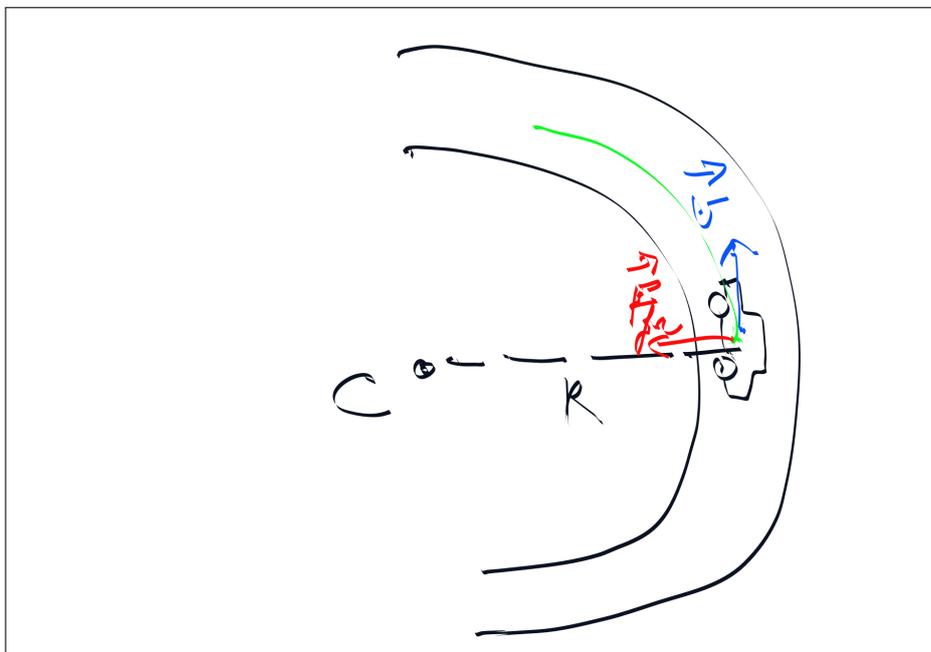


FIGURE 21.2 – Voiture dans un tournant : la force de frottement est la force centripète.

## B Les balançoires du carrousel

Considérons une attraction de foire où des balançoires sont suspendues au chapiteau d'un carrousel. Lorsque le carrousel se met en rotation, les cordes des balançoires ne sont plus à la

verticale mais forment un angle  $\theta$  avec la verticale. L'inclinaison des cordes sera d'autant plus grande que la vitesse angulaire sera grande.



FIGURE 21.3 – Les balançoires du carrousel. (Source : [pixabay](#))

Analysons cette situation en terme des forces en présence.

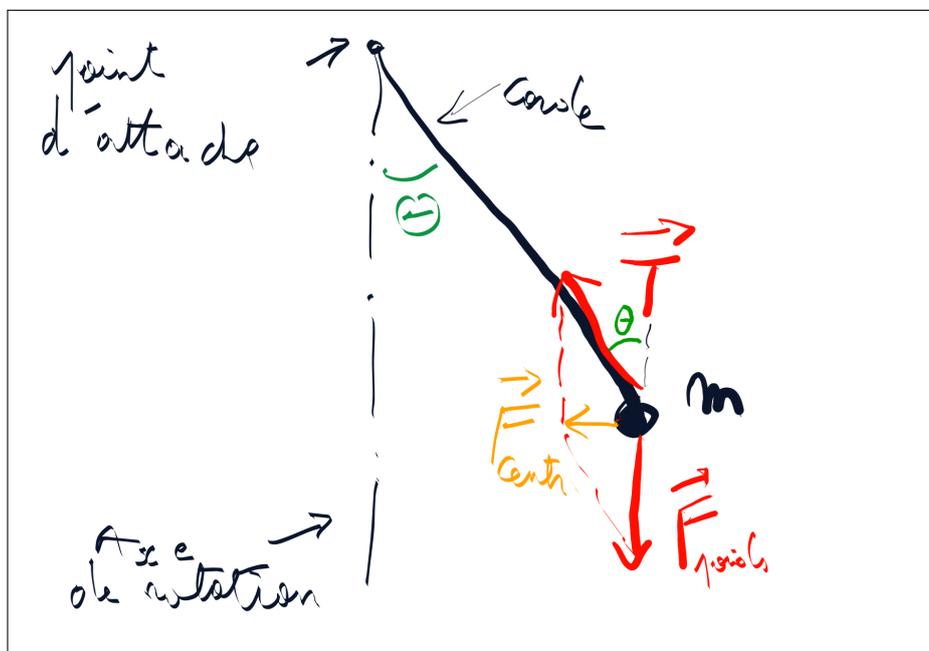


FIGURE 21.4 – Les balançoires du carrousel : forces en présence.

La force poids  $\vec{F}_{\text{poids}}$  est verticale et pointe vers le bas. Elle est proportionnelle à la masse  $m$  de la personne dans la nacelle.

La tension  $\vec{T}$  dans la corde pointe vers l'axe de rotation et fait le même angle  $\theta$  avec la verticale que la corde.

La somme de  $\vec{F}_{\text{poids}}$  et de  $\vec{T}$  fournit la force centripète  $\vec{F}_{\text{centripète}}$ . Si cette force n'existait pas, la personne dans la nacelle serait propulsée tangentiellement à la circonférence sur laquelle elle se déplace.

### C Les vélos de vitesse pure

Les cyclistes dans un tournant se penchent vers le centre du tournant.

Pour les épreuves cyclistes de vitesse pure, les parois des tournants remontent très fortement et les cyclistes sont très inclinés. Plus leur vitesse est grande, plus ils remontent dans la pente du tournant et plus ils sont penchés.



FIGURE 21.5 – Vélos de vitesse pure. (Source : [pixabay](#))

Ici aussi, c'est la nécessité de l'existence d'une force centripète qui explique cette inclinaison des cyclistes.

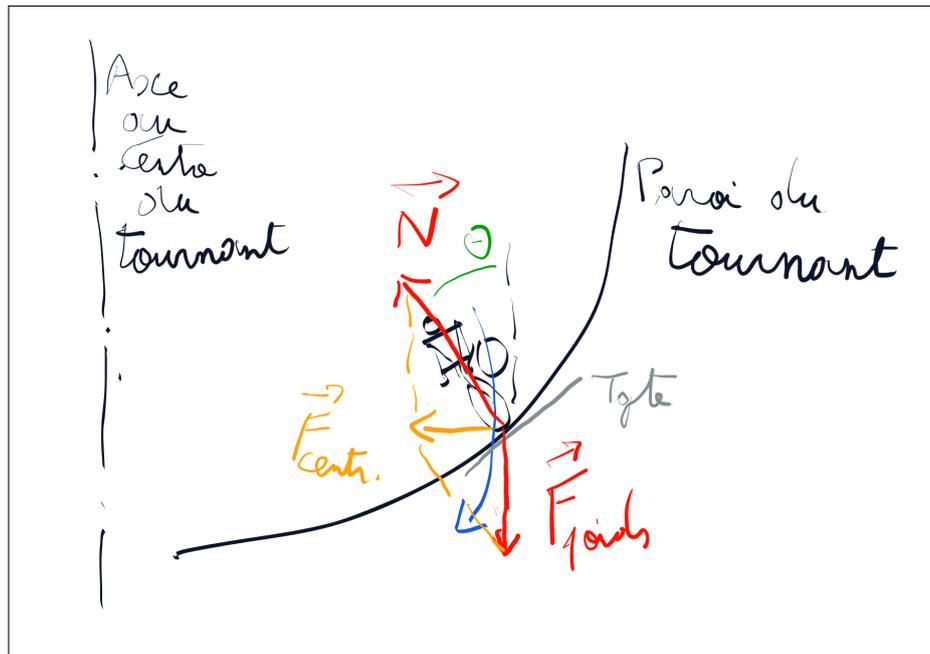


FIGURE 21.6 – Vélos de vitesse pure : forces en présence.

La force poids  $\vec{F}_{\text{poids}}$  est verticale et pointe vers le bas. Elle est proportionnelle à la masse  $m$  du cycliste (et du vélo).

La force normale  $\vec{N}$  est tangente au sol et pointe vers l'axe de rotation. Elle fait un angle  $\theta$  avec la verticale. Le cycliste est penché dans cette même direction

La somme de  $\vec{F}_{\text{poids}}$  et de  $\vec{N}$  fournit la force centripète  $\vec{F}_{\text{centripète}}$ .

Si cette force était insuffisante, le cycliste serait propulsé tangentiellement à la circonférence sur laquelle il se déplace. C'est-à-dire qu'il déraperait hors du tournant. Comme les parois remontent plus à la verticale vers l'extérieur du tournant. Le cycliste s'inclinerait plus, la force centripète augmenterait et la situation se stabiliserait.

Remarquons que les virages des voies de chemin de fer sont conçus sur le même principe. Le rail extérieur est légèrement surélevé par rapport à l'intérieur. Le train est donc légèrement penché vers l'intérieur du virage. Le rayon de rotation est très grand et la vitesse du train ne peut être trop grande sous risque de déraillement.

## D Les satellites

L'altitude et la vitesse de l'orbite des satellites doivent être déterminées avec précision pour les maintenir sur une orbite stable. La force centripète est ici la force de gravitation.

Ce point est discuté dans le chapitre 30 p 247 "gravitation universelle" au point C p 252.

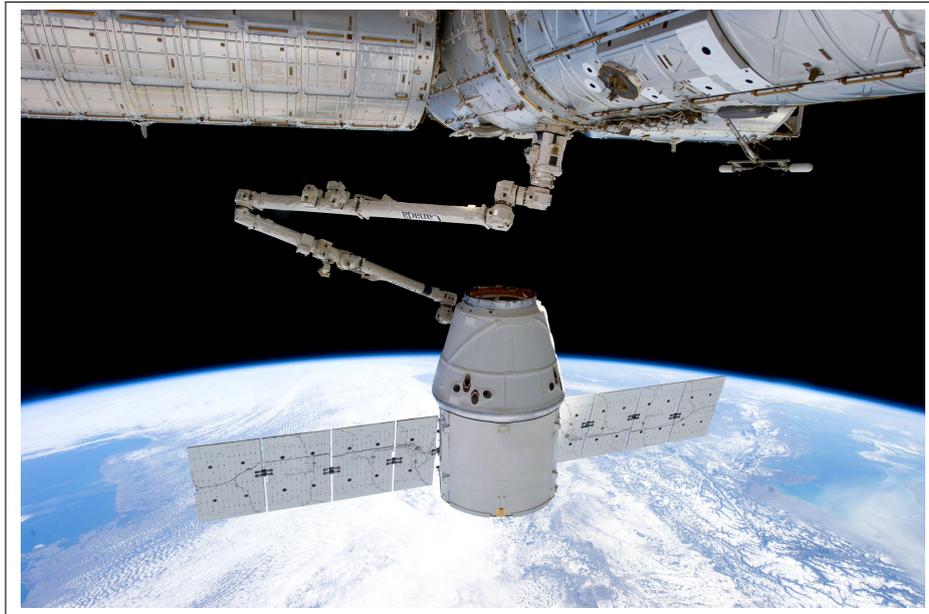


FIGURE 21.7 – Satellite. (Source : [pixabay](#))

### 3 Force de Coriolis



FIGURE 21.8 – Force de Coriolis.

## 4 Exercices

### A Applications relativement immédiates

Prenez  $g \simeq 10 \text{ m s}^{-2}$ .

1. Une nacelle dans un carrousel est suspendue au chapiteau du carrousel par des câbles. Le carrousel effectue 13,5 révolutions par minute, et la nacelle se trouve alors à 5 m de l'axe de rotation.
  - (a) Quel est l'angle que font les câbles avec la verticale?
  - (b) Si la nacelle et son passager ont une masse de 100 kg, que vaut la tension dans les câbles?
2. Les câbles de la nacelle d'un carrousel forment un angle de  $30^\circ$  avec la verticale. La distance entre la nacelle et le centre de rotation est de 5 m.  
Quelle est la période de rotation du carrousel?
3. Un automobiliste s'engage dans un virage dont le rayon de courbure est égal à 24 m. La surface de la route est horizontale et le coefficient de frottement pneus-route est de 0,30. Quelle est la vitesse maximale à laquelle peut rouler la voiture sans déraper?

### B Applications moins immédiates

1. Un virage a un rayon de 30 m. On veut incliner la route pour qu'une automobile roulant à  $12 \text{ m s}^{-1}$  puisse prendre le virage sans dépendre du frottement de ses pneus.  
Quelle doit être l'inclinaison de la route?
2. Une masse, supposée ponctuelle, est accrochée à l'extrémité  $M$  d'une corde de 24 cm. L'autre extrémité de la corde est accrochée à un point  $O$ . La masse décrit un cercle de rayon  $CM$  autour d'un axe vertical  $CO$ . La corde fait alors un angle de  $30^\circ$  avec la verticale.  
Quelle est la vitesse linéaire de la masse?

**Sixième partie**  
**Les lois de conservation**



# Chapitre 22

## Travail

### Sommaire

---

1	Rappel sur les leviers . . . . .	<b>200</b>
2	Définitions, formules . . . . .	<b>200</b>
	A    Une première définition . . . . .	200
	B    Une deuxième définition . . . . .	200
	C    Une troisième définition . . . . .	201
3	Travail moteur ou résistant . . . . .	<b>202</b>
	A    Définition qualitative . . . . .	202
	B    Définition quantitative . . . . .	202
4	Exercices . . . . .	<b>203</b>

---

## Introduction

Nous étudierons ici le concept de travail mécanique.

Si certaines transformations peuvent avoir lieu sans qu'aucune force visible n'en soit la cause (Ex. : une réaction chimique qui dégage de la chaleur), dans d'autres cas, la transformation de l'énergie est visiblement réalisée grâce à l'action d'une force.

## 1 Rappel sur les leviers

Nous avons étudié les leviers. Considérons le cas d'un levier inter-appui.

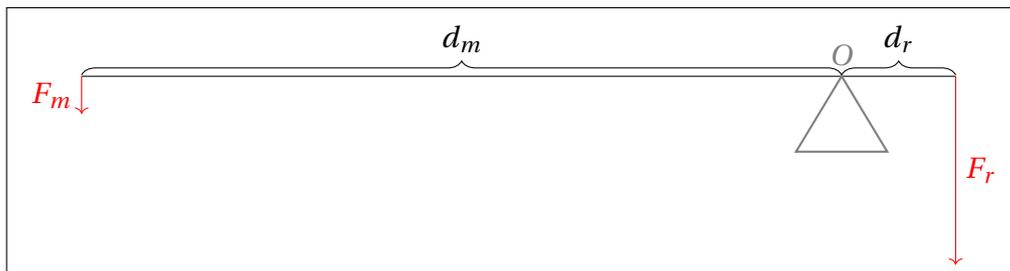


FIGURE 22.1 – Rappel : les forces et les distances dans la latte en équilibre

La loi des leviers nous dit :

$$d_m \cdot F_m = d_r \cdot F_r \quad (22.1)$$

Considérons maintenant un mouvement de faible amplitude réalisé en utilisant ce levier, nous réalisons un "effort" pour déplacer un objet avec le levier.

"Quelque chose" est transmis par l' "acteur" qui réalise l'effort à l'objet qui "subit" l'effort.

Une de ces "choses" est de l'énergie!

Nous désirons évidemment mesurer les quantités d'énergie échangées.

## 2 Définitions, formules

C'est le travail qui permet de mesurer cet échange d'énergie.

### A Une première définition

**Définition 44.** Le travail est la mesure de l'échange d'énergie dans les processus mécaniques.

ou encore

**Définition 45.** On appelle *travail* d'une force agissant sur un corps, au cours d'un déplacement, la variation d'énergie que cette force tend à produire.

### B Une deuxième définition

Il nous faut évidemment arriver à une définition plus précise.

### a) Découverte

Revenons à notre levier.

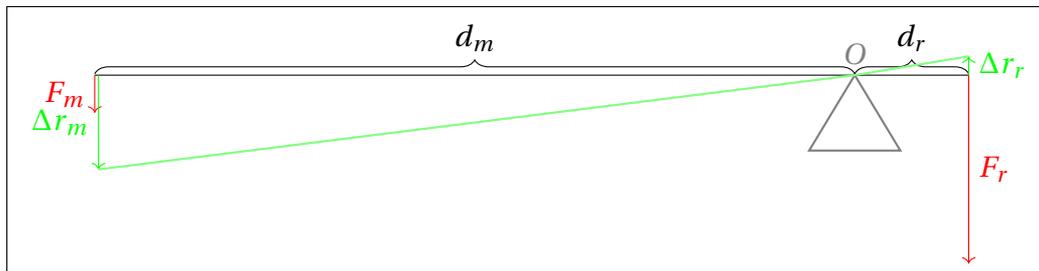


FIGURE 22.2 – Rappel : les forces et les distances dans la latte en équilibre

Si nous considérons maintenant un mouvement de faible amplitude réalisé en utilisant ce levier, nous voyons apparaître deux triangles.

Ces deux triangles sont semblables.

Les longueurs des côtés latéraux de ces triangles sont donc dans des rapports semblables aux rapports entre les bras de leviers.

Comme le mouvement est de faible amplitude, on peut évaluer les longueurs des déplacements des extrémités du levier (qui en réalité se font sur un arc de cercle) aux longueurs des côtés extérieurs de ces triangles.

Les produits des longueurs des déplacements et des forces sont égaux pour chaque côté du levier.

Ces produits sont égaux à l'énergie fournie et à l'énergie consommée. Ce sont les travaux des forces!

### b) Définition en terme de force et de déplacement

**Définition 46** (Travail d'une force et d'un déplacement parallèles). Le travail d'une force  $F$  sur un déplacement (ici rectiligne et parallèle à la force)  $\Delta r$  est le produit de la grandeur de la force et de la longueur du déplacement :

$$W = F \cdot \Delta r \quad (22.2)$$

### c) Définition de l'énergie

Ce faisant, nous avons défini l'unité d'énergie!

**Définition 47** (Le joule). Un joule est la quantité d'énergie produite ou consommée par une force de 1 newton dont le point d'application se déplace de 1 mètre dans la direction de la force.

$$1J = 1N \cdot 1m \quad (22.3)$$

Les moments de force des leviers avaient ces mêmes unités! Ce n'est pas un hasard et nous y reviendrons plus tard.

## C Une troisième définition

Pourtant toutes les forces n'aboutissent pas à un même transfert d'énergie.

**a) Mise en situation**

Si j'applique une force à un objet qui ne peut se déplacer dans la direction de la force (en poussant un wagonnet perpendiculairement à ses rails par exemple), je vais dépenser de l'énergie mais pas en transmettre au wagonnet!

En faisant varier les angles entre la direction de la force et la direction du déplacement éventuel, je constate que le travail est nul pour un angle nul ou plat et maximum pour un angle droit.

La grandeur trigonométrique qui obéit à une telle relation est le cosinus.

**b) Définition en terme d'angle**

En conséquence nous arrivons à une troisième définition.

**Définition 48** (Travail d'une force non parallèle au déplacement).

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha \quad (22.4)$$

**c) Définition en terme vectoriel**

Nous pouvons de suite écrire :

**Définition 49** (Travail comme produit scalaire).

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r} \quad (22.5)$$

### 3 Travail moteur ou résistant

Clairement, un objet transmet de l'énergie à un autre : il y a un donneur et un récepteur.

**A Définition qualitative**

On associe un qualificatif au travail selon qu'il s'agit du travail du donneur ou du travail du récepteur.

**Définition 50** (Travail moteur et travail résistant).

- Le travail du donneur d'énergie est considéré comme positif et est appelé le travail *moteur*.
- Le travail du récepteur est considéré comme négatif et est appelé le travail *résistant*.

Considérons dans un premier temps des forces et des déplacements parallèles.

Remarquons de suite que le travail est moteur lorsque la force et le déplacement sont de même sens.

Par contre, le travail est résistant si la force et le déplacement sont de sens opposés.

**B Définition quantitative**

Si la force et le déplacement ne sont pas parallèles, c'est le signe du cosinus de l'angle qu'ils forment qui nous dira si le travail est moteur ou résistant.

**Définition 51** (Travail moteur ou résistant en terme de cosinus).

$$\begin{aligned} W > 0 &\Leftrightarrow \cos(\widehat{F\Delta r}) > 0 \\ W < 0 &\Leftrightarrow \cos(\widehat{F\Delta r}) < 0 \end{aligned} \quad (22.6)$$

## 4 Exercices



# Chapitre 23

## Énergie

### Sommaire

---

1	Travail . . . . .	<b>206</b>
	A      Énergie et chute . . . . .	206
	B      Travaux moteurs et résistants . . . . .	207
2	Travail et énergie . . . . .	<b>207</b>
	A      Définition du travail le long d'un chemin . . . . .	207
	B      Théorème de l'énergie cinétique . . . . .	208
	C      À trois dimensions . . . . .	210
	D      Forces conservatives et non conservatives . . . . .	210
3	Énergies potentielle et cinétique . . . . .	<b>211</b>
	A      Énergies potentielles . . . . .	212
	B      Énergie cinétique . . . . .	213
	C      Application à la conservation de l'énergie . . . . .	214
4	Exercices . . . . .	<b>214</b>

---

## Introduction

Nous étudierons ici l'énergie dans le cadre de la mécanique, c'est-à-dire l'énergie mécanique!

Si certaines transformations peuvent avoir lieu sans qu'aucune force visible n'en soit la cause (Ex. : une réaction chimique qui dégage de la chaleur), dans d'autres cas, la transformation de l'énergie est réalisée grâce à l'action d'une force macroscopique.

## 1 Travail

### A Énergie et chute

#### a) Expérience : trous dans le sable

La profondeur de l'impact est proportionnelle à la hauteur de la chute.

$$Pr. \simeq \Delta h \quad (23.1)$$

La profondeur de l'impact est proportionnelle à la masse du corps qui tombe.

$$Pr. \simeq m \quad (23.2)$$

#### b) Impact et énergie

La profondeur de l'impact est proportionnelle à l'énergie du corps en fin de la chute.

$$Pr. \simeq E_n \quad (23.3)$$

#### c) Énergie et hauteur : travail de la gravité

$$\Delta h \simeq E_n \quad (23.4)$$

et

$$m \simeq E_n \quad (23.5)$$

#### (i) Énergie et force

Nous savons qu'énergie et force sont liées. La force qui agit ici, c'est la gravité.

$$F_{gr.} \simeq E_n \quad (23.6)$$

Or

$$F = m \cdot a \quad (23.7)$$

Et ici

$$F = m \cdot g \quad (23.8)$$

Et donc,

$$E_n = F \cdot \Delta h = mg\Delta h \quad (23.9)$$

En pratique, nous écrivons :

$$E_{gr.} = mgh \quad (23.10)$$

Gardons à l'esprit que c'est la différence de hauteur qui importe :

$$E_{gr.} = mg\Delta h \quad (23.11)$$

## B Travaux moteurs et résistants

### a) Découverte

#### (i) Exemples :

chutes, freinages, arcs, monter un seau d'un puits ...

#### (ii) Conditions

- transformation d'énergie,
- opérée grâce à une force,
- au cours d'un déplacement.

### b) Formule

Nous venons de voir un cas particulier, celui du travail de la force de gravité.

Et en général :

$$W = \vec{F} \odot \overrightarrow{\Delta r} \quad (23.12)$$

## 2 Travail et énergie

Pour établir formellement le lien entre énergie et travail, il nous faut tout d'abord affiner la définition de travail.

### A Définition du travail le long d'un chemin

Nous connaissons la définition du travail si la force est constante et le déplacement rectiligne. Mais comment calculer le travail d'une force en toute généralité?

#### a) À une dimension

Pour aborder la question, envisageons tout d'abord une situation à une dimension.

Soit une force  $F$  (pas nécessairement constante), qui s'accompagne d'un déplacement entre un point A et un point B. La force  $F$  est dans la direction de la droite AB.

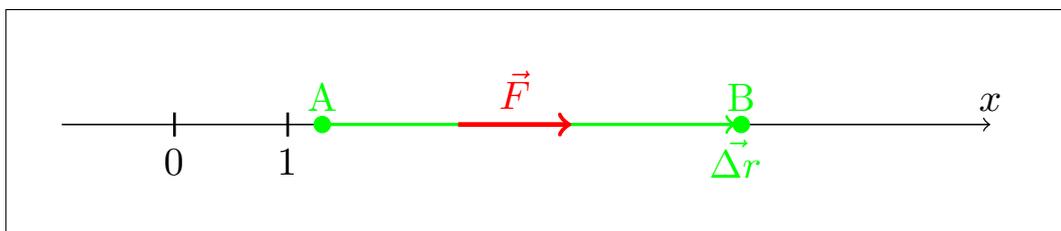


FIGURE 23.1 – Travail à une dimension : force et déplacement entre A et B

Dotons la droite d'un repère et donc d'un axe, soit l'axe "x" cet axe en question.

Alors

**Définition 52** (Travail d'une force le long d'un chemin à une dimension).

$$W_{AB} = \int_A^B F dx \quad (23.13)$$

Ce travail peut être positif, négatif ou nul.

## B Théorème de l'énergie cinétique

Continuons à traiter le problème à une dimension. Nous verrons par après que tout ceci est généralisable à trois dimensions.

À une dimension, le principe fondamental de la dynamique s'écrit :

$$F = ma \quad (23.14)$$

La définition cinématique de l'accélération nous permet d'écrire :

$$F = m \frac{dv}{dt} \quad (23.15)$$

Comme nous sommes à une dimension, nous pouvons écrire que  $\Delta r = \Delta x$ . Et si nous nous souvenons de la définition de la vitesse :

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (23.16)$$

Transformons cette relation :

$$dx = v dt \quad (23.17)$$

En combinant les équations (23.13, 23.15 et 23.17), nous obtenons :

$$W_{AB} = \int_A^B m \frac{dv}{dt} v dt \quad (23.18)$$

En simplifiant les  $dt$ , l'équation devient

$$W_{AB} = \int_{v_A}^{v_B} m v dv \quad (23.19)$$

qui est indépendante du temps mais où les bornes d'intégration sont les vitesses en A et B et non plus les positions A et B.

Cette intégrale est basique et donne

$$W_{AB} = \left[ \frac{1}{2} m v^2 \right]_{v_A}^{v_B} \quad (23.20)$$

Ou encore :

$$W_{AB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \quad (23.21)$$

On définit ainsi l'énergie cinétique.

**Définition 53** (Énergie cinétique).

$$E_{cin.} = \frac{1}{2} m v^2 \quad (23.22)$$

En combinant les équations (23.21 et 23.22) on obtient le

**Théorème 1** (Théorème de l'énergie cinétique).

$$W_{AB} = E_{cin.B} - E_{cin.A} \quad (23.23)$$

### a) Exemple : la gravité

Imaginons lancer un corps vers le haut depuis le sol. Nous donnons une vitesse initiale  $v_0$  à l'objet de masse  $m$ .

La gravité est supposée constante. Ce qui est une approximation raisonnable à proximité de la surface de la Terre.

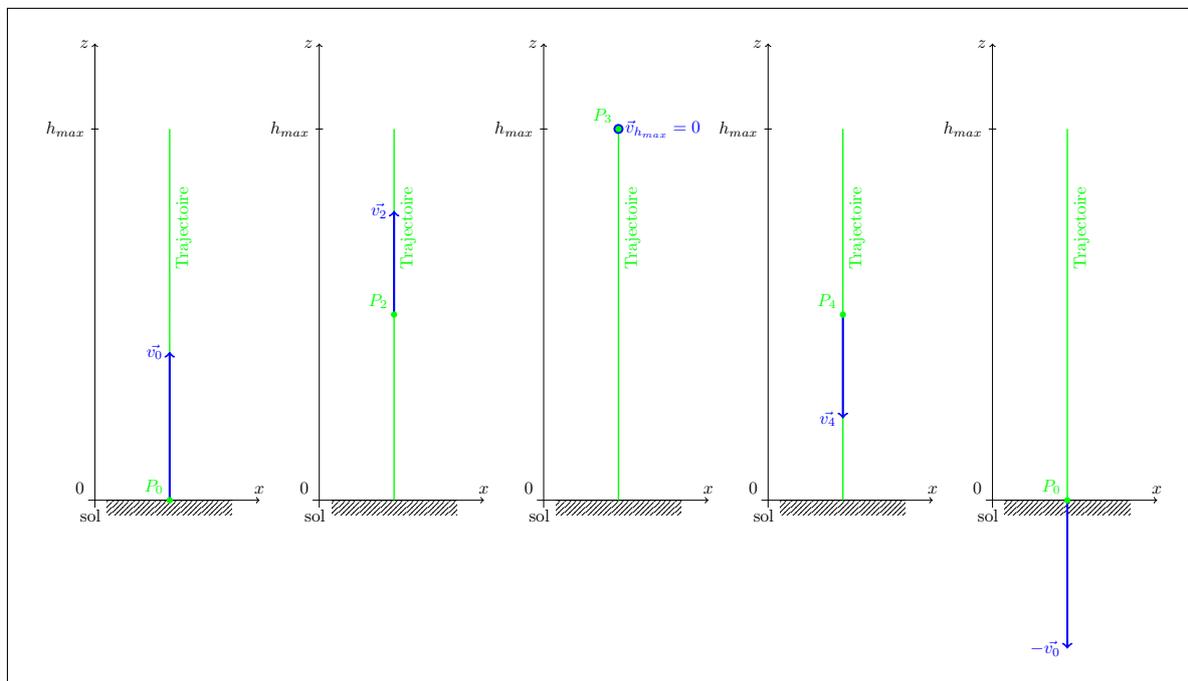


FIGURE 23.2 – Lancer d'une masse  $m$  à la verticale avec une vitesse  $v_0$  depuis le sol.

La seule force en jeu est le poids.

La question que nous nous posons est "jusqu'à quelle hauteur  $h$  l'objet va-t-il monter?" Utilisons le théorème de l'énergie cinétique<sup>1</sup>.

$$W_{AB} = -mgh \quad (23.24)$$

Le travail est négatif car la force pointe vers le bas tandis que le déplacement se fait vers le haut. Ce travail est donc résistant.

Par ailleurs, le théorème de l'énergie cinétique nous dit que

$$W_{AB} = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (23.25)$$

En effet, la vitesse finale en B est nulle et donc l'énergie cinétique en B vaut 0. Et la vitesse en A est la vitesse initiale  $v_0$ .

Nous pouvons dès lors écrire :

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (23.26)$$

Il est facile d'en déduire la hauteur " $h$ " jusqu'à laquelle la masse va monter.

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (23.27)$$

1. Certes, nous pourrions résoudre la question avec des méthodes vues précédemment. Nous faisons le choix d'essayer une nouvelle méthode. Nous laissons la vérification du résultat avec une autre méthode comme exercice.

Ce résultat est indépendant de la masse  $m$  du corps lancé vers le haut!  
Il est aussi cohérent avec les calculs réalisés en cinématique.

### b) Principe d'inertie et théorème de l'énergie cinétique

Si la somme des forces s'exerçant sur un corps est nulle, alors, nécessairement, le travail total de ces forces est nul. Dans ce cas, la variation d'énergie cinétique doit aussi être nulle.

Ce qui revient à dire que la vitesse du corps doit être constante.

Nous retrouvons ainsi le principe d'inertie : "Si la résultante des forces s'exerçant sur un corps est nulle, ce corps est en MRU."

## C À trois dimensions

Les résultats précédents se démontrent facilement à trois dimensions. La définition 23.13 à une dimension devient

**Définition 54** (Travail d'une force le long d'un chemin à trois dimensions).

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \odot \vec{dr} \quad (23.28)$$

Si on écrit les composantes de  $\vec{F}$  et de  $\vec{dr}$  dans une base cartésienne, on obtient :

$$W_{AB} = \int_A^B F_x \cdot dr_x + F_y \cdot dr_y + F_z \cdot dr_z \quad (23.29)$$

L'intégrale peut être transformée en plusieurs intégrales à une dimension :

$$W_{AB} = \int_{A_x}^{B_x} F_x \cdot dr_x + \int_{A_y}^{B_y} F_y \cdot dr_y + \int_{A_z}^{B_z} F_z \cdot dr_z \quad (23.30)$$

Ces intégrales peuvent être traitées selon le théorème de l'énergie cinétique

$$W_{AB} = \frac{1}{2}m(v_{B_x}^2 - v_{A_x}^2) + \frac{1}{2}m(v_{B_y}^2 - v_{A_y}^2) + \frac{1}{2}m(v_{B_z}^2 - v_{A_z}^2) \quad (23.31)$$

Souvenons-nous que

$$v_B^2 = v_{B_x}^2 + v_{B_y}^2 + v_{B_z}^2 \quad (23.32)$$

Nous pouvons écrire

$$W_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \quad (23.33)$$

Ce résultat est identique à celui de l'équation 23.21 (p. 208).

Le théorème de l'énergie cinétique est généralisable à trois dimensions.

## D Forces conservatives et non conservatives

Imaginons-nous aux montagnes russes.

Deux chariots démarrent de la même hauteur avec une même vitesse initiale et vont arriver ensuite à une même hauteur qui sera inférieure à celle de départ.

Supposons dans un premier temps que les frottements sont négligeables. Seule la gravité agit sur les chariots.

Le premier descend directement. Le deuxième doit d'abord, *uniquement* grâce à sa vitesse initiale, passer une "bosse".

Alors, dans ces conditions, les deux chariots auront la même vitesse finale à la fin de leur trajectoire.

On dit que la gravité est une force conservative.

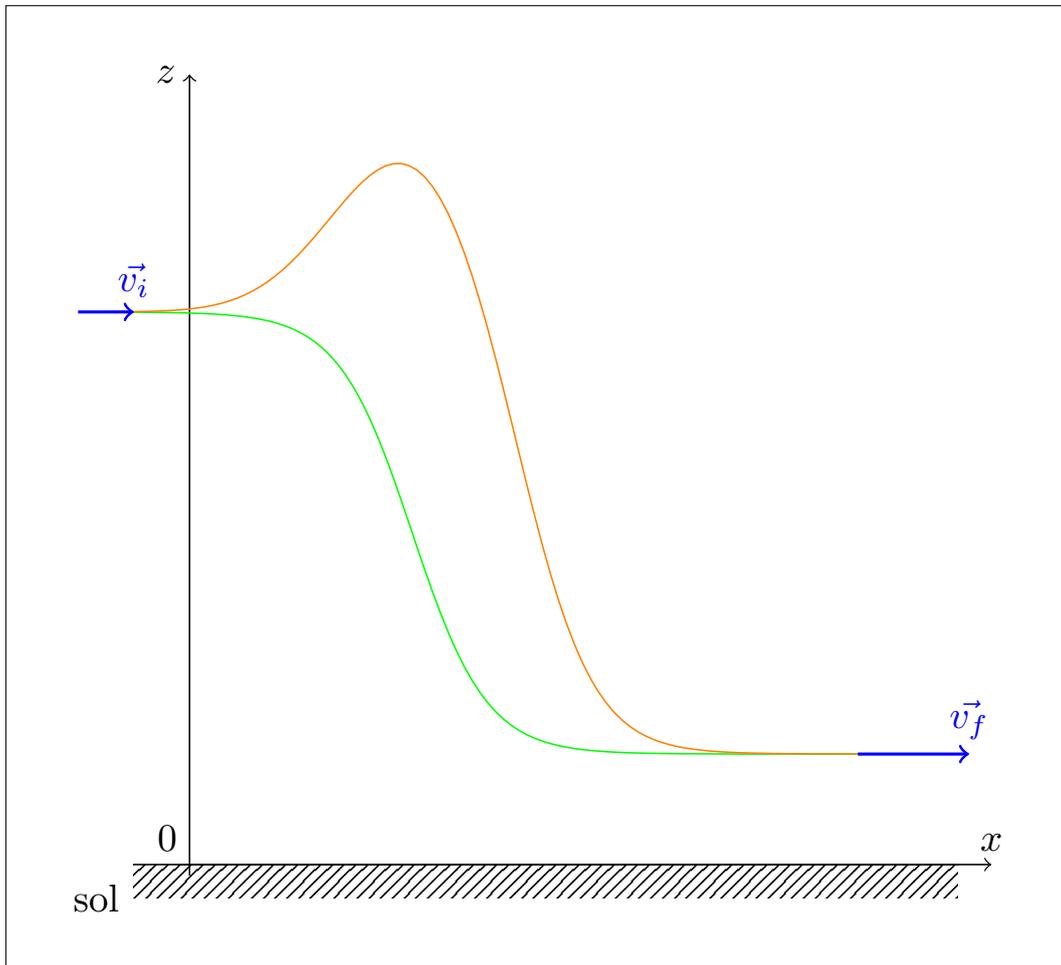


FIGURE 23.3 – Deux trajectoires aux montagnes russes : la gravité est une force conservative.

Si, par contre, les frottements entrent en jeu, le résultat sera différent.

Pour simplifier les choses supposons que les frottements sont uniformes quelle que soit la vitesse et que le "ralentissement" ne dépend que de la longueur du trajet parcouru.

Alors clairement la trajectoire orange sera plus freinée que la verte. Le chariot orange arrivera en bas avec une vitesse inférieure à celle du chariot vert.

Les forces de frottements ne sont *pas* des forces conservatives.

#### **Définition 55** (Force conservative).

Une force conservative est une force telle que la variation d'énergie mécanique d'un objet sur laquelle elle s'exerce ne va dépendre que de ses positions initiale et finale.

La variation d'énergie mécanique sera indépendante du chemin parcouru.

### 3 Énergies potentielle et cinétique

L'énergie mécanique existe sous deux formes : potentielle et cinétique.

## A Énergies potentielles

Nous en connaissons déjà une :

$$E_{\text{Potentielle de gravitation}} = mgh \quad (23.34)$$

En montant la pierre, nous accumulons de l'énergie.

De même, en tendant un arc ou en comprimant un ressort (ou en tirant dessus). Il existe un énergie potentielle élastique :

$$E_{\text{Potentielle}} = F\Delta r \quad (23.35)$$

Et si la force nécessaire pour tendre le ressort est constante :

$$E_{\text{Potentielle}} = \text{cste} \cdot \Delta r \quad (23.36)$$

Si on est dans le domaine "linéaire" du ressort, la loi de Hooke est applicable :

$$F = k\Delta r \quad (23.37)$$

Alors

$$E_{\text{Potentielle élastique}} = \frac{1}{2}k(\Delta r)^2 \quad (23.38)$$

### a) Énergie potentielle et travail

Une énergie potentielle se note " $U$ ".

Toutes les forces ne sont pas associées à une énergie potentielle : par exemple les forces de frottements.

On dit d'une force qui est associée à une énergie potentielle qu'elle *dérive* d'un potentiel.

Si une force dérive d'un potentiel, on peut écrire la relation suivante :

**Théorème 2** (Énergie potentielle et travail).

$$W = -U \quad (23.39)$$

où :

- $U = \text{l'énergie potentielle}$
- $W = \text{le travail de la force}$

Pour nous convaincre de la nécessité de ce signe "moins", considérons la montée d'un objet depuis le sol jusqu'à une hauteur " $h$ ".

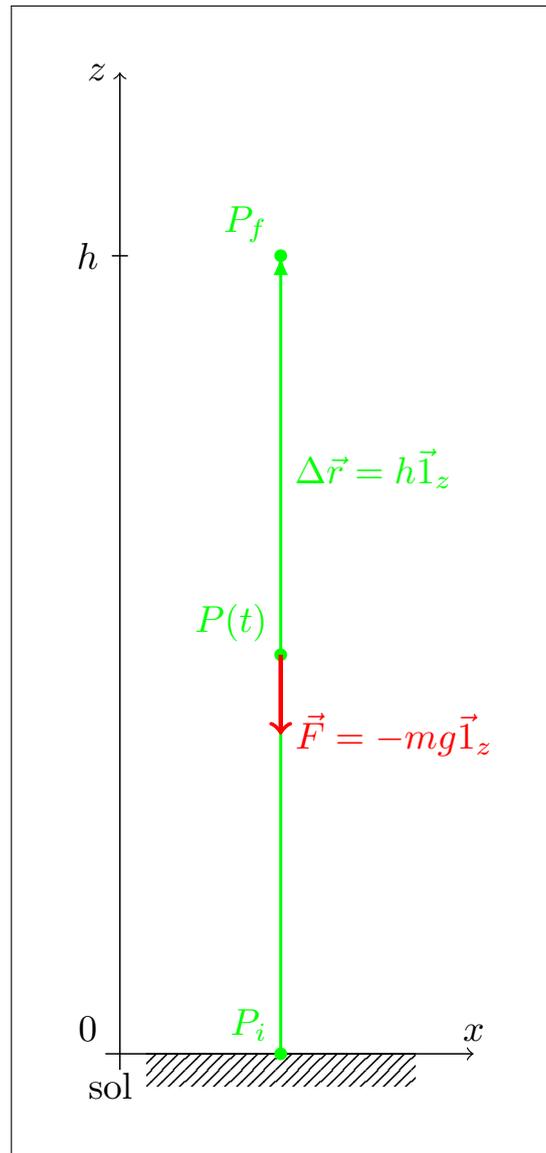


FIGURE 23.4 – Énergie potentielle et travail

Le déplacement est :

$$\Delta\vec{r} = h\vec{1}_z \quad (23.40)$$

La force est le poids :

$$\vec{F} = -mg\vec{1}_z \quad (23.41)$$

Le travail est donc :

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = -mgh \quad (23.42)$$

La variation d'énergie potentielle est, par contre, un gain :

$$U = mgh \quad (23.43)$$

On retrouve bien la relation :  $W = -U$ .

## B Énergie cinétique

L'énergie de vitesse est nommée énergie cinétique.

Les statistiques d'accidents montrent que la mortalité croît avec le carré de la vitesse des véhicules impliqués!

## a) Calcul

## (i) Rappel MRUA

Nous pouvons calculer la vitesse du mobile au moment de l'impact.

$$\Delta r = 1/2at^2, v = a.t \text{ et donc } t = v/a$$

Et donc

$$\Delta r = 1/2v^2$$

Si nous remplaçons  $\Delta r$  par  $\Delta h$  dans la formule de l'énergie potentielle de gravitation, nous obtenons :

$$E_{cin.} = mg\Delta h = 1/2m.v^2 \quad (23.44)$$

## C Application à la conservation de l'énergie

Nous savons que les énergies se transforment d'une forme dans une autre.

L'énergie potentielle s'est donc transformée en énergie cinétique.

$$E_{Tot.} = mg\Delta h(\text{en haut}) = 1/2m.v^2(\text{en bas}) \quad (23.45)$$

En fait, l'énergie totale est restée constante à tout instant.

$$E_{Tot.} = mg\Delta h + 1/2m.v^2 \quad (23.46)$$

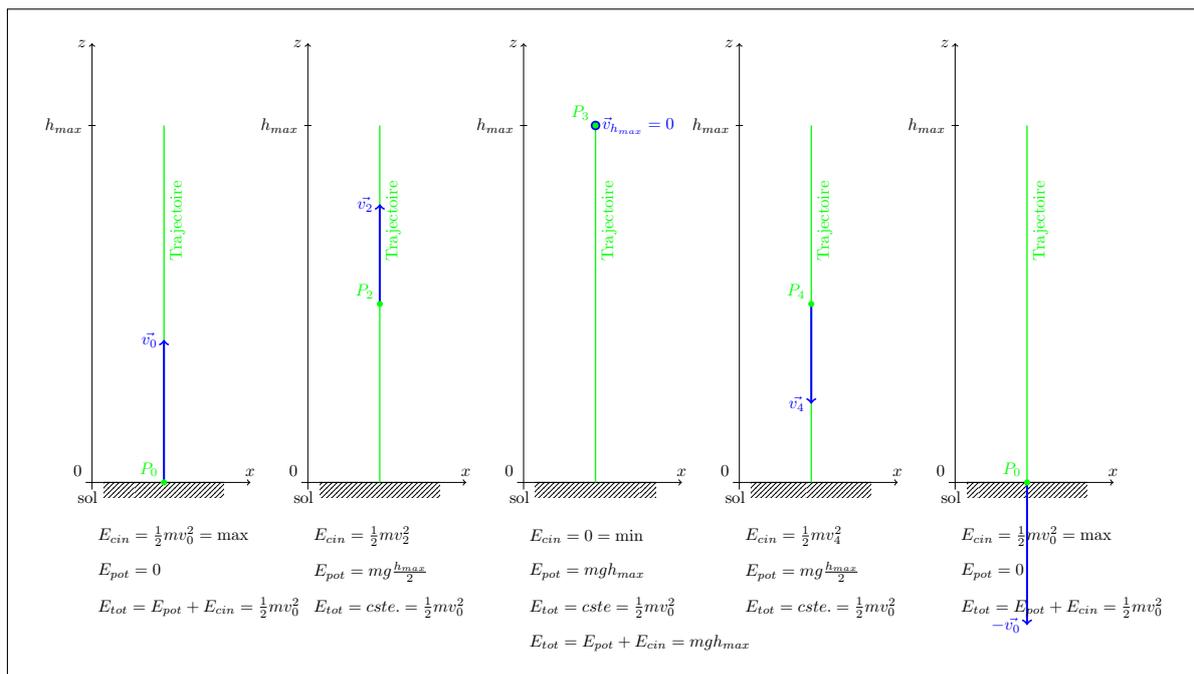


FIGURE 23.5 – Lancer d'une masse depuis le sol : bilan en énergie.

## 4 Exercices

# Chapitre 24

## Puissance

### Sommaire

---

1	Illustration . . . . .	216
2	Définition . . . . .	216
3	Exemple . . . . .	216
4	Autres unités . . . . .	216
	A Chevaux . . . . .	216
5	Exercices . . . . .	217

---

## Introduction

Au quotidien, nous disons d'un sportif qu'il est puissant, nous parlons d'une voiture puissante...

Le concept de puissance permet de qualifier la production ou la consommation d'énergie de personnes ou de machines.

### 1 Illustration

Un haltérophile va soulever une masse de 100 kg à une hauteur de deux mètres en deux secondes.

Si un enfant doit effectuer la même tâche, il pourra le faire à condition de fractionner la masse à soulever (en "paquets" de 5 kg par exemple) et la même tâche lui prendra donc peut-être trois à quatre minutes (disons 200 s pour fixer les idées) .

Le sportif comme l'enfant auront effectué le même travail mais en des temps différents.

On dira que le sportif est puissant.

### 2 Définition

L'exemple précédent permet de définir la puissance comme une énergie (ou un travail) sur la durée nécessaire pour produire ou consommer cette énergie.

La puissance se mesure en watt (W).

**Définition 56** (Puissance). Une puissance est le rapport entre une énergie et la durée nécessaire pour produire ou consommer cette énergie.

$$P = \frac{E}{t} \quad (24.1)$$

où

- $P$  = la puissance (W)
- $E$  = l'énergie (J)
- $t$  = la durée (s)

### 3 Exemple

Un moteur de grue permet de soulever du sol une masse de 300 kg jusqu'à une hauteur de 20 m en deux minutes.

Si on prend un "g" de  $9,81 \text{ ms}^{-2}$ , le travail effectué est de 58860 J.

La puissance du moteur sera de 490,5 W.

### 4 Autres unités

#### A Chevaux

Omniprésente au XIX<sup>e</sup> siècle, la traction animale a amené l'utilisation d'unités qui ne font pas partie du système SI.

**a) Cheval vapeur français**

Typiquement, un cheval va soulever une masse de 75 kg d'une hauteur d'un mètre en une seconde. Si on prend un "g" de  $9,80665 \text{ m s}^{-2}$  (3<sup>e</sup> Conférence générale des poids et mesures (CGPM) de 1901), le travail effectué est de 735,49875 J.

**Définition 57** (Cheval vapeur français). Un cheval vapeur français vaut 735,5 W.

**b) Cheval vapeur anglais (hp)**

Dans le système impérial britannique, un cheval va soulever une masse de 180 livres (une livre = 0,45359237 kg) à une vitesse de 3,0555 pieds par seconde (un pied = 0,3048 m). On prend aussi un "g" de  $9,80665 \text{ m s}^{-2}$ .

On parle de "horse power" (hp).

**Définition 58** (Cheval vapeur impérial (hp)). Un cheval vapeur impérial (hp) vaut 746 W.

**c) Cheval vapeur de chaudière**

Aux États-Unis, les Américains utilisent le cheval vapeur de chaudière.

**Définition 59** (Cheval vapeur de chaudière). Un cheval vapeur de chaudière vaut 9810 W.

## 5 Exercices



# Chapitre 25

## Quantité de mouvement

### Sommaire

---

1	Définition et propriété . . . . .	<b>220</b>
	A Définition . . . . .	220
	B Conséquence . . . . .	220
2	Forces internes, forces externes et quantité de mouvement . . . . .	<b>221</b>
	A Contexte : systèmes de particules . . . . .	221
	B Uniquement des forces internes . . . . .	221
3	Chocs élastiques et chocs inélastiques . . . . .	<b>222</b>
	A Chocs inélastiques . . . . .	223
	B Chocs élastiques . . . . .	223
	C Chocs et conservation de la quantité de mouvement . . . . .	223
4	Exercices . . . . .	<b>223</b>

---

## Introduction

Les lois de conservation sont des lois très importantes en physique. Nous connaissons déjà quelques lois de conservation.

Ainsi, nous savons que sont conservées :

- la masse,
- la charge électrique,
- l'énergie.

Ici, nous allons découvrir une nouvelle grandeur associée à une loi de conservation : l'impulsion ou quantité de mouvement.

## 1 Définition et propriété

### A Définition

**Définition 60** (Quantité de mouvement (ou impulsion)). La quantité de mouvement ou impulsion est la grandeur vectorielle  $\vec{p}$  égale au produit de la masse et de la vitesse d'un corps.

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (25.1)$$

où :

- $\vec{p}$  est la quantité de mouvement ( $\text{kgms}^{-1}$ ),
- $m$  est la masse (kg)
- et  $\vec{v}$  est la vitesse ( $\text{ms}^{-1}$ ).

### B Conséquence

Réécrivons le principe fondamental de la dynamique sous sa forme vectorielle :

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (25.2)$$

La définition cinématique de l'accélération nous permet d'écrire :

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (25.3)$$

Et donc

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (25.4)$$

#### Propriété 5.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (25.5)$$

Une force (totale non nulle) va donc être associée à une variation de la quantité de mouvement dans le temps.

Des changements rapides de vitesse, comme lorsqu'un ballon rebondit sur un mur, vont donc être associés à des forces importantes.

À contrario, si la force nette s'exerçant sur un corps est nulle, la quantité de mouvement sera constante :

$$\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad (25.6)$$

Dans ce cas, on dit que la quantité de mouvement est conservée.

**Propriété 6** (Conservation de la quantité de mouvement 1).

Si la force nette s'exerçant sur un corps est nulle, alors la quantité de mouvement de ce corps est constante.

$$\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{p} = cste. \quad (25.7)$$

## 2 Forces internes, forces externes et quantité de mouvement

Si un seul corps est considéré, la notion d'impulsion ne nous apprend pas grand chose. Son grand intérêt se trouve dans l'étude de système de corps.

### A Contexte : systèmes de particules

L'étude de "systèmes de particules" donne tout son sens à la notion de quantité de mouvement.

**Définition 61** (Systèmes de particules).

Nous entendrons désormais par "système de particules" un ensemble de corps dont l'étude peut se ramener à l'étude d'un ensemble de "points matériels".

Un ensemble de "masses ponctuelles" sera donc un système de particules.

Voici quelques exemples d'objets (au sens large) qui peuvent être traités comme des "systèmes de particules" :

- Les étoiles d'une galaxie isolée,
- les étoiles d'un amas globulaire,
- l'étoile, les planètes et les lunes d'un système planétaire,
- des atomes et molécules dans un gaz,
- des poussières dans une ampoule fermée,
- des billes sur un billard (on est alors à deux dimensions).

### B Uniquement des forces internes

Considérons maintenant le cas où il n'y a pas de force extérieure sur le système de particule.

C'est une approximation qui est assez souvent réalisée.

Les particules ne subissent donc des forces ne résultant que de la présence des autres particules.

Alors, la particule " $p_1$ " subit uniquement des forces des particules " $p_2$ ", " $p_3$ ", ..., " $p_n$ ".

La particule " $p_2$ ", à son tour, subit uniquement des forces des particules " $p_1$ ", " $p_3$ ", ..., " $p_n$ ".

#### a) Action réciproque

La particule " $p_1$ " exerce sur " $p_2$ " une force " $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ ".

La particule " $p_2$ " exerce sur " $p_1$ " une force " $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ ".

Mais le principe d'action réciproque nous apprend que :

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2} \quad (25.8)$$

Ce raisonnement peut être étendu à *toutes* les paires de particules.

Mais alors pour *toutes* les forces internes, à chaque force d'une particule sur une autre va correspondre une force égale, de même direction et de sens opposé correspondant à la force de la deuxième particule sur la première.

C'est-à-dire :

$$\forall i, j : F_{ij} = -F_{ji} \quad (25.9)$$

**b) Somme de forces internes**

Faisons la somme de toutes les forces internes. La particule " $i$ " agit sur " $n - 1$ " particules. Mais la force de " $i$ " sur " $i$ " est égale à zéro :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n F_{ij} \quad (25.10)$$

Cette somme, à cause de la relation 25.9 p. 221, sera nécessairement égale à zéro!

$$\sum_i \sum_j F_{ij} = 0 \quad (25.11)$$

Pour s'en convaincre, on peut écrire toutes ces forces dans un tableau et appliquer la relation 25.9 p. 221.

Donc, si les seules forces considérées sont des forces internes, la somme des forces vaut zéro.

$$\sum F = 0 \quad (25.12)$$

**c) Principe d'inertie**

Si la somme des forces s'appliquant sur un système est nulle, le principe d'inertie est d'application.

$$\sum F = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = cste. \quad (25.13)$$

Cependant, le principe d'inertie s'applique à l'*ensemble* du système. C'est-à-dire à son centre de masse.

Les particules individuelles auront peut-être des comportements complexes. Mais l'ensemble du système aura, lui, un comportement très simple : il sera en MRU.

**d) Variation de vitesse**

Si le centre de masse du système est en MRU, la variation de vitesse du centre de masse est nulle.

$$MRU \Leftrightarrow \Delta v = 0 \quad (25.14)$$

Si la variation de vitesse du centre de masse est nulle, la variation de l'impulsion l'est aussi.

Ceci est cohérent avec l'équation 25.7 p. 221.

**Loi 11** (Conservation de l'impulsion et forces internes).

*Si les seules forces s'appliquant à un système sont des forces internes, la quantité de mouvement du système est constante.*

**3 Chocs élastiques et chocs inélastiques**

Lorsque deux solides entrent en contact, deux situations sont possibles.

Leur choc sera

- élastique
- ou inélastique.

## A Chocs inélastiques

Imaginons que les deux objets soient des billes d'acier infiniment dures.

Les deux objets vont s'entrechoquer, échanger de l'énergie mécanique, puis continuer leur trajectoire.

Cependant, l'énergie mécanique totale ne sera pas modifiée.

Ce type de choc est appelé "*choc inélastique*".

## B Chocs élastiques

Imaginons maintenant le choc entre deux boules de plasticine.

Les deux objets vont s'entrechoquer, échanger de l'énergie mécanique, *se déformer*, puis continuer (peut-être) leur trajectoire.

Chaque boule va exercer des forces qui vont déformer l'autre boule.

L'énergie mécanique totale sera modifiée. Une partie de cette énergie mécanique va être transformée en énergie interne dans la déformation. Les deux "boules" seront plus chaudes après la rencontre.

L'énergie *totale* du système sera constante mais pas l'énergie mécanique totale.

Ce type de choc est appelé "*choc élastique*".

### a) Quantité de mouvement et chocs élastiques

Si l'énergie mécanique n'est pas conservée. Par contre, dans ce système de deux particules, la quantité de mouvement va être conservée puisque les seules forces en jeu sont des forces entre les parties du système.

Des calculs impliquant  $m\vec{v}$  seront possibles.

## C Chocs et conservation de la quantité de mouvement

Dans les deux types de chocs, la quantité de mouvement sera conservée.

**Loi 12** (Choc et conservation de la quantité de mouvement). *Dans un choc impliquant "n" objets, la quantité de mouvement totale avant et après le choc sera constante.*

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} + \dots + m_n v_{ni} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} + \dots + m_n v_{nf} \quad (25.15)$$

où :

- les  $m$  sont les masses des objets (kg),
- les  $v_i$  sont les vitesses initiales avant le choc ( $\text{m s}^{-1}$ ),
- les  $v_f$  sont les vitesses finales après le choc ( $\text{m s}^{-1}$ ).

Cette loi est valable pour toute interaction, pas uniquement pour les chocs.

## 4 Exercices



# Chapitre 26

## Moment angulaire

### Sommaire

---

1	Définition . . . . .	226
2	Exemples . . . . .	226
3	exercices . . . . .	226

---

## **Introduction**

### **1 Définition**

### **2 Exemples**

Unités :

Application :

### **3 exercices**

**Septième partie**

**Modèles de l'univers et gravitation  
universelle**



# Chapitre 27

## Tailles de l'univers

### Sommaire

---

1	Dimensions de l'univers . . . . .	<b>230</b>
	A      Quelques diamètres et distances . . . . .	230
	B      Règles de trois . . . . .	230
	C      De la biosphère aux confins de l'Univers . . . . .	230
	D      Nombres de ... . . . . .	230
2	Système solaire . . . . .	<b>231</b>
	A      Éléments de mécanique céleste . . . . .	231
	B      Caractéristiques des planètes . . . . .	231

---

## Introduction

Nous recommandons ici la lecture de "Patience dans l'azur" de Hubert Reeves.

### 1 Dimensions de l'univers

#### A Quelques diamètres et distances

- diamètre du Soleil :  $1,4 \cdot 10^6 \text{ km}$ ,
- diamètre de la Terre :  $1,2 \cdot 10^4 \text{ km}$ ,
- distance Terre-Soleil :  $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$ ,
- à l'échelle : si le Soleil fait 1m, diviser par  $1,4 \cdot 10^9$  : 107m
- distance de l'étoile la plus proche :  $4 \cdot 10^{13} \text{ km}$ ,
- à l'échelle : si le Soleil fait 1m, diviser par  $1,4 \cdot 10^9$  :  $2,5 \cdot 10^4 \text{ km}$

#### B Règles de trois

Le diamètre du Soleil est d'approximativement 1 392 000 km. Le diamètre de la Terre est proche de 12 740 km. Nous savons que la lumière du Soleil met approximativement 8 minutes pour nous atteindre.

Q. : Si le Soleil était un ballon de 1 m de diamètre, la Terre serait une bille d'un diamètre de 9 mm. Quelle serait la distance entre les 2 astres?

R. : 100 m

Q. : A quelle distance serait alors l'étoile la plus proche?

R. : 25 000 km

#### C De la biosphère aux confins de l'Univers

Biosphère :	10 km
Météores :	50 km
Atmosphère :	100 km
Lune :	380 000 km ( $3,8 \cdot 10^5$ )
Mars :	$77 \cdot 10^6 \text{ km}$
Pluton :	6 milliards de km
Étoile la plus proche :	4,5 années lumières (a-l)
Centre de la voie lactée :	30 000 a-l
Diamètre de la voie lactée :	100 000 a-l
La galaxie d'Andromède :	2 millions d' a-l
La galaxie la plus lointaine connue :	10-15 milliards d' a-l

#### D Nombres de ...

nombre d'étoiles visibles à l'œil nu :	$5 \cdot 10^3$
nombre de grains de sable dans un $1 \text{ cm}^3$ :	$5 \cdot 10^3$
nombre d'étoiles dans la voie lactée :	$4 \cdot 10^{11}$
nombre de galaxies dans l'univers :	$1,3 \cdot 10^{11}$
nombre d'étoiles dans l'univers :	$5 \cdot 10^{22}$
nombre de grains de sable sur toutes les plages de la Terre :	$5 \cdot 10^{21}$

## 2 Système solaire

Le Soleil, à lui seul, représente 99,86 % de la masse du Système solaire. La masse de la Terre vaut approximativement  $6 \times 10^{24}$  kg.

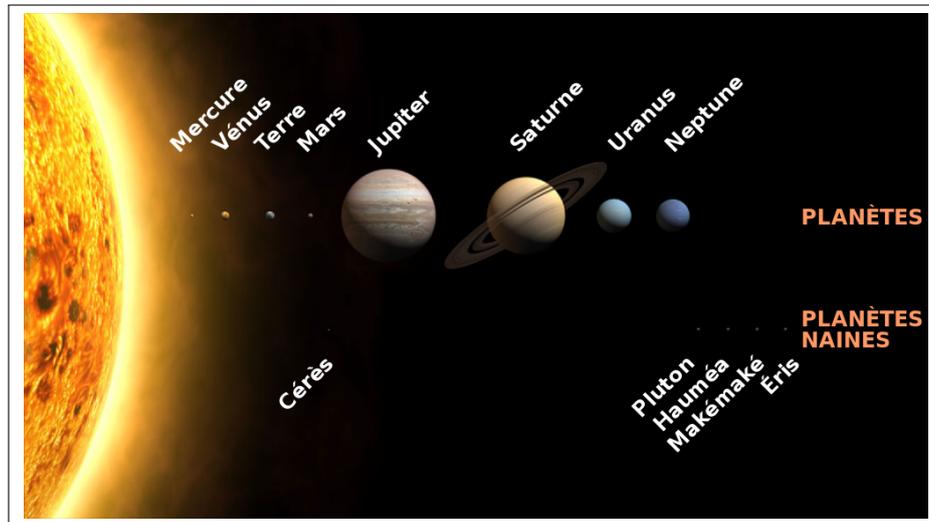


FIGURE 27.1 – Tailles du Soleil et des planètes à l'échelle. Les distances ne sont pas à l'échelle. (Source : [Wikipedia](#) )

### A Éléments de mécanique céleste

Le plan de l'orbite de la Terre est appelé le plan de l'écliptique. L'axe de rotation de la Terre est incliné de  $23,4^\circ$  par rapport à ce plan.

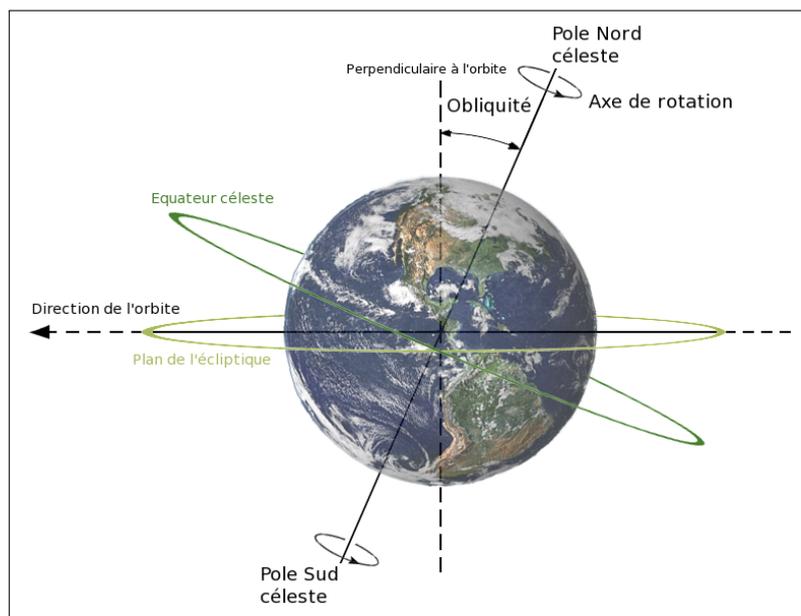


FIGURE 27.2 – Obliquité de l'écliptique. (Source : [Wikipedia](#) )

### B Caractéristiques des planètes

Pluton n'est plus considérée comme une planète mais comme une planète naine.

Caractéristiques	Soleil	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
Masse (Terre = 1)	$3,3 \cdot 10^5$	0,055	0,81	1	0,11	318	95,18	14,5	17,14	0,0022
Diamètre équatorial (km)	$1,39268410^6$	4878	12103	12756	6786	142984	120536	51118	49528	2300
Densité moyenne ( $\text{gcm}^{-3}$ )	1,4	5,42	5,25	5,52	3,94	1,33	0,69	1,27	1,71	2,03
Gravité à l'équateur (Terre = 1)		0,38	0,86	1	0,38	2,5	1,1	1,1	0,88	0,06
Vitesse de libération ( $\text{km s}^{-1}$ )		4,3	10,3	11,2	5	59,5	35,6	21,2	23,6	1,1
Inclinaison de l'axe (degrés)		2	2	23,4	24	3,1	26,7	97,9	28,8	57,5
Période de rotation (j = jours, h = heures)		58,65 j	243,01 j	23,93 h	24,62 h	9,92h	10,67h	17,23h	16,12h	6,38 j
Température moyenne de surface ( $^{\circ}\text{C}$ )		-170 ou 430	464	15	-40	-120	-180	-210	-220	-220
Nombre de Lunes (au 01/03/2017)		0	0	1	2	63	47	21	13	3
Aphélie ( $10^6$ km)		69,7	109	152,1	249,1	815,7	1507	3004	4537	7375
Périhélie ( $10^6$ km)		45,6	107,4	147,1	206,7	740,9	1347	2735	4456	4425
Distance moyenne au Soleil ( $10^6$ km)		57,9	108,2	149,6	227,9	778,3	1427	2869,6	4496,6	5900
Vitesse orbitale moyenne ( $\text{km s}^{-1}$ )		47,89	35,03	29,79	24,13	13,06	9,64	6,81	5,43	4,73
Inclinaison de l'orbite ( $^{\circ}$ )		7	3,39	0	1,85	1,3	2,49	0,77	1,77	17,2
Période de révolution (a = années)		87,97 j	224,7 j	365,26 j	1,88 a	11,86 a	29,46 a	84,01 a	164,79 a	248,54 a

TABLE 27.1 – Caractéristiques des objets du Système solaire.

# Chapitre 28

## Le ciel vu de la Terre

### Sommaire

---

1	Mouvements quotidiens . . . . .	<b>234</b>
	A      Mouvement du Soleil . . . . .	234
	B      Mouvement de la Lune . . . . .	234
	C      Mouvements des étoiles . . . . .	235
	D      Résumé . . . . .	235
2	Mouvements annuels . . . . .	<b>236</b>
	A      Mouvement de la Lune . . . . .	236
	B      Mouvements des étoiles . . . . .	236
	C      Mouvement du Soleil . . . . .	236
	D      Mouvements des planètes . . . . .	237

---

## Introduction

Nous utilisons le logiciel “Stellarium” pour simuler nos observations.

### 1 Mouvements quotidiens

#### A Mouvement du Soleil

Le Soleil se lève depuis l'Est,  
atteint son point le plus haut au milieu exact de la journée  
et se couche vers l'Ouest le soir.

Sa trajectoire apparente est une portion de cercle.

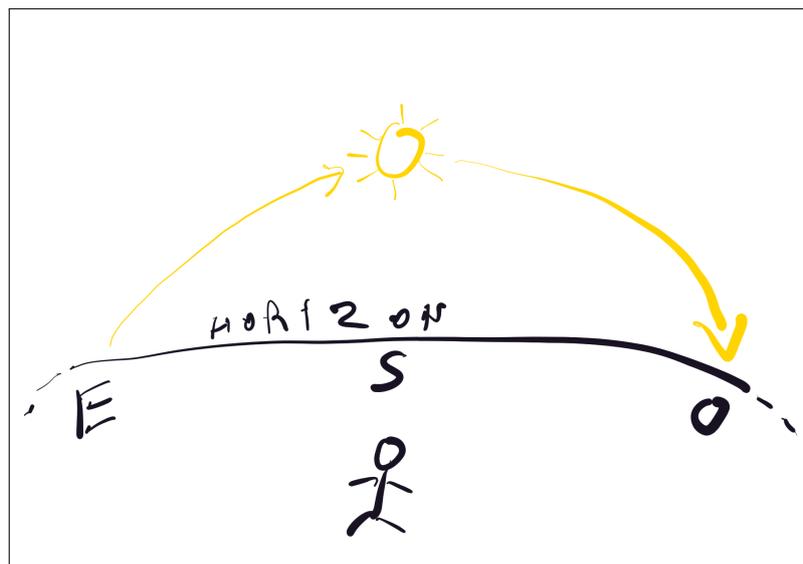


FIGURE 28.1 – Le mouvement quotidien apparent du Soleil.

#### B Mouvement de la Lune

La Lune, lorsqu'elle est visible, suit une trajectoire semblable à celle du Soleil et dans le même sens : d'Est en Ouest.

Mais cette trajectoire se déroule parfois la nuit, parfois le jour.

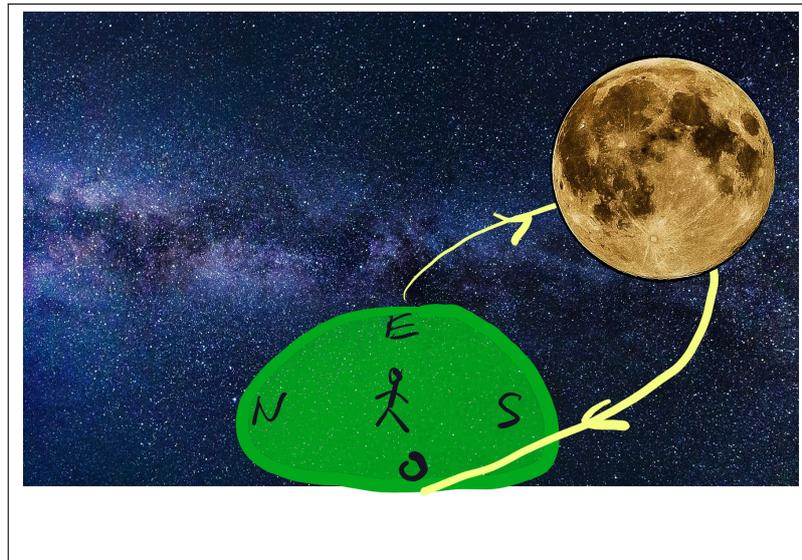


FIGURE 28.2 – Le mouvement quotidien apparent de la Lune.

### C Mouvements des étoiles

Si nous observons les étoiles pendant plusieurs heures, il est vite évident que leur mouvement apparent est un cercle autour de l'étoile polaire.

Les étoiles les plus proches de l'étoile polaire sont visibles toute la nuit. Les autres étoiles se lèvent à l'Est et se couchent aussi à l'Ouest.

Les étoiles ne semblent pas bouger les unes par rapport aux autres.

En six heures, elles décrivent à peu près un quart de cercle.

Les étoiles seraient aussi visibles la journée si la clarté du Soleil ne nous les cachait pas.

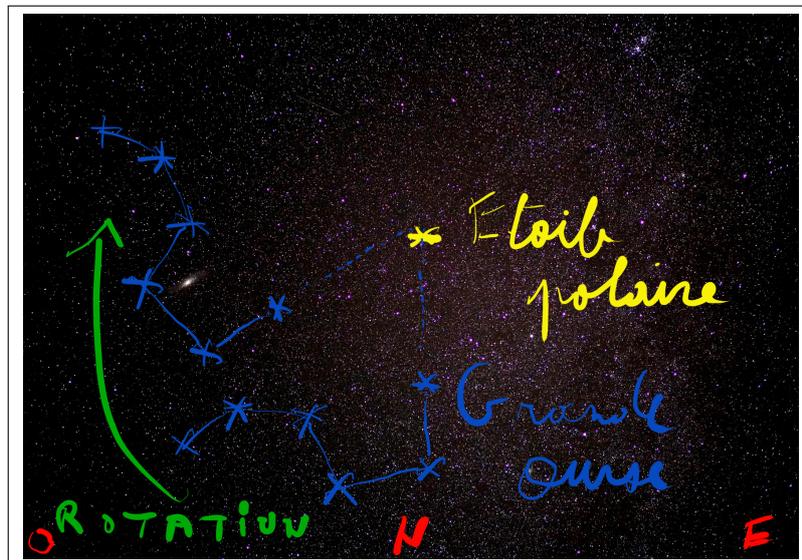


FIGURE 28.3 – Le mouvement quotidien apparent des étoiles.

### D Résumé

Tous les astres, s'ils sont observés sur une journée, ont une trajectoire circulaire décrite en un même temps.

Ce temps sera appelé la **période**.

Définition : La **période** est la durée nécessaire pour qu'un astre revienne occuper la même position dans le ciel.

## 2 Mouvements annuels

### A Mouvement de la Lune

Sur une période proche de 29 jours, l'apparence de la Lune change selon des phases : Nouvelle Lune, premier quartier, pleine Lune, dernier quartier. La Lune nous présente toujours le même côté.

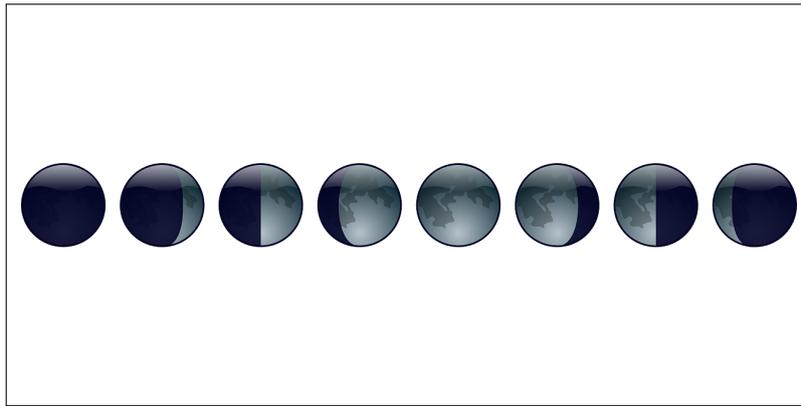


FIGURE 28.4 – Les Phases de la Lune.

### B Mouvements des étoiles

Le mouvement des étoiles semble immuable.

Une observation fine nous permet cependant de remarquer un léger mouvement d'oscillation de certaines étoiles au cours d'une année.

Remarquons néanmoins que nous savons, par les cartes anciennes, que les étoiles se déplacent très lentement dans le ciel. Ainsi la grande ourse s'appelait le chariot du temps des Romains.

### C Mouvement du Soleil

La trajectoire du Soleil connaît des variations sur le cours de l'année.

#### a) Le solstice d'été

Au début de l'été, le Soleil atteint à midi son point le plus élevé de l'année.

(Ce point est appelé la culmination.)

C'est aussi ce jour-là que le Soleil se lève le plus au Nord-Est (NE) et se couche le plus au Nord-Ouest (NO).

C'est le solstice d'été.

#### b) L'équinoxe d'automne

Au début de l'automne, un quart d'année après le solstice d'été, lever et coucher du Soleil se sont déplacés vers le Sud. Ce jour précis, le Soleil se lève exactement en un point de l'horizon qui est exactement à angle droit avec la direction de sa culmination : l'Est. Il se couchera exactement

en un point de l'horizon qui sera exactement à angle droit avec la direction de sa culmination : l'Ouest.

La durée du jour et de la nuit seront exactement égales.

L'angle formé entre la culmination au solstice d'été et la position du Soleil au milieu de la journée est exactement de  $23^{\circ}30'$ .

C'est l'équinoxe d'automne.

### c) Le solstice d'hiver

Les levers et couchers de Soleil vont continuer leur mouvement vers le Sud.

Au début de l'hiver, le Soleil atteint à midi son point le plus bas de l'année.

L'angle formé entre la culmination à l'équinoxe d'automne et la position du Soleil au milieu de la journée est exactement de  $23^{\circ}30'$ .

C'est aussi ce jour-là que le Soleil se lève le plus au Sud-Est (SE) et se couche le plus au Sud-Ouest (SO).

C'est le solstice d'hiver.

### d) L'équinoxe de printemps

Au début du printemps, un quart d'année après le solstice d'hiver, lever et coucher du Soleil se sont déplacés vers le Nord. Ce jour précis, le Soleil se lève exactement en un point de l'horizon qui est exactement à angle droit avec la direction de sa culmination : l'Est. Il se couchera exactement en un point de l'horizon qui sera exactement à angle droit avec la direction de sa culmination : l'Ouest.

La durée du jour et de la nuit seront exactement égales.

L'angle formé entre la culmination au solstice d'été et la position du Soleil au milieu de la journée est exactement de  $23^{\circ}30'$ .

C'est l'équinoxe de printemps.

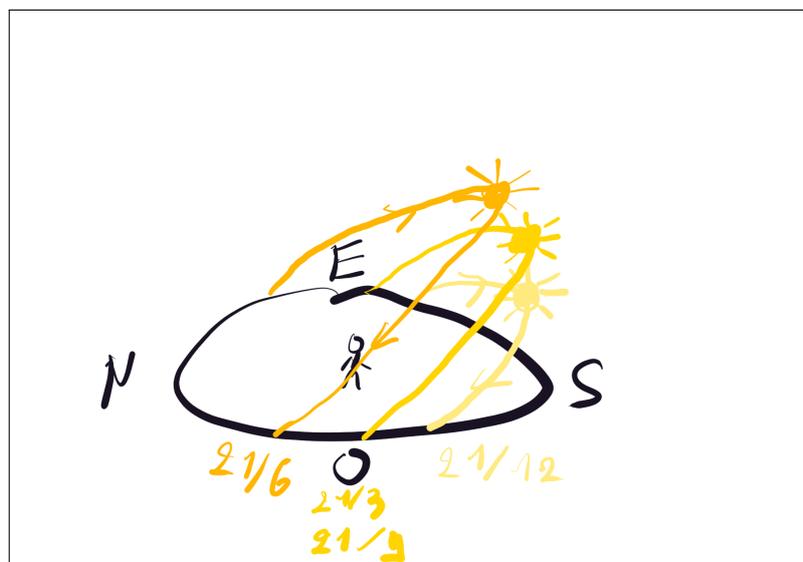


FIGURE 28.5 – Le mouvement annuel du Soleil.

## D Mouvements des planètes

Nos ancêtres ont vite remarqué que certains astres, s'ils présentaient une apparence semblable aux étoiles, suivaient un type de trajectoire bien différent.

Dans le mouvement quotidien, ils suivent le mouvement des étoiles. Mais si nous repérons leurs positions par rapport aux étoiles, ils se déplacent dans le ciel et ces trajectoires dessinées sur la carte des étoiles forment parfois des spirales. Les grecs ont appelé ces astres planètes, ce qui signifie "astres errants" ou "vagabonds". Les planètes visibles sans instrument sont : Mercure Vénus, Mars, Jupiter et Saturne.

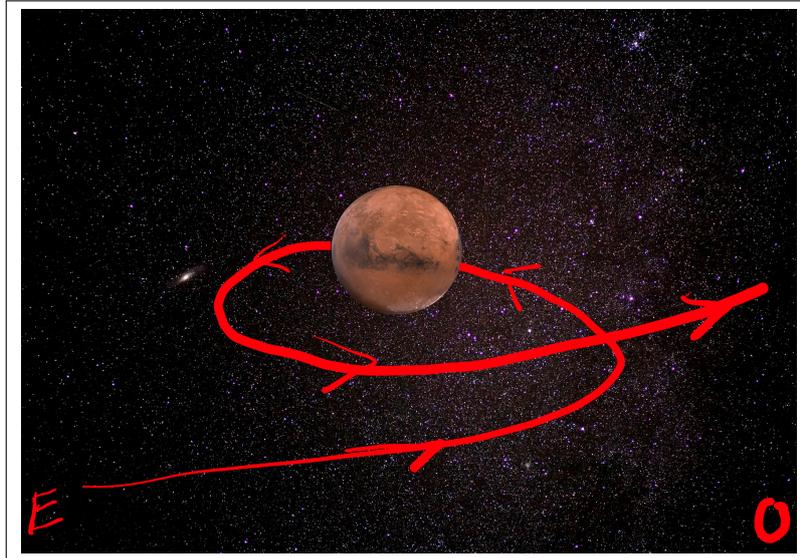


FIGURE 28.6 – Le mouvement rétrograde de Mars.

# Chapitre 29

## Géocentrisme et héliocentrisme

### Sommaire

---

1	Le modèle géocentrique . . . . .	<b>240</b>
A	Thalès de Milet (600 avant J.-C.) . . . . .	240
B	Anaximandre (550 avant J.-C.) . . . . .	240
C	Pythagore (530 avant J.-C.) . . . . .	240
D	Anaxagore (450 avant J.-C.) . . . . .	241
E	Hipparque (150 avant J.-C.) . . . . .	242
F	Ptolémée (120 après J.-C.) . . . . .	242
G	Conclusions . . . . .	243
2	Le modèle héliocentrique . . . . .	<b>243</b>
A	Aristarque de Samos (IIIe siècle avant J.C.) . . . . .	243
B	Nicolas Copernic (Début XVIe siècle) . . . . .	243
C	Tycho-Brahé (Fin XVIe siècle) . . . . .	244
D	Kepler (1571-1630) . . . . .	244
E	Galilée (1564-1642) . . . . .	246

---

## Introduction

Vous trouverez ici un court historique de la cosmologie occidentale : Comment "s'organisait" l'Univers selon les Anciens.

Les deux modèles principaux qui se sont "affrontés" au cours de l'histoire sont le géocentrisme et l'héliocentrisme.

Nous évoquons les principaux acteurs dans cet affrontement pour montrer une progression dans les points de vue.

### 1 Le modèle géocentrique

La Terre est fixe et constitue le centre du monde, les autres planètes tournent autour d'elle.

#### A Thalès de Milet (600 avant J.-C.)

Ce philosophe d'Asie Mineure voit la Terre comme une plate-forme reposant sur les océans qui, eux-mêmes, s'étendraient jusqu'à la voûte céleste.

#### B Anaximandre (550 avant J.-C.)



FIGURE 29.1 – La Terre est un cylindre chez Anaximandre.

Cet élève de Thalès de Milet constate que, si on se déplace à la surface de la terre ferme du Nord vers le Sud, la Terre est toujours courbée dans le même sens. Il en conclut que la Terre flotte librement dans l'espace sans aucun support. Il suppose que la Terre ressemble à un cylindre de hauteur finie et dont l'axe serait orienté suivant la direction Est-Ouest (Fig. 29.1 p. 240) .

#### C Pythagore (530 avant J.-C.)

Ce mathématicien <sup>1</sup> vivant au Sud de l'Italie observe que les navires sur la mer n'émergent que progressivement à l'horizon, au fur et à mesure qu'ils se rapprochent de la terre ferme et cela, quelle que soit la direction d'où ils viennent. La surface des mers serait sphérique et la Terre, dans l'espace, serait une grosse sphère (globe). Il fut le premier à attirer l'attention sur le fait qu'en dehors de la Lune et du Soleil, il existe 5 autres planètes de même forme que la Terre : Mercure (mercredi), Vénus (vendredi), Mars (mardi), Jupiter (jeudi) et Saturne (samedi). Partant de ces observations, il suppose que le monde serait formé d'un ensemble de sphères concentriques imbriquées les unes dans les autres et centrées sur la Terre immobile, chaque sphère étant animée d'un mouvement perpétuel, la dernière sphère étant celle des étoiles (théorie des sphères pythagoriciennes). L'ordre par rapport à la Terre serait Lune, Mars, Vénus, Soleil, Mercure, Jupiter, Saturne, Etoiles.

1. Mais aussi chef de secte!

## D Anaxagore (450 avant J.-C.)

Il confirme la théorie des sphères pythagoriciennes en observant la Lune. Cette dernière est un corps sphérique non lumineux qui tourne autour de la Terre et est éclairée par le Soleil. Le Soleil tourne également autour de la Terre mais à une plus grande distance (Fig. 29.2 p. 241)

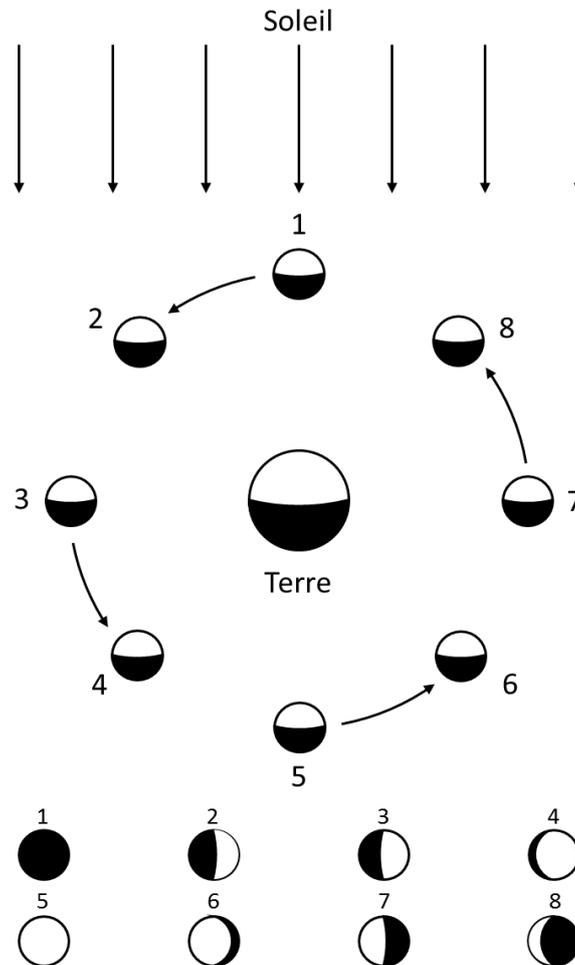


FIGURE 29.2 – Les phases de la Lune selon Anaxagore.

Lors de la nouvelle lune (1), la Lune se trouve entre la Terre et le Soleil.

Au début de la lunaison (2), on observe le 1er quartier.

Lors de la pleine lune (5), la Terre se trouve entre la Lune et le Soleil.

A la fin de la lunaison (8), on observe le dernier quartier.

Un cycle complet dure 29 jours et 1/2. C'est sur cette base qu'est né le premier calendrier avec 1 mois = 30 jours (+ ou - 1 jour).

## E Hipparque (150 avant J.-C.)

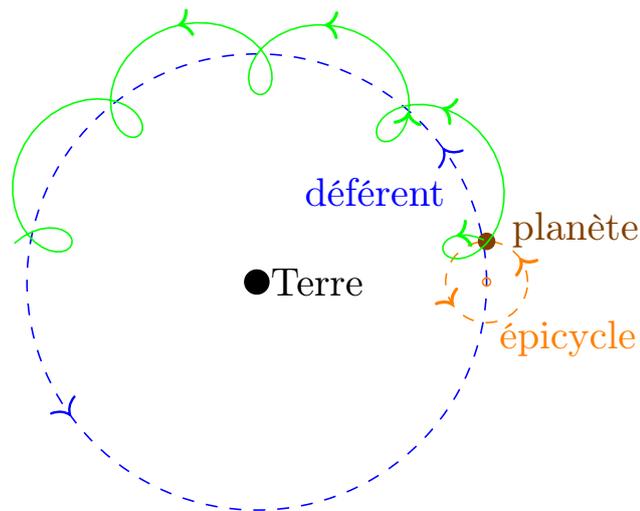


FIGURE 29.3 – Les épicycles selon Hipparque.

Il constate que le Soleil, en tournant autour de la Terre, se déplace sur une trajectoire circulaire excentrique par rapport à la Terre (Fig. 29.4 p. 242) .

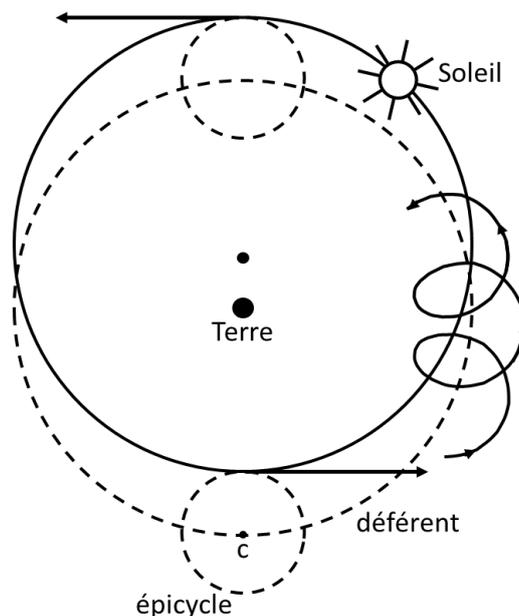


FIGURE 29.4 – Le Soleil selon Hipparque.

De plus, les planètes, sur leur trajectoire, décrivent des cercles. C'est le modèle des épicycles (Fig. 29.3 p. 242) .

## F Ptolémée (120 après J.-C.)

Il confirme la thèse d'Hipparque et introduit une précision supplémentaire. Mercure et Venus, qui restent toujours au voisinage du Soleil, suivent leur trajectoire selon un épicycle dont le centre se situe sur une droite reliant la Terre au Soleil (Fig. 29.5 p. 243) .

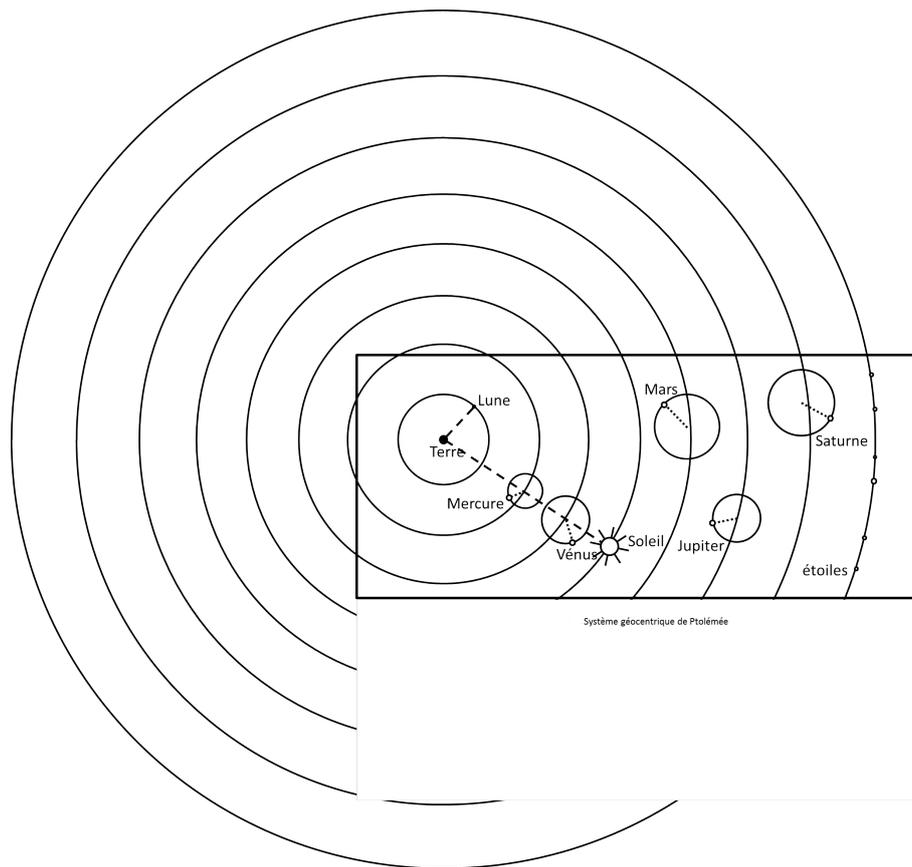


FIGURE 29.5 – Les épicycles selon Ptolémée.

## G Conclusions

Le géocentrisme se base sur 3 postulats :

- la Terre est immobile et elle est le centre du monde ;
- les astres se déplacent sur des épicycles par rapport à la Terre ;
- il existe 2 mondes différents dans l'Univers : les corps terrestres et les corps célestes.

## 2 Le modèle héliocentrique

Le Soleil est le centre de l'Univers et les autres planètes tournent autour de lui.

### A Aristarque de Samos (III<sup>e</sup> siècle avant J.C.)

Il disait que :

- la Terre tourne autour d'un axe Nord-Sud en 23 h 56 min (en réalité 23 h 56 min 4,09 s, c'est un jour sidéral) ;
- la Terre tourne autour du Soleil ;
- l'axe de rotation de la Terre est incliné par rapport à l'orbite terrestre de 23°.

Mais il ne fut pas écouté car le modèle géocentrique était trop bien implanté.

### B Nicolas Copernic (Début XVI<sup>e</sup> siècle)

Il reprend l'idée des sphères concentriques de Pythagore en plaçant le Soleil au centre du système.

Il disait que :

- le Soleil est immobile et au centre de l'Univers;
- les planètes (Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter et Saturne) tournent autour du Soleil suivant des trajectoires propres;
- la sphère des étoiles est fixe; leur mouvement proviendrait de la rotation de la Terre sur elle-même.

Ce mathématicien et astronome polonais utilise le terme "orbite" pour définir la forme des trajectoires parcourues par les planètes. Ces trajectoires sont circulaires et uniformes.

### C Tycho-Brahé (Fin XVI<sup>e</sup> siècle)

Ce Danois décida de faire un relevé précis des positions successives de toutes les planètes afin d'établir de nouvelles tables astronomiques. Il détermina ainsi la longueur de l'année à une fraction de seconde près et contribua à la réforme du calendrier.

Il est partisan d'un modèle géo-héliocentrique : les planètes tournent autour du Soleil qui lui-même tourne autour de la Terre qui est immobile. La Terre reste pour lui le centre de l'Univers. Ses arguments sont basés sur l'observation : il n'observe pas de parallaxe des étoiles à six mois d'écart.

### D Kepler (1571-1630)

Ce mathématicien, élève de Tycho-Brahé, remplaça les anciennes trajectoires circulaires de Pythagore par des trajectoires elliptiques. Il en tira trois lois :

#### a) Loi n° 1

**Loi 13** (1<sup>re</sup> loi de Kepler).

*Chaque planète se déplace sur une orbite elliptique dont le Soleil occupe un des foyers.*  
(voir fig. 29.6 p. 244)

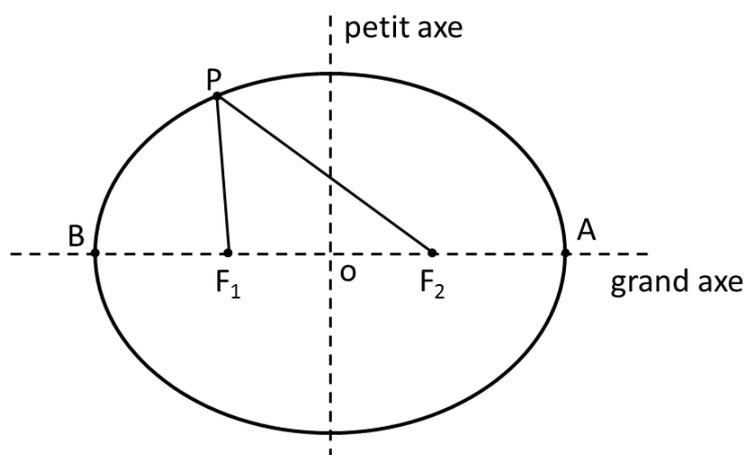


FIGURE 29.6 – Une ellipse : les distances depuis ses foyers jusqu'à un point de sa périphérie.

N.B. Une ellipse est constituée par un ensemble de points  $P$  tels que la somme des distances par rapport aux foyers ( $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = \overline{AB}$ ).

$o$  est le centre de l'ellipse.

$F_1$  et  $F_2$  sont les foyers de l'ellipse.

Si le Soleil est en  $F_1$ ,  $P$  est le périhélie ou périhélie (point le plus proche du Soleil) et  $A$  est l'apogée ou aphélie (point le plus éloigné du Soleil).

### b) Loi n° 2

**Loi 14** (2<sup>e</sup> loi de Kepler).

*Une ligne reliant le Soleil à la planète balaie des aires égales en des laps de temps égaux.*  
(voir fig. 29.7 p. 245)

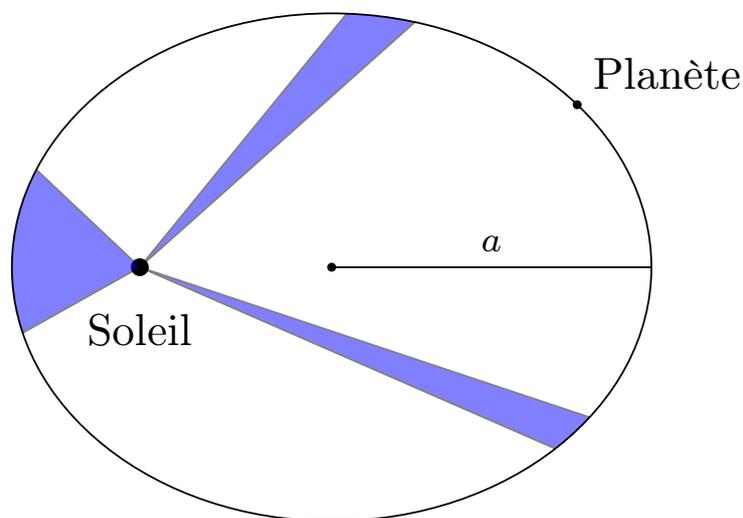


FIGURE 29.7 – Une planète balaie des aires égales en des temps égaux.

Lorsqu'une planète est proche du Soleil, sa vitesse est plus grande que lorsqu'elle en est éloignée.

### c) Loi n° 3

**Loi 15** (3<sup>e</sup> loi de Kepler).

*Le carré de la période de révolution  $T$  est proportionnel au cube du rayon moyen  $R$  :*

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante pour toutes les planètes tournant autour du Soleil}$$

avec

$$R = \frac{r_{\min} + r_{\max}}{2}$$

Prenons un exemple : Jupiter est à une distance moyenne du Soleil qui est approximativement cinq fois celle de la Terre. La distance moyenne Terre-Soleil est appelée une unité astronomique : 1 au.

Et donc :

$$\frac{T_{\text{Terre}}^2}{R_{\text{Terre}}^3} = \frac{T_{\text{Jupiter}}^2}{R_{\text{Jupiter}}^3}$$

$$\frac{(1\text{an})^2}{(1\text{au})^3} = \frac{T_{\text{Jupiter}}^2}{(5\text{au})^3}$$

$$T_{\text{Jupiter}}^2 = 5^3$$

$$T_{\text{Jupiter}} = \sqrt{125} \approx 11\text{ans}$$

Ce qui correspond bien au temps mis par Jupiter pour effectuer une révolution autour du Soleil.

Ce qui est remarquable, c'est que cette loi peut s'appliquer dès qu'un objet est suffisamment massif pour que d'autres soient en orbite autour de lui (comme Jupiter et ses lunes, ou encore comme la Terre, la Lune et les satellites artificiels). La constante va cependant être différente selon le corps central. Mais ceci, comme les lunes de Jupiter n'avaient pas encore été observées, et qu'il faudra attendre le vingtième siècle pour que la Terre ait des satellites artificiels, Kepler ne le savait pas!

#### d) En résumé

Ces 3 lois qui s'appliquent aux planètes et à leurs satellites restent empiriques. Elles disent comment les planètes tournent autour du Soleil mais sans en donner les causes. Elles laissent cependant entendre qu'un principe commun est à l'œuvre pour toutes les planètes du Système solaire.

## E Galilée (1564-1642)

Ce philosophe et astronome italien insistait surtout sur l'importance de partir de l'expérience pour extraire des hypothèses et non pas de se baser sur des idées préconçues.

Son conflit avec l'Église dura plus de 20 ans. Après son procès<sup>2</sup>, il resta en résidence surveillée pendant les douze dernières années de sa vie.

Il construisit une lunette astronomique et observa notamment la surface irrégulière de la Lune et les taches sur le Soleil, ce qui remit en cause la perfection des astres supposée par certains.

Il fut un des premiers à observer les quatre plus grosses lunes de Jupiter et leurs mouvements autour de la planète géante. Ce qui suggérait, entre autres, que la Lune tournait autour de la Terre. Ces quatre lunes (Io, Europe, Ganymède et Callisto) sont d'ailleurs appelées les lunes galiléennes de Jupiter.

2. Lors duquel il se rétracta. La légende dit que, simultanément, il marmonna "E pur si muove!", "Et pourtant elle tourne!" à propos de la Terre.

# Chapitre 30

## La gravitation universelle

### Sommaire

---

1	Découverte de la loi de Newton (XVII <sup>e</sup> siècle) . . . . .	<b>248</b>
	A Question . . . . .	248
	B Observations . . . . .	248
	C Hypothèse : Fin de la dualité Terre-Ciel . . . . .	248
	D Conséquences . . . . .	250
2	Loi de la gravitation universelle . . . . .	<b>251</b>
	A Formulation . . . . .	251
	B Conséquences . . . . .	251
	C Applications . . . . .	252
	D La masse de la Terre . . . . .	252
	E La masse du Soleil . . . . .	253
	F Autres calculs possibles . . . . .	254
3	Exercices . . . . .	<b>254</b>

---

## Introduction

Ici, nous développons la formulation de la loi de gravitation universelle.

Après avoir nous être "mis dans les bottes de Newton" et avoir suivi le cheminement de son raisonnement pour découvrir la loi, nous allons énoncer sa loi et en voir quelques conséquences.

Nous allons ainsi "peser" la Terre, le Soleil ...

## 1 Découverte de la loi de Newton (XVII<sup>e</sup> siècle)

### A Question

La question que Newton se pose est la suivante : "Comment se fait-il que la Terre entraîne la Lune avec elle dans son mouvement annuel autour du Soleil?"

### B Observations

Newton raisonne ensuite sur des observations (la fameuse pomme) :

"Les corps lâchés à proximité de la surface de la Terre tombent. En l'absence de frottements, le mouvement est un MRUA dont la trajectoire est verticale et caractérisé par une accélération "g" identique pour tous les objets."

La valeur de g varie avec l'altitude et la latitude.

Newton considère que la Terre exerce une force d'attraction (pesanteur) sur les objets situés à proximité de sa surface; cette force est dirigée vers le centre de la Terre et vaut  $P = m \cdot g$ . Son intensité est proportionnelle à la masse des objets attirés.

### C Hypothèse : Fin de la dualité Terre-Ciel

La Terre attire la Lune comme elle attire tous les corps matériels situés à sa surface. Les corps terrestres et les corps célestes obéissent aux mêmes lois.

La Lune est sans doute un corps matériel de même type que les corps terrestres.

Pour tester cette hypothèse, basons-nous sur deux exemples :

#### a) Trajectoire d'un objet lancé obliquement à la surface de la Terre.

Lorsqu'on lance obliquement un projectile à la surface de la Terre (Fig. 30.1 p. 249), on observe la trajectoire 1. En l'absence de pesanteur, le mouvement serait de type **MRU** comme sur la trajectoire 2.

Si on admet que la Lune se meut dans le vide, et si la Lune n'était pas attirée par la Terre, elle devrait être animée d'un MRU et s'éloignerait continuellement de la Terre, ce qui n'est pas le cas. La pesanteur doit donc entraver son MRU.

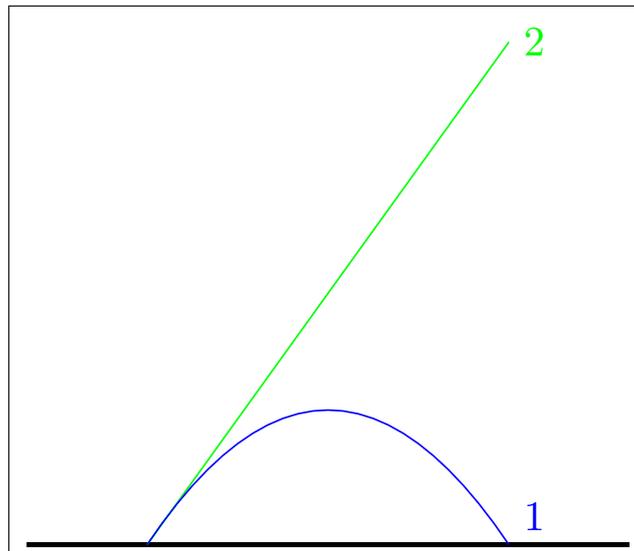


FIGURE 30.1 – Trajectoires avec et sans gravité lors d'un lancer depuis le sol.

**b) Trajectoire d'un corps lancé horizontalement à partir d'une grande hauteur au-dessus de la surface de la Terre avec des vitesses différentes**

Newton fait ensuite "l'expérience de pensée" suivante : il imagine de lancer des objets depuis une très haute montagne en leur donnant une vitesse horizontale d'abord nulle puis de plus en plus grande.

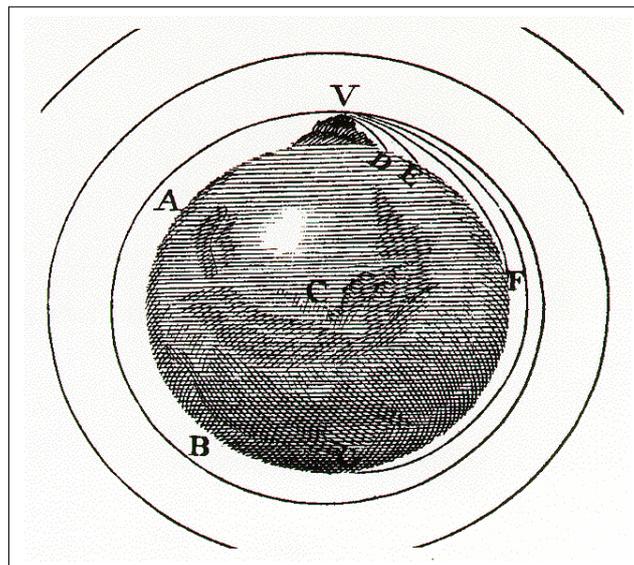


FIGURE 30.2 – Trajectoires d'un objet lancé d'une grande hauteur selon Newton.

Soit un corps lancé à une distance très grande de la surface de la Terre,  $\perp$  à la verticale avec des vitesses  $\pm$  grandes (Fig. 30.2 p. 249).

Si la vitesse initiale était nulle ou trop petite, le corps tomberait suivant la verticale. C'est ce qu'on appelle une "chute libre".

Plus la vitesse initiale est grande (*D* et *E* sur la figure 30.2), plus la trajectoire du corps sera allongée. On est alors dans le cas du "tir horizontal".

Si la vitesse initiale grandit encore, l'objet commence à tomber "sur le côté" de la Terre (*F* sur la figure 30.2).

Pour des vitesses initiales très grandes, la trajectoire du corps devient presque circulaire (en fait elliptique).

Or la lune ne tombe jamais sur la Terre, elle la suit dans son déplacement.

### c) Conclusions

La trajectoire de la Lune est une trajectoire elliptique dont l'équilibre dépend de 2 causes :

- la tendance naturelle à perpétuer un mouvement initial : si cette seule cause était déterminante, la Lune s'éloignerait continuellement de la Terre.
- la tendance à se rapprocher de la surface de la Terre sous l'effet de la pesanteur : la Lune aurait tendance à s'écraser sur la Terre si seule la force de gravité était en jeu.

## D Conséquences

### a) La Terre attire la Lune

Considérant que la Lune reste "attachée" à la Terre en décrivant autour d'elle une trajectoire quasi circulaire, Newton conclut qu'une force attractive devrait lui être appliquée, pas trop grande pour ne pas l'entraîner de son orbite vers la Terre, ni trop petite car elle ne ferait pas dévier suffisamment la Lune d'un trajet en ligne droite.

La Terre exerce sur la Lune une force  $F_{T-L}$  d'attraction gravifique, analogue à la force de pesanteur que subit un corps quelconque près de la surface de la Terre, et qui est orientée vers le centre de la Terre. Sa grandeur est proportionnelle à la masse  $m_L$  de la Lune et est inversement proportionnelle au carré de la distance  $r_{T-L}$  qui sépare la Lune du centre de la Terre. La grandeur de cette force est donc donnée par la relation

$$F_{T-L} = k \frac{m_L}{r_{T-L}^2} \text{ où } k = \text{une constante}$$

### b) Le Soleil attire les planètes

Puisque le mouvement des planètes autour du Soleil est analogue au mouvement de la Lune autour de la Terre, nous admettons que le Soleil exerce sur chacune des planètes une force  $F_{S-P}$  d'attraction gravifique qui est orientée vers le Soleil. Sa grandeur est proportionnelle à la masse  $M_P$  de la planète considérée et inversement proportionnelle au carré de la distance  $R_{S-P}$  qui la sépare du Soleil :

$$F_{S-P} = K \frac{M_P}{R_{S-P}^2} \text{ où } K = \text{une autre constante}$$

### c) Lien avec les lois de Kepler : pourquoi une loi en $1/d^2$

Comme la force de gravité décroît avec la distance séparant les deux objets étudiés, l'expression donnant la grandeur de cette force doit être inversement proportionnelle à cette distance. Kepler avait imaginé une force en " $1/d$ ".

Mais Newton connaît la première loi de Kepler.

Rappelons la première loi de Kepler :

Chaque planète se déplace sur une orbite elliptique dont le Soleil occupe un des foyers (Fig. 30.3 p. 251)

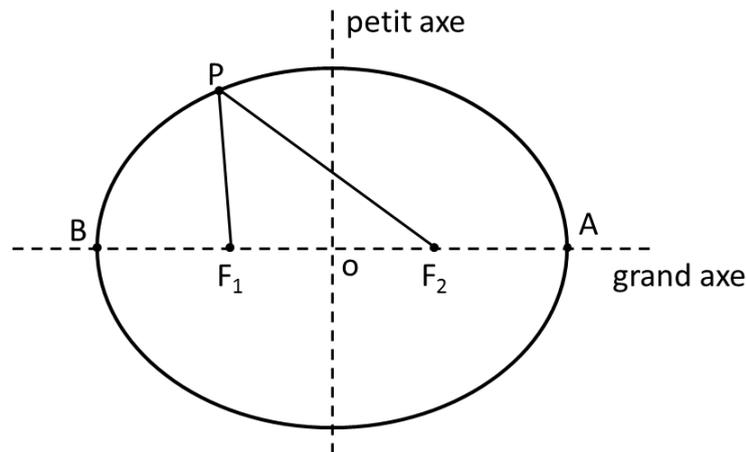


FIGURE 30.3 – Une orbite elliptique : le soleil occupe un des foyers ( $F_1$  ou  $F_2$ ) et pas le centre  $O$ .

Soit  $d$  la distance séparant deux corps dont l'un est beaucoup plus massif que l'autre, si la loi d'attraction était en  $1/d$ , l'objet le plus massif devrait se trouver au centre de l'ellipse. Si, par contre, la force est en  $1/d^2$ , l'objet le plus massif est à un des foyers. Comme le Soleil est à un des foyers, Newton a déterminé que la loi d'attraction devait être en  $1/d^2$ !

## 2 Loi de la gravitation universelle

### A Formulation

**Loi 16** (Loi de la gravitation universelle).

Deux corps matériels ponctuels de masse  $m$  et  $m'$  s'attirent mutuellement avec une force dont l'intensité est proportionnelle à chacune de ces masses et inversement proportionnelle au carré de la distance  $r$  qui les sépare.

Cette force vaut :

$$F = G \frac{m \cdot m'}{r^2} \quad (30.1)$$

où

- $G$  est une  $C^{ste}$  universelle valant  $6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $F$  est la force entre les deux corps (N)
- $m$  et  $m'$  sont les masses des deux corps (kg)
- $r$  est la distance entre les deux corps (m)

### B Conséquences

- Tous les corps matériels exercent les uns sur les autres une force gravifique.
- La loi de l'attraction universelle est une loi d'attraction à distance qui s'exerce même à travers le vide.
- Cette loi est valable où que se trouvent les corps considérés dans l'Univers.
- La force d'attraction gravitationnelle n'a pas de limite mais elle décroît rapidement lorsque la distance entre les corps augmente (loi en  $1/d^2$ ).
- La gravité n'est observable que si un des corps est très massif.

## C Applications

### a) La vitesse orbitale des satellites

Les satellites tournent autour de la Terre conformément aux lois de Kepler. Si l'on pense au fait que la Lune a une période de révolution de 27,3 jours, on peut s'étonner que Spoutnik I, 1er satellite artificiel mis en orbite en 1957 par les Soviétiques, avait une période de révolution de 96 minutes.

Cela provient du fait que ce satellite artificiel était beaucoup plus près de la Terre que notre satellite naturel. Le "pouvoir attractif" de la Terre y est donc beaucoup plus grand et pour que Spoutnik puisse rester en orbite, il fallait qu'il se déplace à une vitesse très grande. Il suivait une trajectoire elliptique très allongée, descendant jusqu'à environ 230 km et montant jusqu'à environ 900 km au-dessus de la surface de la Terre.

### b) Les satellites géostationnaires et géosynchrones

Un satellite géostationnaire tourne autour de la Terre en gardant une position (pratiquement) constante par rapport à celle-ci. Il est donc particulièrement adapté pour relayer les télécommunications et les émissions de télévision sans variation de puissance.

Le premier satellite géostationnaire commercial était "Early Bird" (USA, 1965). Son altitude était de 35600 km.

Pour rendre un satellite géostationnaire, on doit le placer sur une orbite équatoriale circulaire, à une altitude assez grande pour que sa période de révolution  $T$  soit égale à un jour sidéral. Il tourne alors à la même vitesse angulaire que la Terre et reste donc au-dessus d'un lieu donné sur la surface de la Terre.

Les lancements principaux ont été effectués par la NASA (USA) de Cap Canaveral (Floride) et par l'Agence spatiale Européenne de Kourou (Guyane française).

Un satellite géosynchrone a également une période de rotation égale à un jour sidéral, mais son orbite est inclinée par rapport à l'Équateur et elle est généralement elliptique. Il se présente donc chaque jour à la même heure au-dessus du même endroit, mais n'y reste pas continuellement.

## D La masse de la Terre

Un des "drames" de la vie de Newton fut que sa constante de gravitation universelle "G" ne fut déterminée qu'après sa mort par Cavendish. Certes, il estima assez bien la valeur de "G" mais la technologie qui permit de mesurer cette valeur n'était pas assez précise de son vivant.

Lorsque Cavendish a déterminé la constante de gravitation universelle, on a pu calculer la masse de la Terre.

Le calcul qui suit a, en son temps, fait la "une" du "Times" de Londres : "On a pesé la Terre".

Ce calcul repose sur un raisonnement très simple : le poids d'un objet à la surface de la Terre est causé par l'interaction de gravité entre cet objet et la Terre. La force "poids" de ce corps et la force de gravité entre le corps et la Terre sont égales.

- Données :
  - La masse de l'objet  $m$
  - la distance entre l'objet et le centre de la Terre est déterminé via la circonférence :  $Circ \simeq 40\,000\text{ km} = 4 \times 10^7\text{ m}$
  - $g = 9,81\text{ m m}^{-2}$
- Inconnues : La masse de la Terre =  $M_T$
- Formules :
  - $P = m \cdot g$  et  $P = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{d^2}$
  - $R = \frac{Circ}{2\pi}$

- Solution :

- $d = R = \frac{Circ}{2\pi} = \frac{4 \cdot 10^7}{2\pi} \simeq 6,366 \cdot 10^6 \text{ m}$
- $m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{d^2}$
- $g = G \cdot \frac{M_T}{d^2}$
- $M_T = g \cdot \frac{d^2}{G}$
- $M_T = 9,81 \cdot \frac{(6,366 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} \simeq 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

## E La masse du Soleil

La force centripète  $F_C$  qui maintient la Terre sur son orbite autour du Soleil est la force de gravité  $F_G$ . Il faut donc évaluer ces deux forces comme on l'avait fait pour calculer la masse de la Terre.

- Données :

- La masse de la Terre  $m_T$
- La masse du Soleil  $M_S$
- la distance entre le Soleil et la Terre est approximativement :  $R \simeq 150\,000\,000 \text{ (km)} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ (m)}$
- La période de révolution de la Terre autour du Soleil = 1 an =  $365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s}$

- Inconnues :  $M_S$

- Formules :

- $F_G = G \cdot \frac{m_T \cdot M_S}{R^2}$
- $F_c = m_T \omega^2 R$
- $\omega = \frac{2\pi}{T}$  (la vitesse angulaire)

- Solution :

- $F_c = m_T R 4\pi^2 \frac{1}{T^2}$
- $F_c = F_G$
- $m_T R 4\pi^2 \frac{1}{T^2} = G \cdot \frac{m_T \cdot M_S}{R^2}$
- $R 4\pi^2 \frac{1}{T^2} = G \cdot \frac{M_S}{R^2}$
- $M_S = 4\pi^2 \frac{1}{G} \frac{R^3}{T^2}$

Remarquons ici que la masse du Soleil est inversement proportionnelle à la constante de Kepler ( $\frac{T^2}{R^3}$ )! (voir le point a) p. 253)

- $M_S = 4\pi^2 \frac{1}{G} \frac{1}{K_{\text{Kepler}}}$
- $M_S = 4 \cdot 9,87 \frac{1}{6,67 \cdot 10^{-11}} \frac{(1,5 \cdot 10^{11})^3}{(3,1536 \cdot 10^7)^2}$
- $M_S = 4 \cdot 9,87 \frac{1}{6,67 \cdot 10^{-11}} \frac{(1,5)^3 \cdot 10^{33}}{(3,1536)^2 \cdot 10^{14}}$
- $M_S = 4 \cdot 9,87 \frac{1}{6,67 \cdot 10^{-11}} \frac{(1,5)^3 \cdot 10^{33}}{(3,1536)^2 \cdot 10^{14}}$
- $M_S = 4 \cdot 9,87 \frac{1}{6,67 \cdot (3,1536)^2} \cdot (1,5)^3 \cdot 10^{+11} \cdot 10^{33} \cdot 10^{-14}$
- $M_S = 4 \cdot 9,87 \frac{1}{6,67 \cdot (3,1536)^2} \cdot (1,5)^3 \cdot 10^{+11} \cdot 10^{33} \cdot 10^{-14}$
- $M_S \simeq 3 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

### a) La constante de Kepler

C'est la masse de l'objet "dominant" qui détermine la constante de Kepler dans sa troisième loi. Des relations en " $T^2/R^3$ " existent dès qu'un objet est en orbite autour d'un autre. Ainsi, il est possible de déterminer la masse de Jupiter en connaissant la période et le rayon de révolution d'une de ses lunes. Une "troisième" loi de Kepler sera d'application mais avec une constante qui sera liée à la masse de Jupiter!

## F Autres calculs possibles

La même démarche que celle utilisée pour le Soleil peut être utilisée pour déterminer les masses des planètes possédant une lune, des étoiles doubles ou du trou noir au centre de notre galaxie.

### 3 Exercices

Pour réaliser les exercices suivants, considérez que :

- $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- $g_{\text{Terre}} = 9,81 \text{ m s}^{-2}$
- $R_{\text{Terre}} = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$
- $m_{\text{Terre}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
- $m_{\text{Lune}} = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$

1. A quelle distance sont situés deux corps sphériques de masses respectives de  $1,58 \times 10^3 \text{ kg}$  et  $3,211 \times 10^3 \text{ kg}$  sachant qu'ils s'attirent avec une force gravifique de  $3,3 \times 10^{-8} \text{ N}$ ?  
(Arrondir au cm.)
2. Quelles sont les masses respectives de deux corps sphériques s'attirant avec une force de  $1,52 \times 10^{-5} \text{ N}$  si la distance entre les centres des sphères est de  $0,8 \text{ km}$  et si la masse d'une des sphères vaut trois fois celle de l'autre?
3. Calculez la force d'attraction entre deux corps distants de  $1 \text{ km}$  si l'un a une masse de une tonne et l'autre de trois tonnes.
4. Calculez la masse de la planète Mars si son rayon vaut  $3400 \text{ km}$  et si  $g_{\text{Mars}} = 3,3 \text{ m s}^{-2}$ .
5. Calculez la valeur de  $g$  terrestre à  $630 \text{ km}$  d'altitude.
6. À quelle distance de la surface terrestre se trouve un corps dont la masse est de  $100 \text{ kg}$  et dont le poids vaut  $500 \text{ N}$ ?
7. Quel serait le poids d'un corps dont la masse est de  $100 \text{ kg}$  et se trouvant à la surface d'un astre dont le rayon vaut  $1000 \text{ km}$  et la masse  $10^{20} \text{ kg}$ ?
8. Soit deux sphères de  $10 \text{ tonnes}$  distantes de  $5 \text{ m}$ .
  - (a) Quelle est la force d'attraction entre ces sphères?
  - (b) Quelle est la force d'attraction exercée par la Terre sur une de ces sphères?

**Huitième partie**  
**Optique géométrique**



## Introduction

La lumière est un phénomène clé dans la physique moderne.

Longtemps deux points de vue se sont affrontés :

- Certains défendaient que la lumière était une onde ;
- d'autres affirmaient que la lumière était composée de corpuscules.

Nous savons maintenant que les photons sont des objets de la mécanique quantique : à la fois ondes et particules.

Néanmoins, selon le contexte, considérer la lumière comme constituée de "petits grains" se déplaçant comme des projectiles permet de calculer et de prévoir nombres de phénomènes.

Lorsqu'on ne s'intéresse qu'aux trajets suivis par la lumière, sans que les effets particuliers aux ondes (comme ceux de la diffraction) ne soient impliqués, on fait de l'optique géométrique.

C'est cette perspective que nous allons aborder ici.

Nous allons considérer ici la lumière comme des faisceaux de lumière se déplaçant en ligne droite.

Ceci nous permettra de parler d'ombres, de miroirs, des couleurs, des prismes ou encore des lentilles et de télescopes.

Lorsque nous parlerons d'ondes, nous ferons de l'optique ondulatoire.

## Remerciements

Je tiens tout particulièrement à remercier Vincent Guyot. Vincent est professeur en Suisse dans une classe préparatoire pour les grandes écoles. Il met ses cours en ligne et a été assez gentil pour mettre à ma disposition les sources de ses cours.

Certains paragraphes de ce cours d'optique sont issus de son travail. En retour, j'ai rédigé d'autres parties et ai réalisé certaines illustrations.

Vincent et moi-même sommes partisans des logiciels libres.



# Chapitre 31

## L'oeil

### Sommaire

---

1	Anatomie de l'œil . . . . .	<b>260</b>
	A     Cornée . . . . .	260
	B     Iris et pupille . . . . .	260
	C     Cristallin . . . . .	260
	D     Liquides . . . . .	261
	E     Rétine . . . . .	261
	F     Nerf optique . . . . .	263
	G     Cerveau . . . . .	263
2	Illusions . . . . .	<b>263</b>
	A     Renforcement des contrastes . . . . .	263
	B     Le cerveau . . . . .	264

---

## Introduction

Nous percevons la lumière et les phénomènes lumineux essentiellement avec nos yeux.

Connaître la structure de l'œil et son fonctionnement va nous permettre de comprendre nos perceptions et notamment ce qu'on appelle les "illusions d'optique".

Nous ne parlerons ici que de l'œil humain. Même chez les mammifères, la structure peut différer : observez l'œil d'un chat!

## 1 Anatomie de l'œil

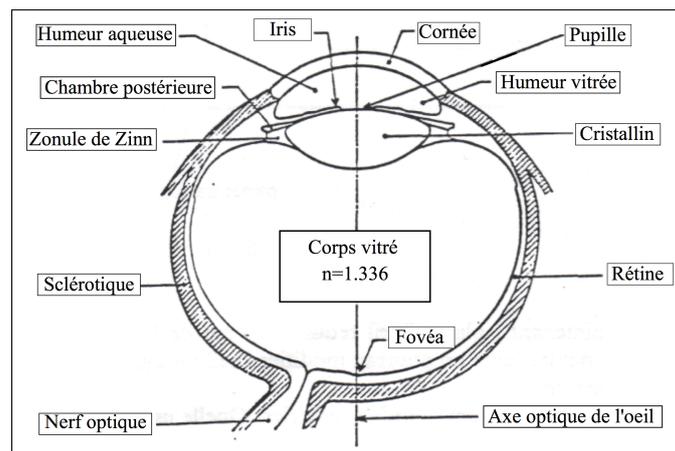


FIGURE 31.1 – Schéma de l'œil.

### A Cornée

La cornée est la zone transparente entre l'intérieur de l'œil et l'extérieur. Elle a une grande importance dans la déviation des rayons lumineux, mais sa courbure ne peut être modifiée que chirurgicalement.

La cataracte est une maladie de la cornée. La cornée cesse d'être transparente pour devenir translucide.

### B Iris et pupille

L'iris contrôle la "quantité" de lumière qui va entrer dans l'œil via la pupille. Il s'agit d'un organe opaque doté d'une ouverture centrale. Cette ouverture varie selon la quantité de lumière.

Des muscles, via des mouvements réflexes, vont faire s'ouvrir l'iris s'il y a peu de lumière. Au contraire, l'iris se refermera s'il y a beaucoup de lumière.

### C Cristallin

Le cristallin est une petite lentille dont la forme est contrôlée, elle aussi, par des mouvements réflexes de muscles. Sa fonction est d'ajuster la vision entre la vision d'objets proches ou lointains.

**ATTENTION :** Dans de très nombreux schémas d'optique, le cristallin est montré comme l'unique responsable de la focalisation de la lumière dans l'œil. Ceci est faux. la focalisation se fait grâce au liquide présent dans l'œil dans le corps vitré ainsi que dans la cornée. Le cristallin apporte la faculté de modifier cette focalisation pour l'ajuster "finement".

## D Liquides

Le liquide du corps vitré est un des responsables du rôle de lentille dans l'œil. Son indice de réfraction est  $n = 1.336$ .

## E Rétine

La rétine est le fond de l'œil.

### a) Fovéa

Presque au centre de la rétine, un léger creux est appelé la fovéa. La fovéa est dans l'axe optique de l'œil.

### b) Photorécepteurs

Les photorécepteurs sont des cellules spécialisées. Un photon interagissant avec des molécules photosensibles spécifiques à ces cellules va déclencher une impulsion nerveuse dans les neurones se trouvant derrière les récepteurs. Il y a deux types de récepteurs.

#### (i) Cônes

Les cônes sont les récepteurs sensibles aux couleurs.

Chez l'humain, leur nombre varie entre 3 et 4 millions. Approximativement, ils ne constituent que 5 % des photorécepteurs de l'œil humain.

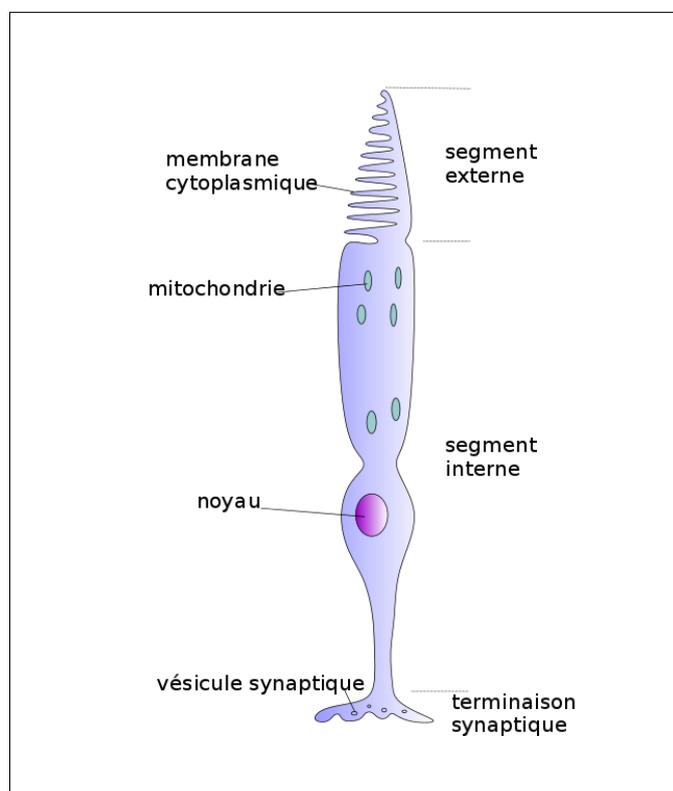


FIGURE 31.2 – Un cône.

Ils sont situés dans la fovéa. Le centre de la fovéa, la fovéola, qui fait 0,6 mm de diamètre, ne contient que des cônes. À ce niveau, chaque cône est essentiellement connecté à un seul neurone.

La densité en cônes décroît rapidement dès qu'on s'écarte de cette zone. L'acuité visuelle diminue de même. De ce fait, pour avoir une vision précise sur une surface la plus large possible, notre œil est en permanence en mouvement pour couvrir toute cette surface.

Il y a trois types de cônes. Bien que nous percevions énormément de nuances de couleurs, notre perception des couleurs se fait au travers de trois types de cônes qui sont sensibles à trois couleurs de base : rouge, vert et bleu. En fait chaque type perçoit une couleur principale et est plus ou moins sensible aux autres couleurs.

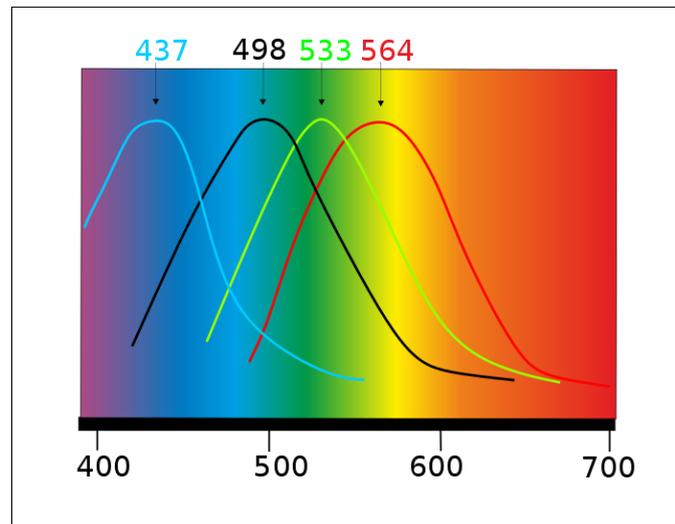


FIGURE 31.3 – Absorption des couleurs selon le type de récepteur. (échelle de longueur d'onde en nm)

Les cônes sensibles au bleu sont les moins nombreux :  $\approx 5\%$ . Viennent ensuite les cônes verts puis les rouges.

On estime actuellement que chez 10 % des hommes et 50 % des femmes, il existe un quatrième type de cône sensible à l'orange.

Chez les daltoniens, au moins un des types de cônes est absent ou déficient.

### (ii) Bâtonnets

Les bâtonnets sont des photorécepteurs qui sont sensibles à toutes les couleurs sans distinction. Leur sensibilité aux différentes couleurs correspond à la courbe noire de la figure 31.3 (page 262).

Les bâtonnets se répartissent sur la rétine. Ils sont les plus nombreux en périphérie de celle-ci et leur nombre va en décroissant vers le centre jusqu'à être nul sur la fovéa.

Ils permettent une vision en nuances de gris mais aussi d'avoir une vision nocturne. Les bâtonnets sont approximativement 100 fois plus sensibles à un photon individuel que les cônes. Après une période suffisamment longue ( $\approx 50$  minutes) dans une obscurité presque absolue, un œil est capable de percevoir, en vision périphérique, des photons individuels. Ceci correspond à la lumière d'un bougie distante de 15 km.

Ce sont aussi ces photorécepteurs qui permettent la détection de mouvement.

### (iii) Désensibilisation

Les molécules photosensibles basculent d'une forme à une autre selon la présence ou l'absence d'énergie lumineuse. La transition d'un état à l'autre obéit aux principes des cinétiques chimiques.

Différents mécanismes font que les photorécepteurs deviennent moins sensibles à la lumière si l'intensité de la lumière devient plus importante.

Globalement, le retour d'un état activé vers un état sensible suit la courbe d'une exponentielle décroissante en le temps.

### c) Le point aveugle

Le point aveugle est une zone de la rétine qui est démunie de récepteurs car elle donne naissance au nerf optique. Cette zone est aveugle. Elle est fortement irriguée.

## F Nerf optique

Des neurones sont connectés aux cônes et aux bâtonnets. Ces neurones et leurs synapses forment le nerf optique qui part de l'œil pour amener l'information visuelle vers le cerveau. Certains traitements du signal sont déjà réalisés au niveau de ces neurones.

## G Cerveau

Le cerveau ne fait pas partie de l'œil mais nous croyons voir certaines choses alors que c'est notre cerveau qui reconstruit de l'information.

## 2 Illusions

À chaque étape du processus de la vision, des traitements sont réalisés qui transforment ce qui est "vraiment" vu. En exagérant un peu, si notre œil était capable de "vraiment" voir ce que nous voyons, notre œil devrait avoir la taille d'un ballon de volley-ball et notre tête devrait avoir la taille d'une citrouille pour traiter l'information correspondante.

L'évolution a fait qu'une série de compromis efficaces soient réalisés tout au long de la chaîne de la vision.

Ces compromis expliquent les illusions d'optique.

*Remarque 11.* Il est intéressant de savoir que les mêmes types de traitement de l'information sont réalisés dans les appareils photos numériques et dans les formats d'images comme le "jpeg".

Les mêmes illusions que celles décrites ici apparaissent donc dans les photos numériques.

## A Renforcement des contrastes

Plusieurs mécanismes de renforcement des contrastes ont lieu aux niveau des photorécepteurs et du nerf optique.

### a) Niveaux de gris

Naturellement, nos yeux renforcent les contrastes existant entre différents niveaux de gris.

Ceci explique des illusions où deux surfaces de même niveau de gris sont perçues, l'une comme claire, l'autre comme foncée.

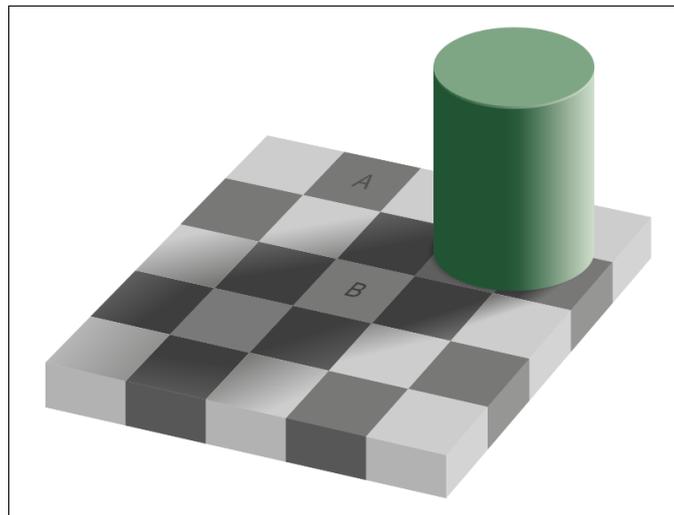


FIGURE 31.4 – Les deux carrés "A" et "B" sont identiques mais non perçus comme tels.

### b) **Contraste de couleurs**

Les temps de relaxation des molécules photosensibles expliquent certaines illusions de couleur.

Si, devant un écran blanc, nous fixons une feuille A4 colorée et fortement éclairée, lorsque la feuille est retirée, nous allons voir apparaître un rectangle dont la couleur sera la complémentaire de la feuille.

## **B Le cerveau**

Comme annoncé au point [G](#) (p. 263), notre cerveau essaye de prévoir ce qu'une image va être. En effet, il faut approximativement un dixième de seconde pour que l'image formée au niveau de la rétine arrive à notre cerveau.

Mais le cerveau ne va pas toujours "deviner" correctement.

# Chapitre 32

## Faisceaux de lumière

### Sommaire

---

1	Historique . . . . .	266
2	Faisceaux de lumière . . . . .	266
3	Les faisceaux de lumière ne sont pas lumineux . . . . .	266
4	Trajets des faisceaux de lumière . . . . .	266
5	Exercices . . . . .	266

---

## Introduction

L'optique géométrique est la partie de l'optique qui fut historiquement la première à être développée. En effet, la notion de rayon y est centrale. Et celle-ci est, en raison de son caractère géométrique, facilement compréhensible. Par contre, l'optique ondulatoire est elle mal aisée à comprendre par le simple fait qu'elle explique difficilement cette même notion de rayon. C'est la raison pour laquelle nous aborderons l'optique géométrique en premier.

### 1 Historique

La notion de rayon a une longue histoire qui ne concerne pas le propos de ce cours. Cependant, il faut dire que celle-ci fut principalement développée au cours du Moyen-Âge arabe par Ibn-al-Haytam, autrement nommé Alhazen. Il fut le premier à discerner le caractère physique (la lumière physique elle-même) et le caractère géométrique de la notion de rayon. C'est à partir de cette distinction que l'optique géométrique va pouvoir se construire. C'est, par exemple, grâce à celle-ci que l'explication de la formation des images par les miroirs fut découverte.

### 2 Faisceaux de lumière

Plutôt que d'utiliser le mot "rayon" de lumière, nous allons utiliser le mot "faisceau" de lumière.

### 3 Les faisceaux de lumière ne sont pas lumineux

Au risque de décevoir les fans de sabres-laser, nous devons annoncer que la lumière n'est pas visible en soi.

Si nous voyons un "faisceau de rayons de lumière", c'est parce que celui-ci intercepte des particules (poussières, humidité ...) qui dévient la lumière vers nos yeux.

### 4 Trajets des faisceaux de lumière

L'alignement des faisceaux peut être assimilé à des "lignes" : d'où le vocable usuel de "rayons".

### 5 Exercices

1. Quelle est la longueur de l'ombre d'un bâton de 1,2 m, planté perpendiculairement au sol, lorsque les rayons du soleil font un angle de  $30^\circ$  avec l'horizontale ?

# Chapitre 33

## Couleurs

### Sommaire

---

1	Lumière blanche et couleurs . . . . .	<b>268</b>
	A    Couleur = longueur d'onde . . . . .	268
2	Addition et soustraction de couleurs . . . . .	<b>269</b>
	A    Addition de couleurs . . . . .	269
	B    Soustraction de couleurs . . . . .	271

---

## Introduction

Nous percevons le monde en couleurs. Mais qu'est-ce que la couleur? Et que percevons nous vraiment?

### 1 Lumière blanche et couleurs

La lumière d'une lampe ou du Soleil est perçue comme "blanche". Si un faisceau de cette lumière frappe la face d'un prisme, le faisceau sera "décomposé" en un arc-en-ciel. Nous savons que la lumière blanche est le résultat d'un "mélange" de couleurs.

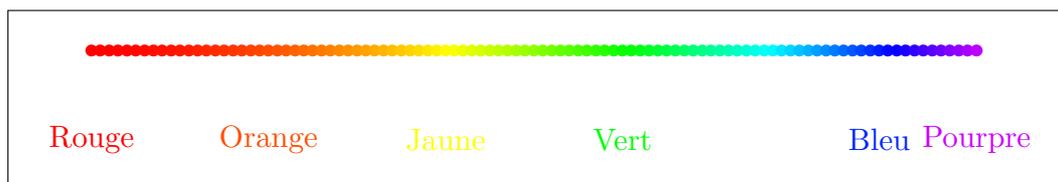


FIGURE 33.1 – Du rouge au pourpre.

Historiquement, Newton a jugé qu'il y avait sept couleurs de base : le rouge, l'orange, le jaune, le vert, le ciel, l'indigo et le violet. Il a disposé ces couleurs sur un disque.

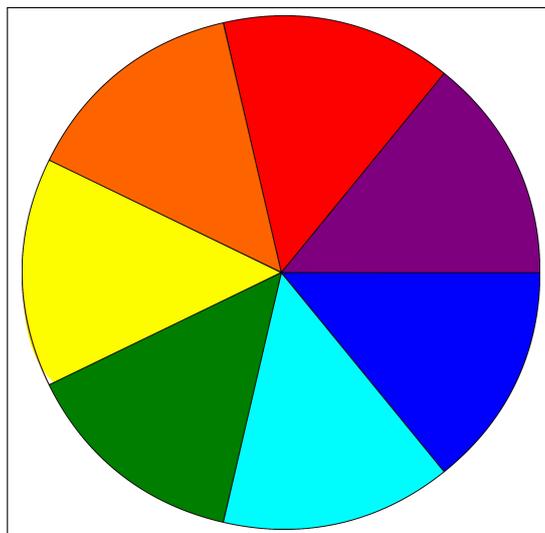


FIGURE 33.2 – Le disque de Newton.

En faisant tourner rapidement ce disque, il semble devenir blanc-gris. Newton a utilisé ce fait pour démontrer que notre perception de la lumière blanche est le résultat d'un mélange de couleurs.

#### A Couleur = longueur d'onde

Nous avons vu que notre œil dispose de trois (ou quatre) types de cônes différemment sensibles aux couleurs.

Une couleur correspond à l'énergie des photons individuels de la lumière qui la compose.

L'onde lumineuse vibre à une fréquence correspondant à l'énergie des photons. L'onde a aussi une longueur d'onde unique.

Ces trois propriétés (énergie, fréquence, longueur d'onde) peuvent être substituées l'une à l'autre selon le contexte et fixent trois échelles équivalentes<sup>1</sup>. À chaque point de cette échelle correspond une couleur.

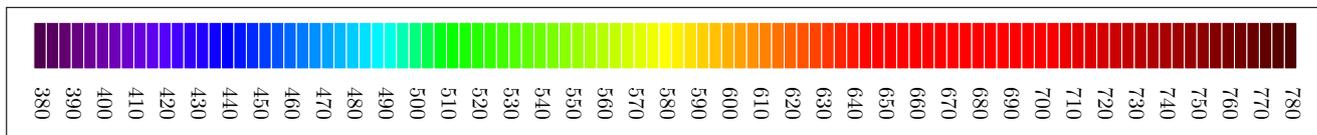


FIGURE 33.3 – Une échelle de couleurs : la longueur d'onde est indiquée en nm sous la couleur correspondante.

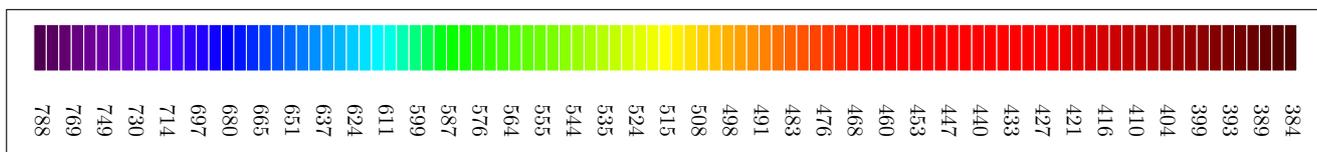


FIGURE 33.4 – Une échelle de couleurs : la fréquence approximative est indiquée en THz sous la couleur correspondante.

Comme la partie de notre œil qui perçoit les couleurs est composée de trois types de cônes, nous allons percevoir comme ayant une seule couleur une lumière constituée d'un mélange de couleurs. C'est notre cerveau qui fait la synthèse des perceptions sur les trois types de cônes pour nous faire percevoir une couleur.

### a) Espace de couleurs

La correspondance entre le mélange de couleurs et la couleur perçue donne lieu à différentes analyses de la couleur.

Les spécialistes de la couleur (Technicien TV ou cinéma, physiciens, ingénieurs en optique, ...) parlent d' "*espaces de couleurs*" pour analyser les mélanges de couleurs et leurs perceptions.

## 2 Addition et soustraction de couleurs

L'analyse de la couleur par addition et soustraction de couleurs est liée à l'utilisation des appareils photos, des écrans ou encore des imprimantes.

L'addition et la soustraction de couleurs définissent ainsi deux normes dans les technologies de l'image : "RGB" et "YMC"

Dans les deux cas, on considère qu'il y a trois couleurs de base et trois couleurs secondaires.

### A Addition de couleurs

Commençons par l'addition de couleurs.

Si on projette de la lumière depuis des spots colorés, on obtient des mélanges de couleurs.

Les couleurs s'additionnent.

1. Presque équivalentes : les spectroscopistes préfèrent l'échelle de longueur d'onde ; les physiciens des particules vont préférer l'énergie ou la fréquence.

**a) RGB**

Une des normes graphiques pour les couleurs est la norme "RGB" pour "Red, Green, Blue". Dans ce cas, les trois couleurs de base sont le rouge, le vert et le bleu.

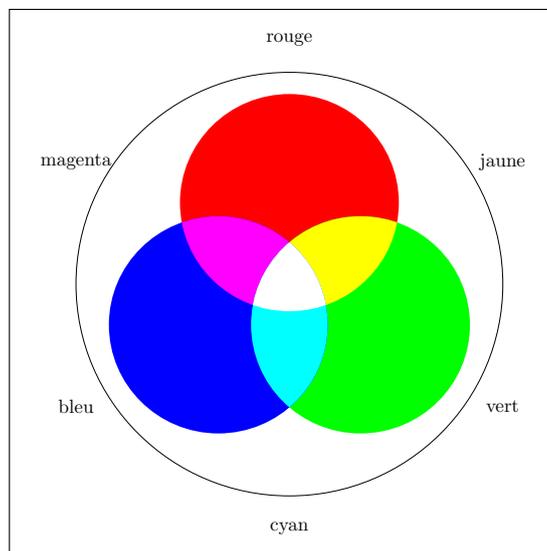


FIGURE 33.5 – Trois couleurs de base : rouge, vert et bleu.

Si ces trois couleurs sont mélangées en proportions égales on obtient du blanc. Deux à deux, elles permettent d'obtenir du cyan, du jaune et du magenta.

Le mélange de ces trois couleurs en proportions diverses permet d'obtenir toutes les couleurs possibles.

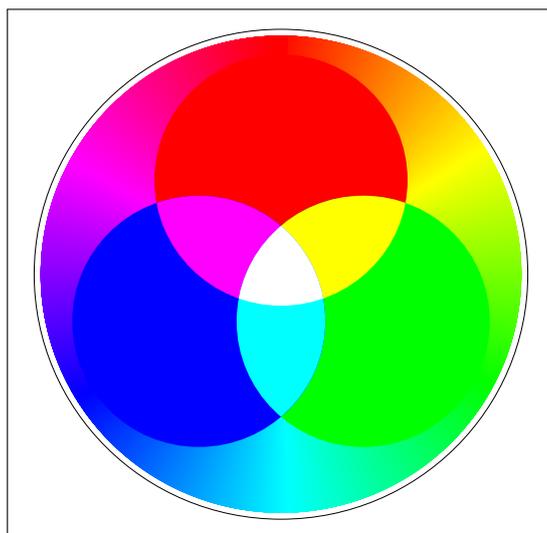


FIGURE 33.6 – Mélange des couleurs de base dans le modèle RGB.

On trace souvent un triangle comme palette de couleurs. À la position dans le triangle correspond la proportion des couleurs de base.

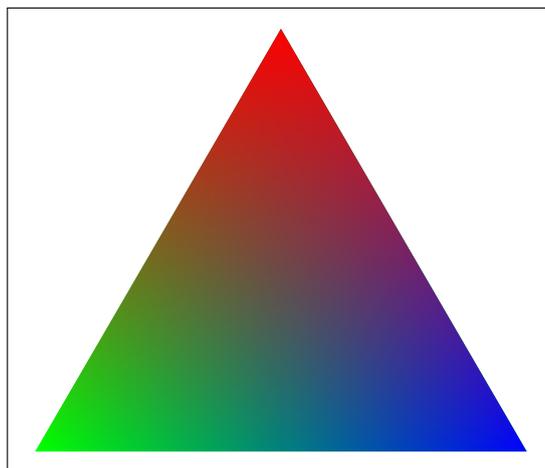


FIGURE 33.7 – Triangle comme palette dans le modèle RGB.

### b) Couleurs complémentaires

Sur base du modèle RGB, on définit le concept de couleurs complémentaires. Deux couleurs sont complémentaires si leur mélange en proportions égales donne du blanc.

Par exemple sur la figure 33.5 p. 270, le mélange du bleu et du jaune, celui du vert et du magenta et finalement celui du rouge et du cyan.

## B Soustraction de couleurs

Ces modèles de couleurs sont utilisés dans l'imprimerie. Ici les couleurs sont réfléchies.

Imaginez éclairer une surface avec une lumière blanche. Si vous peignez cette surface, la peinture absorbe des couleurs.

Donc, un pigment qui absorbe du bleu va refléter une lumière complémentaire au bleu c'est-à-dire du jaune.

Un pigment qui reflète du magenta absorbe donc son complémentaire : le vert.

Si on mélange un pigment qui reflète du magenta et un autre qui reflète du jaune, les couleurs complémentaires, le bleu et le vert, seront donc absorbées et seul le rouge sera reflété.

### a) KYMC

L' "espace de couleurs" YMC pour "yellow", "magenta", "cyan" est le plus utilisé. Nous venons de décrire l'essentiel de son principe au point précédent.

Les couleurs de base sont donc le jaune, le magenta et le cyan.

La lettre "K" signifie "key" et correspond à un pigment noir qui va absorber toutes les couleurs.

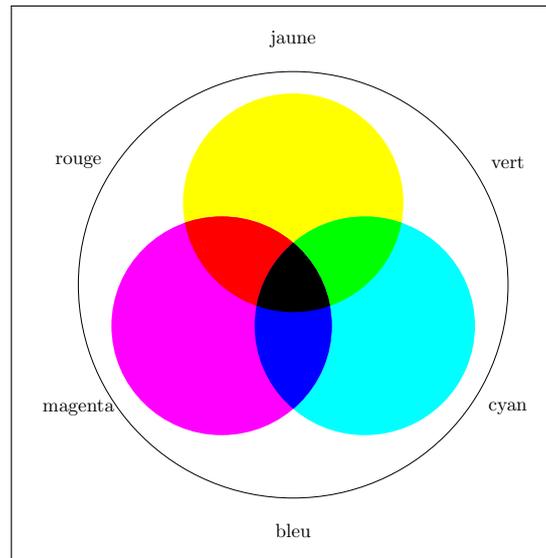


FIGURE 33.8 – Trois couleurs de base de KYMC : Jaune, magenta et cyan.

Ici aussi, les proportions des mélanges permettent d'obtenir toutes les couleurs.

# Chapitre 34

## Images

### Sommaire

---

1	Image = intersections de faisceaux . . . . .	274
2	Deux types d'images . . . . .	274
	A          Image réelle . . . . .	274
	B          Image virtuelle . . . . .	274
3	Conclusion . . . . .	275

---

## Introduction

Nous allons ici aborder la notion d'image en optique géométrique.

### 1 Image = intersections de faisceaux

Un dispositif optique a souvent pour but de former des images. C'est en tous cas le résultat de la modification de trajet que le dispositif impose aux faisceaux de lumière.

Dans le paradigme des faisceaux de lumière, une image se constituera lorsque des faisceaux se croiseront.

Nous détaillerons cette idée lors de l'étude de cas plus concrets, à savoir lors de l'étude des miroirs et des lentilles minces.

### 2 Deux types d'images

On considère habituellement qu'il y a deux types d'images :

- les images réelles,
- les images virtuelles.

Si le dispositif est du type "lentille", on peut résumer la situation comme dans la figure 34.1.

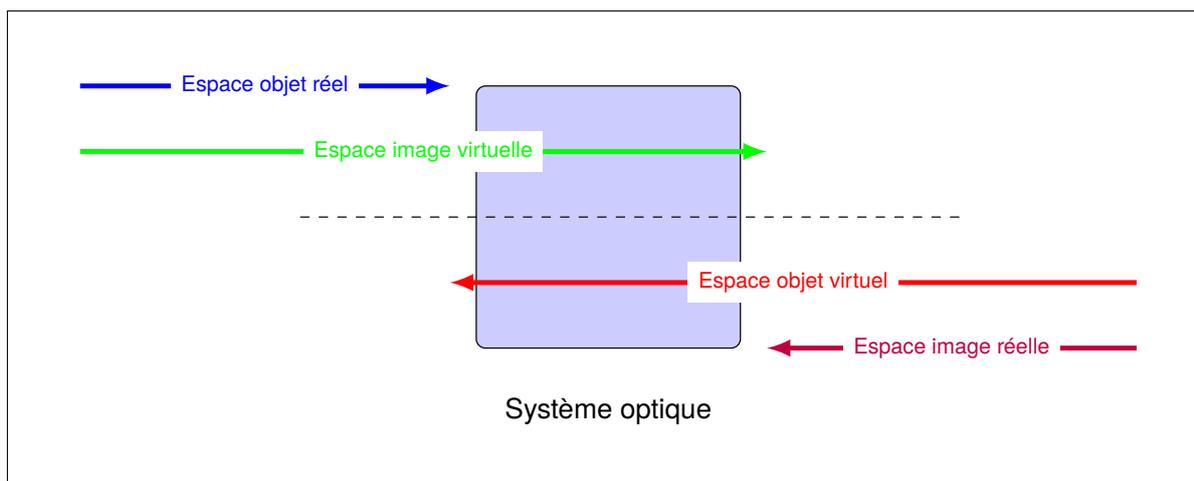


FIGURE 34.1 – Images réelle et virtuelle par rapport à un système optique.

#### A Image réelle

Une image réelle est une image que l'on peut projeter sur un écran.

Elle va se former "après" le système optique sur le trajet des faisceaux de lumière dans une zone où l'observateur a en principe physiquement accès.

L'image réelle va résulter de l'intersection "physique" de faisceaux "physiques".

#### B Image virtuelle

Une image virtuelle est une image que l'on ne sait *pas* projeter sur un écran. Elle va se former "en avant" sur le trajet des faisceaux de lumière dans une zone où l'observateur n'a pas nécessairement physiquement accès.

L'image virtuelle va résulter de l'intersection "géométrique" de la prolongation de faisceaux. Nous parlerons de faisceaux "géométriques" ou virtuels.

### **3 Conclusion**

C'est dans l'étude de cas concrets que ces concepts vont s'éclaircir, ainsi, dans l'étude des images formées via les miroirs plans.



# Chapitre 35

## Miroirs

### Sommaire

---

1	La réflexion . . . . .	<b>278</b>
2	Miroirs plans . . . . .	<b>278</b>
	A    Loi des miroirs plans . . . . .	278
	B    Images dans un miroir . . . . .	279
	C    Inversion gauche-droite . . . . .	280
	D    Systèmes optiques utilisant la loi des miroirs. . . . .	282
3	Miroirs courbes . . . . .	<b>282</b>
	A    Miroirs concaves . . . . .	282
	B    Miroirs convexes . . . . .	286
4	Exercices . . . . .	<b>286</b>
	A    Miroirs plans . . . . .	286
	B    Miroirs sphériques . . . . .	287

---

## Introduction

Le phénomène de la réflexion du faisceau de lumière sur une surface est à l'origine de l'utilisation des miroirs.

Après avoir abordé rapidement deux types de réflexion, nous étudierons les différents miroirs.

La loi de la réflexion pour le miroir plan nous permettra de comprendre les principes applicables aux miroirs courbes.

En étudiant les miroirs concaves, nous passerons du miroir sphérique aux miroirs paraboliques.

Finalement, nous discuterons les miroirs convexes.

Nous aborderons dans tous ces cas la formation d'images.

## 1 La réflexion

Le phénomène de réflexion traduit le renvoi de la lumière par un miroir. Évidemment, ce renvoi existe aussi sur d'autres surfaces que celles des miroirs. Sur celles-ci, la réflexion existe aussi et la loi de la réflexion est valable, mais en première approximation on peut les dire assez chaotiques pour que l'ensemble des faisceaux réfléchis ne le soient pas dans une direction privilégiée, contrairement au cas de la surface d'un miroir. C'est pourquoi, la loi de la réflexion s'exprime surtout dans le cas de surfaces dites réfléchissantes, comme celles des miroirs.

Dans le cas des miroirs, on parle de réflexion *spéculaire*, autrement de réflexion *diffuse*. Dans ce dernier cas, habituellement, on dit que la surface est non réfléchissante.

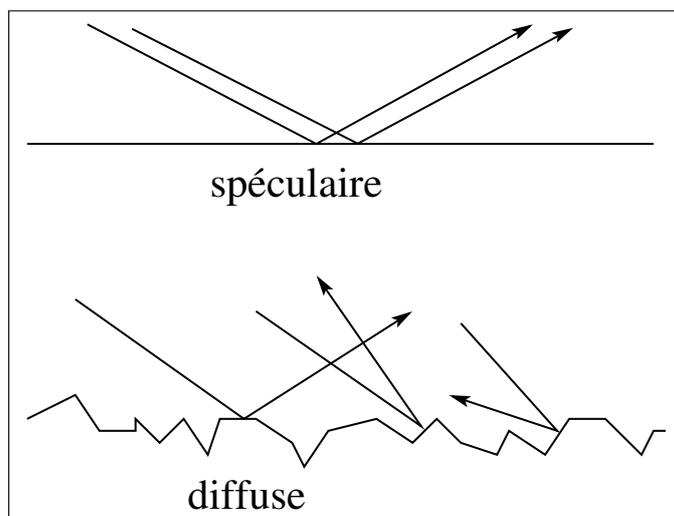


FIGURE 35.1 – Réflexion spéculaire et réflexion diffuse.

## 2 Miroirs plans

### A Loi des miroirs plans

La loi de la réflexion fut exprimée par Ibn-al-Haytam (965-1039) dans son “Discours de la lumière” :

« Le mouvement incident est composé du mouvement dans la direction de la normale à l'intérieur de l'obstacle et du mouvement dans la direction de la normale à la première qui est elle-même prolongée dans le plan où se trouve le mouvement incident. »

Le faisceau incident a deux mouvements : l'un perpendiculairement à la surface réfléchissante et l'autre parallèlement. Ce dernier est simplement prolongé, alors que le premier s'inverse.

La loi des miroirs plans peut aussi être formulée sous forme mathématique :

**Loi 17** (Loi des miroirs plans). *Le faisceau incident, le faisceau réfléchi et la normale au miroir au point de contact des deux faisceaux avec le miroir sont tous trois dans le même plan.*

*Soit  $\alpha$  l'angle entre le faisceau incident et la normale à la surface et soit  $\beta$  celui entre le faisceau réfléchi (voir figure 35.2 p. 279) et cette même normale, alors*

$$\alpha = \beta \quad (35.1)$$

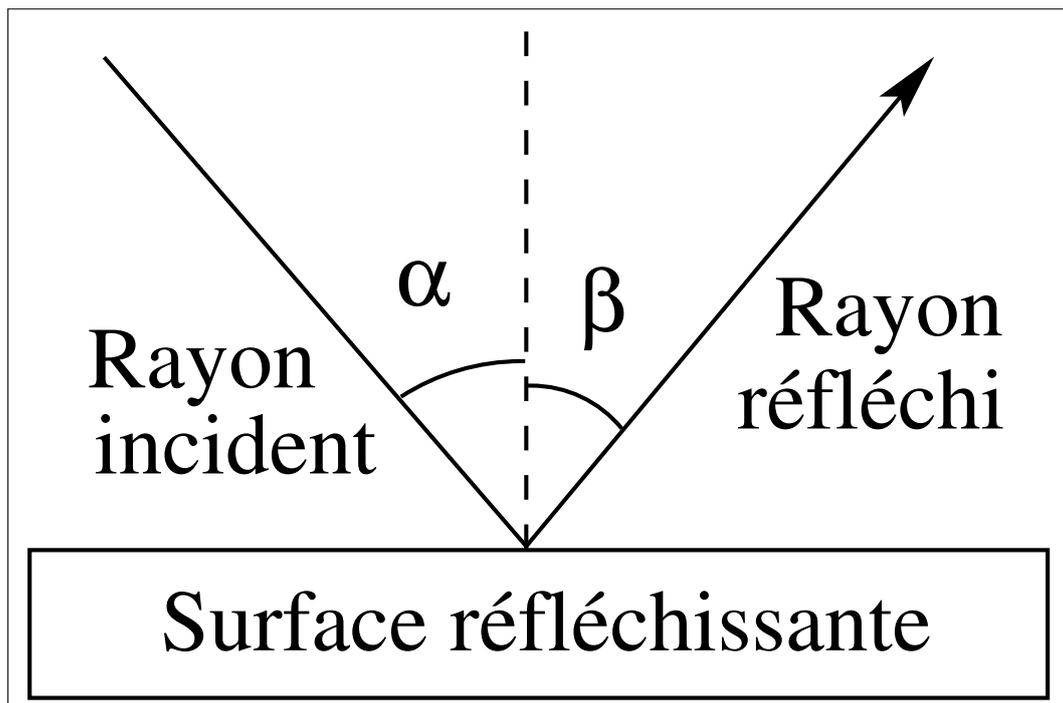
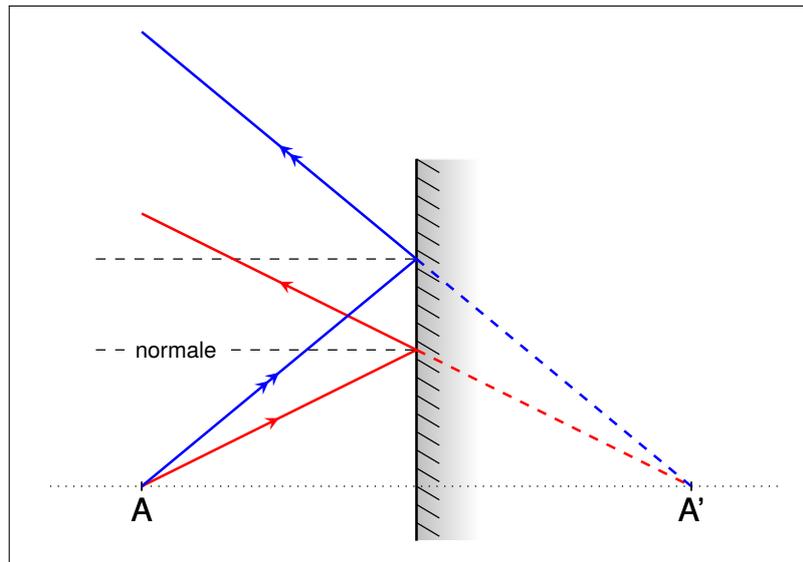


FIGURE 35.2 – loi de la réflexion sur un miroir plan.

## B Images dans un miroir

Le problème du miroir plat est celui de la compréhension de la formation de l'image. Celle-ci repose sur la distinction faite par Alhazen précédemment mentionnée entre faisceau physique et faisceau géométrique. Avec un tel miroir on peut utiliser la loi de la réflexion. L'objet émet une multitude de faisceaux lumineux dans toutes les directions, notamment en direction du miroir. Parmi ces faisceaux, seuls certains parviennent à l'œil qui regarde le miroir. La situation est celle présentée sur la figure 35.3 p. 280.

Alors que le faisceau physique qui vient de l'objet est cassé par la réflexion sur le miroir, le faisceau géométrique, qui sous-tend la partie du faisceau physique qui parvient à l'œil, se prolonge quant à lui au-delà du miroir selon une ligne droite. Chaque faisceau physique parvenant à l'œil peut ainsi être prolongé en un faisceau virtuel dont la composition géométrique restitue une image de l'objet qui semble située à l'arrière du miroir, comme on le voit sur la figure 35.3 p. 280. Elle constitue ce qu'on appelle une image virtuelle, c'est-à-dire une image qui n'est constituée d'aucun faisceau physique.

FIGURE 35.3 – L'objet  $A'$  est une image virtuelle de l'objet réel  $A$ .

### C Inversion gauche-droite

On dit souvent que dans un miroir les côtés gauche et droit des images sont inversés par rapport aux objets de départ. La question qui vient alors est "Pourquoi n'y a-t-il pas d'inversion entre haut et bas?"

En fait, la question est mal posée! L'inversion qui a lieu est une inversion *avant-arrière*.

#### a) Un peu de géométrie

Il faut reprendre la loi de réflexion des miroirs plans et faire un peu de géométrie pour comprendre le point précédent.

Traisons le faisceau de lumière comme un vecteur et considérons son mouvement dans un plan "OXY" à deux dimensions.

Le point où le faisceau "rencontre" le miroir est l'origine "O".

La perpendiculaire au miroir en "O" est l'axe "OY".

Le vecteur "faisceau incident" a pour composantes :

$$\begin{pmatrix} R_x \\ R_y \end{pmatrix} \quad (35.2)$$

Après la réflexion, le vecteur "faisceau réfléchi" aura pour composantes :

$$\begin{pmatrix} R_x \\ -R_y \end{pmatrix} \quad (35.3)$$

Si le mouvement était dans l'espace à trois dimensions et que le plan "OXZ" était le plan du miroir, nous aurions :

Pour le vecteur "faisceau incident" :

$$\begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix} \quad (35.4)$$

Pour le vecteur "faisceau réfléchi" :

$$\begin{pmatrix} R_x \\ -R_Y \\ R_Z \end{pmatrix} \quad (35.5)$$

C'est uniquement la notion de "profondeur" qui s'est inversée pas la "gauche-droite", ni le "haut-bas".

### (i) Catadioptr

Les catadioptr des vélos (et des voitures) sont constitués de blocs de trois miroirs perpendiculaires entre eux.

Si on ne considère qu'un seul de ces blocs et que les intersections des miroirs constituent le repère "OXYZ", il est immédiat que le faisceau "sortant" du catadioptr aura pour composantes :

$$\begin{pmatrix} -R_x \\ -R_Y \\ -R_Z \end{pmatrix} \quad (35.6)$$

Le faisceau réfléchi par les trois miroirs va repartir exactement dans la même direction que le faisceau incident originel mais en sens *exactement inverse*.

La fonction des catadioptr est de renvoyer la lumière des phares d'une voiture vers le conducteur de celle-ci.

Des catadioptr ont été laissés à la surface de la Lune par les missions Apollo 11, 14 et 15. Des lasers sont régulièrement braqués vers ces catadioptr. Le temps mesuré pour que la lumière de ces lasers fasse un aller-retour sert à mesurer avec précision la distance Terre-Lune. Les miroirs de ces catadioptr ne sont pas exactement perpendiculaires les uns aux autres. Si les miroirs avaient été perpendiculaires, la lumière serait revenue à son point de départ mais la Terre se serait déplacée. On a tenu compte des mouvements relatifs de la Terre et de la Lune, ainsi que du temps de trajet de la lumière.

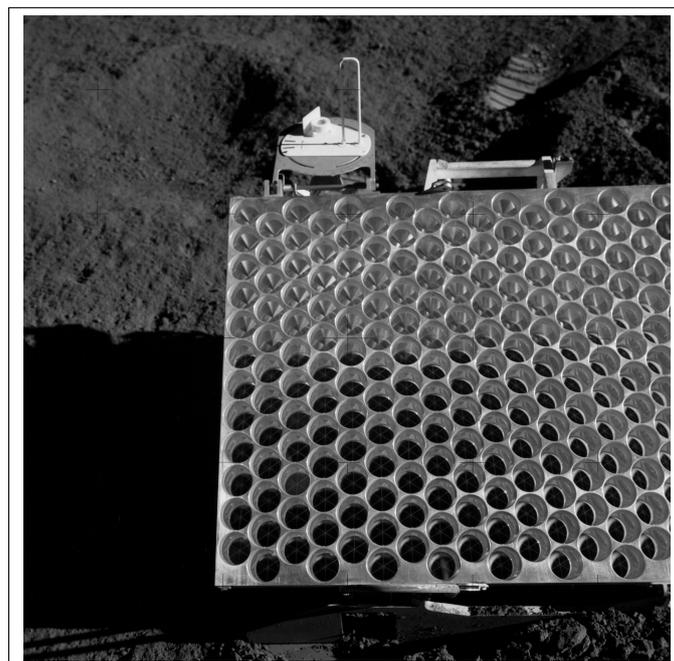


FIGURE 35.4 – Les catadioptr de la mission Apollo 15.

## D Systèmes optiques utilisant la loi des miroirs.

Des systèmes existent qui permettent, par exemple, de mesurer une distance et qui vont utiliser la loi des miroirs.

Ainsi, on utilise un système comprenant un miroir semi-transparent fixe  $m_1$  et un miroir normal  $m_2$  monté sur un axe. Au départ, les deux miroirs sont parallèles et à  $45^\circ$  du trajet du faisceau.

Si on vise à l'infini, deux faisceaux " $I_1$ " et " $I_2$ " de lumière venant de l'infini vont traverser le miroir semi-transparent pour le faisceau " $I_1$ " et, pour le faisceau " $I_2$ " se réfléchir d'abord sur le miroir  $m_2$  puis sur le miroir  $m_1$ . Les deux faisceaux résultants vont se confondre et l'observateur ne verra qu'une image.

Si l'objet visé n'est *pas* à l'infini et que les deux miroirs sont parallèles alors l'observateur verra deux images.

La rotation du miroir mobile a faire apparaître un angle  $\beta$  entre les plans des deux miroirs.

Si  $d$  est la distance entre les deux miroirs, on peut calculer la distance  $D$  entre l'observateur et la cible.

$$D = d \cdot \cotan(2\beta) \quad (35.7)$$

## 3 Miroirs courbes

Nous allons considérer des miroirs courbes résultant d'une symétrie de rotation autour d'un axe. Cet axe sera appelé l'axe optique.

Chaque point du miroir peut être considéré comme un minuscule miroir plan. La loi des miroirs plans pourra donc y être appliquée. Mais la normale va changer dès que l'on considère un autre point.

### A Miroirs concaves

Naturellement, depuis fort longtemps, l'idée de concentrer les faisceaux lumineux pour augmenter leur "pouvoir" est venue aux hommes. Le modèle géométrique de la réflexion a tout d'abord permis de comprendre qu'il fallait courber la surface réfléchissante.

#### a) Miroirs sphériques

Comme la courbe qui vient le plus simplement à l'esprit est le cercle, les premiers miroirs concentrateurs ont été sphériques. Cependant de tels miroirs ne concentrent pas parfaitement la lumière.

En effet, la convergence des faisceaux sur un miroir sphérique n'est que partielle : les faisceaux parallèles à l'axe optique parvenant aux bords du miroir sont réfléchis sur l'axe optique plus près du miroir que ceux parvenant plus au centre du miroir (voir figure 35.5). Il n'y a donc pas de point que l'on peut considérer comme un foyer.

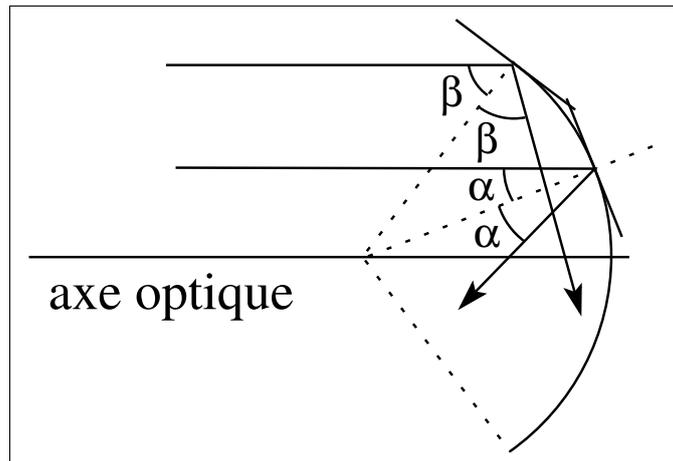


FIGURE 35.5 – Aberration dans un miroir sphérique : il n’y a pas de foyer.

### b) Miroirs paraboliques

Rapidement une autre courbe fut mise en évidence : la parabole.

Avec un miroir parabolique, les bords du miroir étant plus aplatis (voir figure 35.6) que pour un miroir sphérique, ils permettent aux faisceaux parallèles à l’axe optique qui frappent ces miroirs de converger vers un même point que ceux du centre. Ce point est désigné par le terme de foyer du miroir. Ainsi, un miroir parabolique possède un foyer, au contraire d’un miroir sphérique.

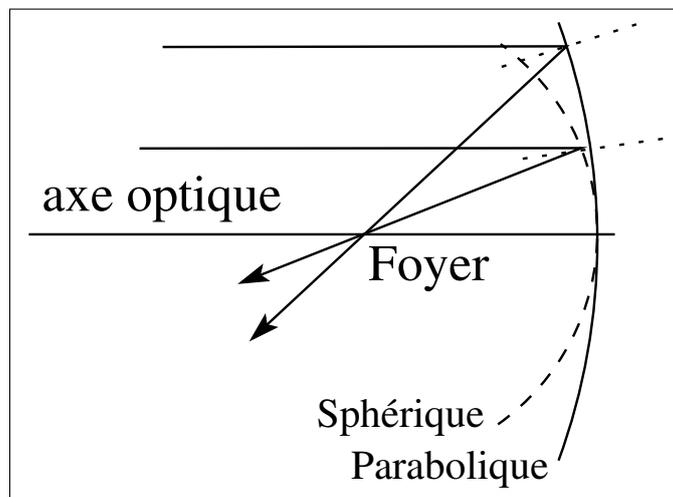


FIGURE 35.6 – Le miroir parabolique a un foyer.

#### (i) Applications

Il existe beaucoup d’applications aux miroirs paraboliques. Elles seront abordées plus loin. Citons rapidement :

- le four solaire,
- les phares de voiture,
- la lampe de poche,
- l’antenne "satellite",
- les miroirs de télescopes.

### c) Miroirs peu profonds

Remarquons que les miroirs paraboliques ne sont pas faciles à construire. Mais, en bonne approximation, le centre d'un miroir sphérique est parabolique. Il s'agit donc de construire des miroirs très plats. Le centre et le foyer du miroir seront donc relativement loin de sa surface.

### d) Images dans un miroir concave

Dans cette approximation, nous désignerons par "C" le centre de la sphère. Le foyer "f" se trouvera alors à mi-chemin entre le centre "C" et la surface du miroir sur l'axe optique.

#### (i) Objet se trouvant au delà du centre "C" : image réelle

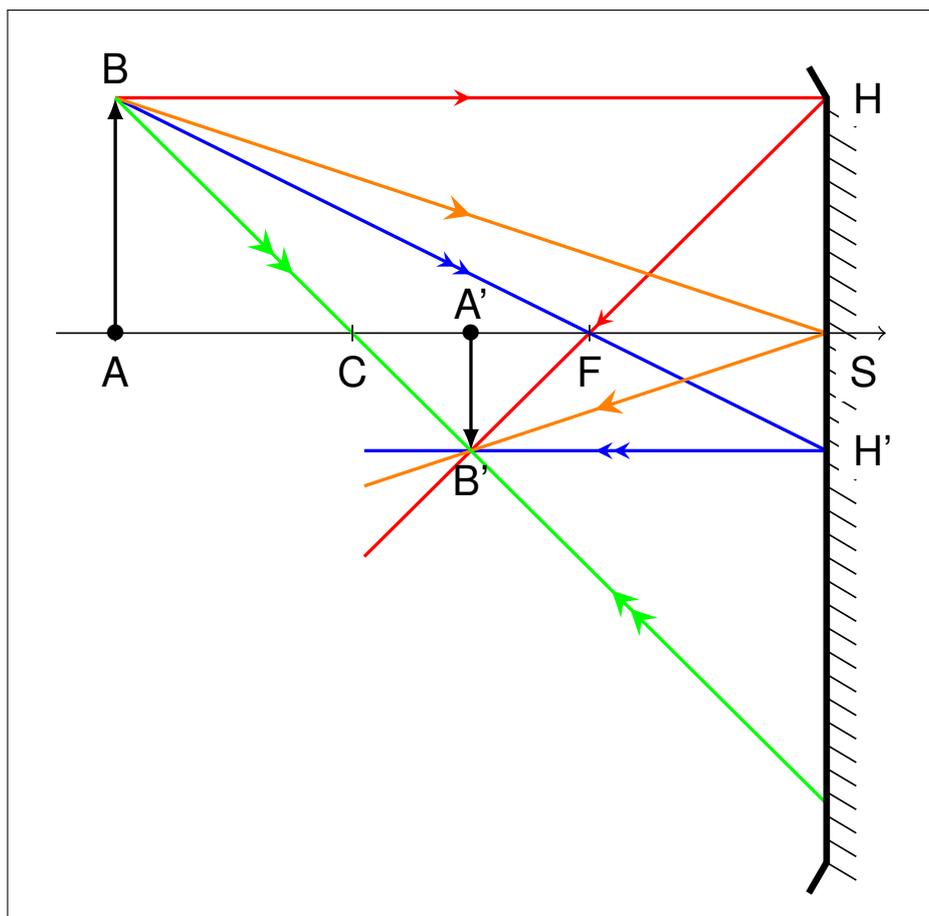


FIGURE 35.7 – Image réelle inversée avec un miroir peu profond. L'image  $A'B'$  est réelle, inversée et plus petite que l'objet  $AB$

#### (ii) Techniques pour la construction d'images

*Méthode 1* (Construction d'images et miroirs courbes). Pour construire l'image " $A'B'$ " de l'objet " $AB$ " par le miroir, il faut suivre une série de règles.

1. On prend un point de l'objet ne se trouvant pas sur l'axe optique : ici " $B$ ".
2. Les faisceaux incidents parallèles à l'axe optique (ici  $\overrightarrow{BH}$ ) se réfléchissent sur le miroir et les faisceaux réfléchis (ici  $\overrightarrow{HB'}$ ) passent par le foyer " $F$ ".
3. Les faisceaux incidents passant par le foyer " $F$ " (ici  $\overrightarrow{BH}$ ) se réfléchissent sur le miroir et les faisceaux réfléchis (ici  $\overrightarrow{H'B'}$ ) sont parallèles l'axe optique (ici la droite  $CF$ ) .
4. Les faisceaux incidents passant par le centre " $C$ " (ici  $\overrightarrow{BC}$ ) se réfléchissent sur le miroir et les faisceaux réfléchis (ici  $\overrightarrow{B'C}$ ) sont de même direction mais en sens inverse des incidents.
5. Les faisceaux incidents passant par le point de contact de l'axe optique avec le miroir se réfléchissent sur le miroir selon la règle des miroirs plans. L'axe optique étant la normale par rapport à laquelle il faut comparer les angles des faisceaux incidents et réfléchis. Les faisceaux réfléchis font un même angle par rapport à cette normale mais de signe inverse par rapport aux incidents.
6. L'intersection des faisceaux réfléchis précédents est l'emplacement de la formation de l'image " $B'$ ".
7. Tout autre faisceau incident issu de " $B$ " se réfléchira sur la surface " $S$ " du miroir et le faisceau réfléchi passera par " $B'$ ".

Cette procédure est applicable pour tout système optique possédant un foyer. Il faut éventuellement prolonger les faisceaux physiques en faisceaux géométriques. Si l'intersection des faisceaux réfléchis ne se fait pas avec les faisceaux physiques mais avec les faisceaux géométriques, l'image résultante est virtuelle.

**(iii) Objet se trouvant entre le centre " $C$ " et le foyer " $F$ "**

**(iv) Objet se trouvant entre le foyer " $F$ " et la surface du miroir**

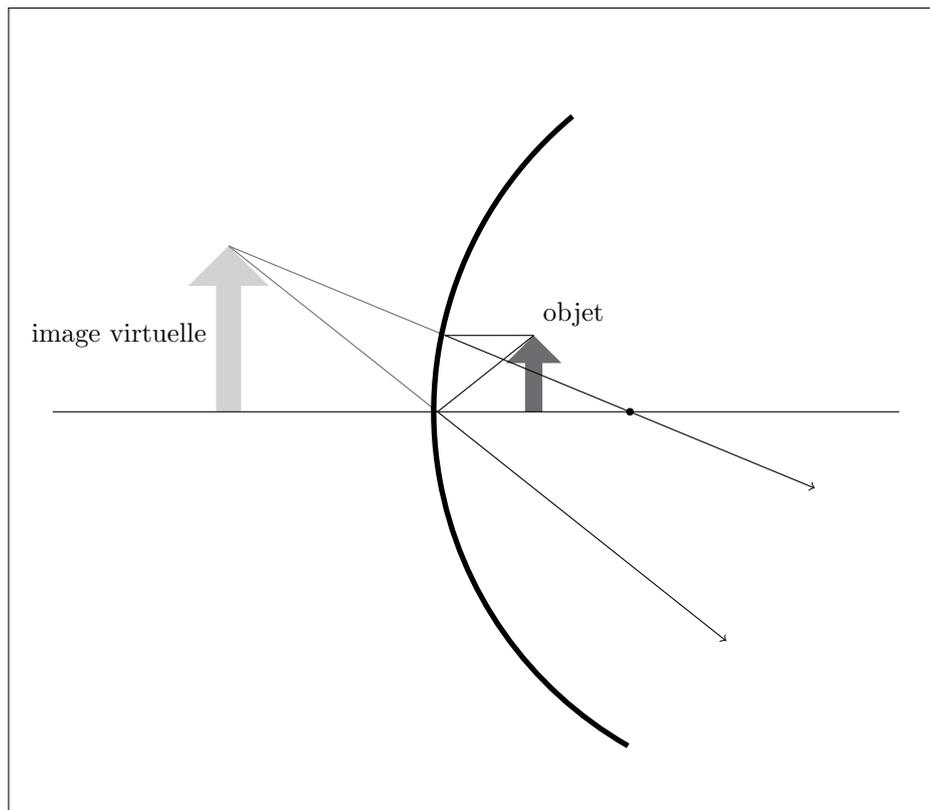


FIGURE 35.8 – Image virtuelle droite avec un miroir peu profond. L'image est droite et plus grande que l'objet.

## B Miroirs convexes

Nous allons aussi considérer des miroirs sphériques convexes "peu" courbés. Ici aussi le foyer sera à mi-chemin entre le centre de la sphère et la surface du miroir. Mais le centre et le foyer seront derrière la surface réfléchissante.

### a) Images dans un miroir convexe

Les mêmes règles de construction d'images restent applicables mais ne permettent que la construction d'images virtuelles.

## 4 Exercices

### A Miroirs plans

1. Montrez que la lumière suit le trajet le plus court entre deux points.
2. Deux miroirs plans sont disposés à  $60^\circ$ . Construisez les images d'un objet placé sur la bissectrice de l'angle formé par les miroirs.
3. Un rayon tombe sur un miroir plan, selon un angle d'incidence  $i_1$ . Exprimez l'angle entre le rayon réfléchi et le rayon incident, en fonction de  $i_1$ . Le miroir tourne d'un angle  $\alpha$  autour d'un axe perpendiculaire au rayon incident, et passant par le point d'incidence. Exprimez l'angle entre le rayon réfléchi et le rayon incident, en fonction de  $i_1$  et de  $\alpha$ .
4. Quelle doit être la hauteur minimale d'un miroir plan, ainsi que la distance entre son bord inférieur et le sol, pour qu'une personne de 1,7 m, dont les yeux sont situés à 1,6 m du sol, puisse s'y apercevoir en entier? Justifiez votre réponse par construction.

5. Pour assurer une mise au point correcte d'un appareil photographique, on utilise un télé-mètre optique.  
M est un miroir plan, N, un miroir semi-transparent qui laisse passer une partie du faisceau 1 et réfléchit une partie du faisceau 2 vers l'observateur O.
  - (a) Montrez que, M et N étant parallèles, l'observateur voit deux images de tout objet non situé à l'infini.
  - (b) Pour mesurer la distance D à objet situé sur l'axe OJ, on fait tourner M d'un angle  $\beta$  autour de I. Établissez la relation donnant D en fonction de  $\beta$  et de IJ.
  - (c) Contrôlez cette relation pour une distance nulle et une distance infinie.
6. Un faisceau lumineux parallèle tombe sur l'arête d'un prisme d'angle  $\alpha$  et est divisé en deux par réflexion. Trouvez la relation entre  $\alpha$  et  $\beta$ , l'angle des rayons réfléchis.

## B Miroirs sphériques

1. Un objet est situé à 45 cm d'un miroir sphérique concave de 30 cm de distance focale. Déterminez la position et la nature de l'image obtenue.
2. A quelle distance d'un miroir convexe doit-on placer un objet pour que son image virtuelle soit réduite de moitié?
3. Un miroir plan se trouve à 1 mètre d'un miroir concave de 75 cm de rayon de courbure. On place un objet de 12 cm de hauteur entre les deux miroirs, à 50 cm du miroir concave. Les rayons réfléchis par ce miroir concave tombent sur le miroir plan. Déterminez les caractéristiques de l'image formée dans ce miroir plan.
4. Un objet lumineux de 3 cm de hauteur est situé à une distance de 75 cm d'un miroir concave M1 de 30 cm de distance focale. Après réflexion, les rayons rencontrent un second miroir concave M2 de 50 cm de distance focale, de même axe principal que M1, distant de 2 mètres. Déterminez les caractéristiques de l'image finale.
5. Étudiez le grandissement d'un objet lumineux dans un miroir sphérique de distance focale égale à 50 cm, en fonction de la position de cet objet. Déterminez graphiquement la position de cet objet pour laquelle son image a même grandeur.
6. Étudiez les caractéristiques des images obtenues dans les miroirs sphériques dans le cas d'un objet virtuel.
7. Un miroir sphérique doit donner, d'un objet situé à 15 mm, une image droite deux fois plus grande que l'objet. Quel type de miroir choisir, et quel est son rayon de courbure?
8. Le rétroviseur extérieur de votre voiture est un miroir convexe de 20 cm de rayon de courbure, celui de l'intérieur, un miroir plan. Votre œil est à 0,5 m du miroir plan, et à 1 m du miroir sphérique. Vous observez un motard de 1,5 m de hauteur, situé 13 m derrière vous. Déterminez l'angle sous lequel vous observez l'image du motard dans chacun des miroirs.



# Chapitre 36

## Réfraction

### Sommaire

---

1	Déviation du faisceau de lumière : la réfraction . . . . .	290
2	Indice de réfraction . . . . .	290
3	Loi de Snell-Descartes . . . . .	291
4	Angle limite : la réflexion totale . . . . .	291
	A           Fibres optiques . . . . .	292
	B           Les mirages . . . . .	292
5	Pouvoir réflecteur . . . . .	293
6	Exercices . . . . .	293

---

## Introduction

Observons un objet au fond d'un seau rempli d'eau. L'objet ne semble pas se trouver où nous savons qu'il se trouve vraiment. Ceci est dû à la réfraction.

### 1 Déviation du faisceau de lumière : la réfraction

Un faisceau de lumière parvenant à la surface d'un milieu transparent ne va pas seulement être réfléchi. Une partie de celui-ci va passer dans le milieu transparent. A cette occasion, il va être dévié. On appelle ce phénomène : réfraction. Le faisceau parvenant sur la surface est dit incident. Après réfraction, le faisceau est dit réfracté. On peut avoir le cas d'un faisceau incident dans un milieu peu dense (comme l'air) et d'un faisceau réfracté dans un milieu plus dense (comme du verre). A l'inverse, le milieu incident peut être plus dense que le milieu dans lequel le faisceau est réfracté. Les deux cas sont illustrés sur la figure 36.1.

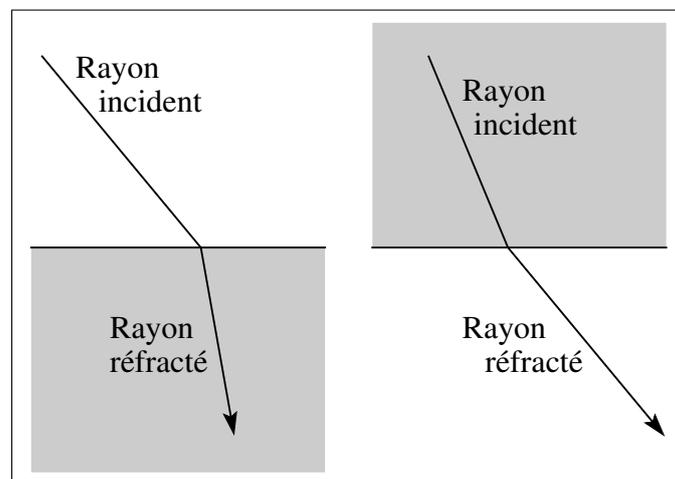


FIGURE 36.1 – Réfractions.

### 2 Indice de réfraction

L'indice de réfraction de l'air vaut "1".

Les indices de réfractons " $n$ " sont inversement proportionnels à la vitesse  $v$  de la lumière dans le milieu.

**Définition 62** (Indice de réfraction).

$$c = nv \tag{36.1}$$

où

- $c$  = la vitesse de la lumière dans le vide,
- $n$  = l'indice de réfraction du milieu (sans unité) ,
- $v$  = la vitesse de la lumière dans le milieu.

Les vitesses doivent être dans les mêmes unités.

La vitesse de la lumière dans l'air est pratiquement égale à la vitesse de la lumière dans le vide : " $c \approx 300\,000\text{ km s}^{-1}$ ".

Si un milieu a un indice de réfraction de "1,3", alors la vitesse de la lumière dans ce milieu vaudra  $\frac{c}{1,3} \approx \frac{300\,000}{1,3} \approx 230\,769\text{ km s}^{-1}$ .

### 3 Loi de Snell-Descartes

Cette loi a, elle aussi, d'abord été formulée aux alentours de l'an 1000 par un savant arabe résidant à Bagdad.

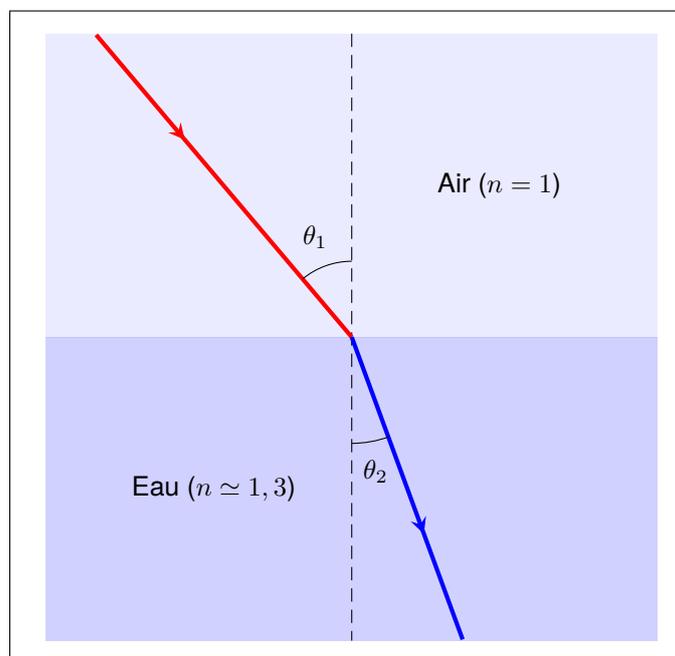


FIGURE 36.2 – Loi de Snell-Descartes.

**Loi 18** (Snell-Descartes).

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (36.2)$$

où

- $n_1$  = l'indice de réfraction du milieu du faisceau incident,
- $n_2$  = l'indice de réfraction du milieu du faisceau réfracté,
- $\theta_1$  = l'angle du faisceau incident avec la normale à la surface entre les deux milieux,
- $\theta_2$  = l'angle du faisceau réfracté avec la normale à la surface entre les deux milieux.

### 4 Angle limite : la réflexion totale

Une autre application intéressante de la loi de la réfraction part du constat que lorsqu'un faisceau dans un milieu dense traverse une surface pour entrer dans un milieu moins dense, sa direction s'éloigne de la normale à la surface, contrairement au cas où le faisceau passe d'un milieu peu dense à un milieu plus dense. Comme le faisceau réfracté sortant du milieu dense se trouve situé entre sa direction d'incidence et la surface, si la première se rapproche de la surface, il arrive un moment où le faisceau réfracté devient tangent à la surface et disparaît. Alors toute la lumière reste dans le milieu dense. Il n'y a plus que de la réflexion. On parle de réflexion totale (voir figure 36.3).

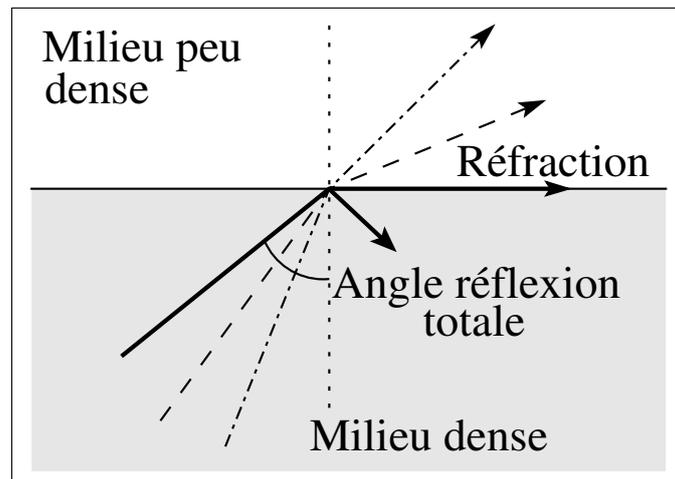


FIGURE 36.3 – La réflexion totale.

L'angle pour lequel apparaît la réflexion totale est aussi appelé "*angle limite*".

Mathématiquement, cet angle est celui pour lequel le sinus de l'angle du faisceau *réfracté* devrait être *supérieur à un*. Ce qui est impossible.

**Propriété 7** (Angle limite). *L'angle  $\theta_1$  pour lequel la réflexion totale apparaît est donné par la relation :*

$$\sin \theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \quad (36.3)$$

où

- $n_1$  = l'indice de réfraction du milieu du faisceau incident,
- $n_2$  = l'indice de réfraction du milieu du faisceau potentiellement réfracté,
- $\theta_1$  = l'angle limite du faisceau incident avec la normale à la surface entre les deux milieux.

## A Fibres optiques

La fibre optique constitue une application du phénomène de réflexion totale. Une fibre optique est un cylindre légèrement flexible dans sa longueur dans lequel on envoie de la lumière par la base. Les faisceaux se propageant le long de l'axe sont ainsi guidés dans la fibre même s'ils s'écartent quelque peu de l'axe puisque ils arrivent à la surface de la fibre avec un angle (par rapport à la normale) supérieur à l'angle de réflexion totale (voir figure 36.4).

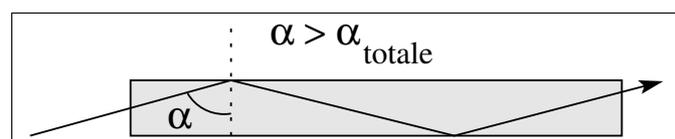


FIGURE 36.4 – Réflexion totale dans une fibre optique.

## B Les mirages

Les mirages sont aussi le résultat de la traversée par la lumière de couches d'air de densités et donc d'indices de réfractifs différents.

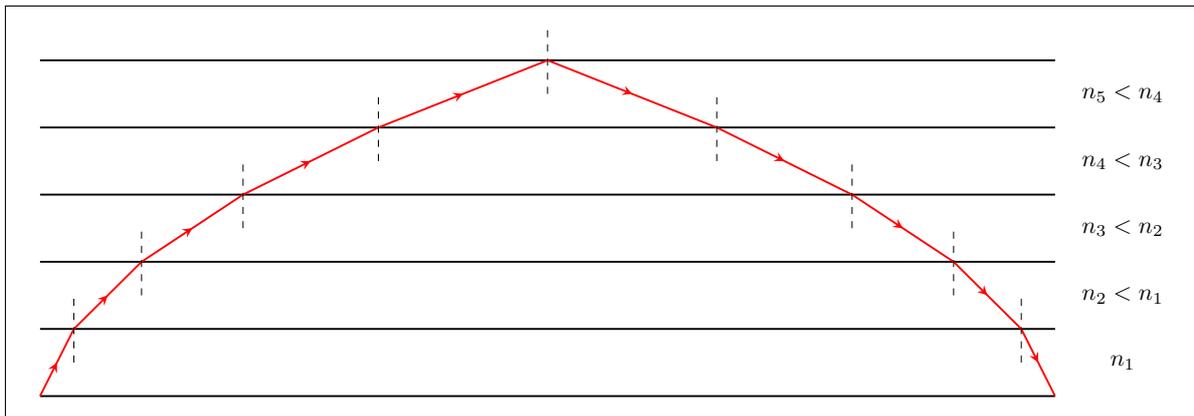


FIGURE 36.5 – Mirages et déviation du faisceau de lumière dans un milieu stratifié.

### a) Mirage inférieur

Si l'air est chaud au sol et froid en altitude, on a un mirage "*inférieur*". Un objet en altitude est perçu comme situé en contrebas.

C'est le mirage "classique" la journée dans le désert.

### b) Mirage supérieur

Si, au contraire, l'air est chaud en altitude et froid au niveau du sol, on a un mirage "*supérieur*". Un objet donnera l'impression de flotter en l'air.

## 5 Pouvoir réflecteur

La lumière incidente n'est pas intégralement réfractée. Une partie de la lumière incidente va être réfléchi. La fraction de l'énergie réfléchi par rapport à l'énergie totale est définie comme le *pouvoir réflecteur* de l'interface entre les deux milieux.

**Définition 63** (Pouvoir réflecteur). En incidence normale ( $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ), le pouvoir réflecteur est donné par la relation suivante :

$$R = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (36.4)$$

où

- $R$  = le pouvoir réflecteur de l'interface,
- $n_1$  = l'indice de réfraction du milieu du faisceau incident,
- $n_2$  = l'indice de réfraction du milieu du faisceau réfracté.

## 6 Exercices

1. Énoncez les lois de la réfraction, et illustrez-les par un schéma.
2. L'indice de réfraction du diamant, relatif à l'air, est de 2,42. Quelle est la vitesse de propagation de la lumière dans le diamant?
3. Un cours d'eau limpide, observé sous une grande incidence, paraît moins profond. Pourquoi?
4. Un poisson apparaît en double lorsqu'il se trouve dans un coin de l'aquarium. Pourquoi?
5. La réfraction atmosphérique nous permet d'apercevoir le soleil, alors qu'il est toujours sous l'horizon. Expliquez.

6. Un sol froid peut-il, en refroidissant les couches d'air supérieures, produire un effet de mirage?
7. Les faisceaux lumineux, réfléchis par un objet, traversent une vitre d'indice de réfraction 1,5 et de 5 mm d'épaisseur sous une incidence de  $45^{\circ}$ .
  - (a) Montrez que la vitre ne modifie pas leur direction de propagation.
  - (b) Calculez le déplacement latéral des faisceaux.
8. Le fond d'un récipient cubique n'est pas visible lorsqu'on l'observe sous une incidence supérieure à  $45^{\circ}$ , perpendiculairement à l'une de ses faces. On le remplit d'eau  $n=1,33$ . Quel pourcentage de la surface du fond aperçoit-on alors, dans les mêmes conditions?
9. Sous quelle(s) condition(s) un faisceau lumineux peut-il pénétrer dans un récipient en verre contenant de l'eau?  $n(\text{verre}/\text{air}) = 1,5$   $n(\text{eau}/\text{air}) = 1,33$
10. Cinq lames à faces parallèles sont empilées. Les indices de réfraction par rapport à l'air sont respectivement de 1,6 - 1,5 - 1,4 - 1,3 - 1,2. Un faisceau lumineux atteint la première face, d'indice 1,6, sous un angle d'incidence de  $60^{\circ}$ . Sous quel angle ressort-il de la pile?
11. Cinq lames à faces parallèles sont empilées par ordre décroissant d'indice de réfraction. Démontrez, sans utiliser de valeurs numériques, qu'un faisceau lumineux qui atteint la première face d'indice le plus élevé, ressort de la dernière, sous le même angle.
12. Une mouette se repose à la surface de la mer par temps calme. Un requin nage vers elle à une profondeur de 4 m. L'indice de réfraction de l'eau de mer vaut environ  $4/3$ . Quelle distance sépare la mouette du requin lorsque celle-ci est susceptible de voir le prédateur?
13. Un film d'huile, d'indice de réfraction  $n(\text{huile})$ , flotte à la surface d'un étang. Un faisceau lumineux provenant du fond de l'étang atteint la couche d'huile, la traverse pour atteindre ensuite l'air. Quelle est la valeur maximale de l'angle d'incidence du faisceau lumineux à la surface eau-huile telle que le faisceau puisse sortir de l'huile et passer dans l'air (expression littérale où ne peuvent se trouver que des données telles que :  $n(\text{huile})$  ,  $n(\text{eau})$  et  $n(\text{air})$  )?

# Chapitre 37

## Prismes

### Sommaire

---

1	Le prisme . . . . .	<b>296</b>
	A Description . . . . .	296
	B Double réfraction . . . . .	296
	C Angle de déviation . . . . .	296
	D Déviation minimale . . . . .	298
2	Décomposition de la lumière blanche . . . . .	<b>300</b>
	A La dispersion . . . . .	300
	B L'arc-en-ciel . . . . .	300
3	Exercices . . . . .	<b>301</b>

---

## Introduction

Avec les prismes, on exploite la réfraction.

### 1 Le prisme

#### A Description

Chacun a déjà vu la décomposition des couleurs à travers un prisme. Il s'agit simplement d'un polyèdre droit en verre (ou en plastique) à base triangulaire à travers lequel on fait passer de la lumière blanche. Celle-ci, par dispersion, se décompose en une multitude de couleurs à l'entrée dans le prisme et voit ces couleurs se disperser encore plus en sortant de celui-ci en raison de l'angle entre la face de sortie et celle d'entrée.

#### B Double réfraction

Il y a deux réfractions lorsque le faisceau de lumière traverse le prisme :

- une en entrée
- et une en sortie.

À chaque fois, il faut appliquer la loi de Snell-Descartes.

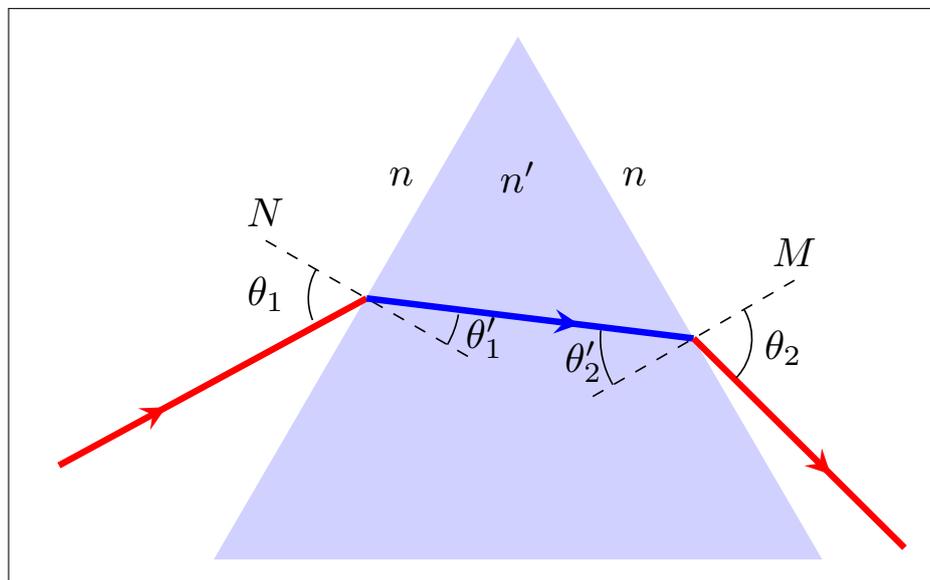
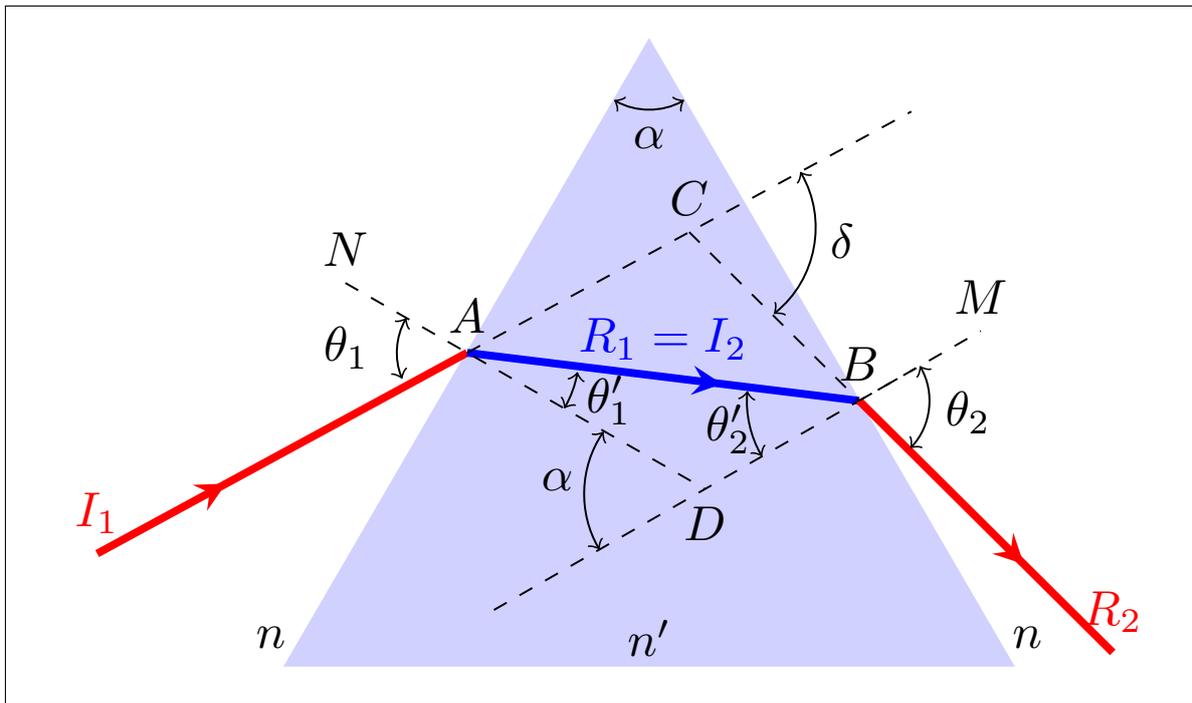


FIGURE 37.1 – Double réfraction dans un prisme.

#### C Angle de déviation

Si  $\alpha$  est l'angle que font les faces du prisme entre elles, l'angle  $\delta$  est l'angle que les faisceaux incidents  $I_1$  et  $R_2$  font entre eux.

Cet angle  $\delta$  est appelé la *dévi*ation du faisceau par le prisme.

FIGURE 37.2 – Déviation  $\delta$  par un prisme.

Pour fixer les idées, supposons que notre prisme est en verre et a un indice de réfraction  $n'$ . Également pour fixer les idées, supposons que le milieu extérieur est de l'air avec indice de réfraction  $n$ .

Le faisceau incident  $I_1$  passe de l'air au point  $A$ , est réfracté et devient le faisceau réfracté  $R_1$ . Le faisceau  $I_1$  fait un angle  $\theta_1$  avec la droite  $N$  normale à la surface du prisme en  $A$ . Le faisceau  $R_1$  fait un angle  $\theta'_1$  avec la normale  $N$ .

Ce faisceau  $R_1$  arrive en  $B$  et passe du verre à l'air. Il est donc alors un faisceau incident. Appelons-le  $I_2$  mais il est clair que  $I_2 = R_1$ .

Le faisceau  $I_2$  est réfracté en  $B$  et devient le faisceau  $R_2$ . Le faisceau  $I_2$  fait un angle  $\theta_2$  avec la droite  $M$  normale à la surface du prisme en  $B$ . Le faisceau  $R_2$  fait un angle  $\theta'_2$  avec la normale  $M$ .

À chaque fois, la loi de Snell-Descartes est applicable.

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta'_1} = \frac{n'}{n} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta'_2} \quad (37.1)$$

Établissons la relation entre la déviation  $\delta$ , l'ouverture du prisme  $\alpha$  et les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . L'observation de la figure 37.2 p. 297 permet de déduire une première valeur.

$$\delta = \theta_1 + \theta_2 + \theta'_1 + \theta'_2 \quad (37.2)$$

Il est évident que :

$$\theta'_1 + \theta'_2 = \alpha \quad (37.3)$$

Donc :

$$\delta = \theta_1 + \theta_2 - \alpha \quad (37.4)$$

## D Déviation minimale

On peut faire l'étude de la fonction  $\delta(\theta_1)$ . C'est la fonction "déviation" en fonction de l'angle d'entrée. Cette fonction a une concavité tournée vers le haut. Il existe donc une déviation minimale  $\delta_m$ .

$\delta$  sera minimale si sa dérivée vaut zéro.

$$\frac{d\delta}{d\theta_1} = 0 \quad (37.5)$$

En substituant l'équation 37.4 dans l'expression précédente, on trouve :

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = -1 \quad (37.6)$$

C'est-à-dire :

$$d\theta_2 = -d\theta_1 \quad (37.7)$$

Les relations 37.1 peuvent se réécrire :

$$\sin\theta_1 = \frac{n'}{n} \sin\theta'_1 \quad (37.8)$$

et

$$\sin\theta_2 = \frac{n'}{n} \sin\theta'_2 \quad (37.9)$$

En différentiant ces deux dernières équations, elles donnent :

$$\cos\theta_1 d\theta_1 = \frac{n'}{n} \cos\theta'_1 d\theta'_1 \quad (37.10)$$

et

$$\cos\theta_2 d\theta_2 = \frac{n'}{n} \cos\theta'_2 d\theta'_2 \quad (37.11)$$

Si on divise membre à membre ces deux relations, on obtient :

$$\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \frac{d\theta_1}{d\theta_2} = \frac{\cos\theta'_1}{\cos\theta'_2} \frac{d\theta'_1}{d\theta'_2} \quad (37.12)$$

Mais par l'équation 37.7 et en dérivant de la même manière l'équation 37.3 p.297, on peut écrire :

$$d\theta'_2 = -d\theta'_1 \quad (37.13)$$

Si on substitue cette dernière expression dans la relation 37.12, on peut écrire :

$$\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} = \frac{\cos\theta'_1}{\cos\theta'_2} \quad (37.14)$$

En élevant au carré et en utilisant la relation fondamentale de la trigonométrie, on voit aisément que :

$$\frac{1 - \sin^2\theta_1}{1 - \sin^2\theta_2} = \frac{1 - \sin^2\theta'_1}{1 - \sin^2\theta'_2} \quad (37.15)$$

À partir d'ici, fixons  $n = 1$  pour alléger l'écriture.

Par la loi de Snell-Descartes, ceci devient :

$$\frac{1 - \sin^2 \theta_1}{1 - \sin^2 \theta_2} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \theta_1}{n'^2}}{1 - \frac{\sin^2 \theta_2}{n'^2}} \quad (37.16)$$

ou encore

$$\frac{1 - \sin^2 \theta_1}{n'^2 - \sin^2 \theta_1} = \frac{1 - \sin^2 \theta_2}{n'^2 - \sin^2 \theta_2} \quad (37.17)$$

Il faut donc résoudre l'équation précédente.

Pour résoudre l'équation 37.17, il faut faire l'étude la fonction :

$$f(x) = \frac{1 - x}{n'^2 - x} \quad (37.18)$$

pour  $x > 0$

La dérivée de  $f(x)$  est :

$$f'(x) = \frac{-1}{n'^2 - x} + \frac{1 - x}{(n'^2 - x)^2} = \frac{1 - n'^2}{(n'^2 - x)^2} \quad (37.19)$$

Comme  $n' > 1$ , on a  $f'(x) < 0$ .

La fonction  $f(x)$  est donc strictement décroissante.

Ceci implique que l'équation 37.17 a une solution unique :

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (37.20)$$

De même, il est dès lors immédiat que

$$\theta'_1 = \theta'_2 \quad (37.21)$$

La déviation minimale correspond donc à un cas où :

$$\delta_m = 2\theta_1 - \alpha \quad (37.22)$$

En remplaçant  $\theta_1$  par la relation de Snell-Descartes et se souvenant que  $\theta'_1 + \theta_2 = \alpha$ , on peut écrire

$$\delta_m = 2 \arcsin \left( n' \sin \frac{\alpha}{2} \right) - \alpha \quad (37.23)$$

Qui devient

$$\frac{\delta_m + \alpha}{2} = \arcsin \left( n' \sin \frac{\alpha}{2} \right) \quad (37.24)$$

Si on se souvient que  $n$  n'est nécessairement égal à 1, on établit ainsi la relation ci-dessous.

**Propriété 8** (Déviation minimale par un prisme).

$$\frac{n'}{n} = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m)}{\sin \frac{1}{2}\alpha} \quad (37.25)$$

Rappelons que ceci correspond au cas où  $\theta_1 = \theta_2 = \frac{\delta_m + \alpha}{2}$  et  $\theta'_1 = \theta'_2 = \frac{\alpha}{2}$ .

## 2 Décomposition de la lumière blanche

Nous savons que la lumière blanche est décomposée en différentes couleurs lorsqu'elle traverse un prisme. Ceci a pour origine un phénomène physique que l'on appelle *dispersion*.

### A La dispersion

La dispersion est le fait que l'angle de réfraction est fonction de la couleur du faisceau réfracté. Plus précisément, l'indice de réfraction est fonction de la couleur. Par exemple, pour l'eau, on a :

Indice de réfraction en fonction de la couleur pour de l'eau à 20°C	
couleur	indice
rouge	1,3289
rouge-orange	1,3317
jaune	1,3330
vert-bleu	1,3371
bleu-violet	1,3403

Ainsi, comme la loi de la réfraction est fonction de l'indice de réfraction du milieu traversé :

$$\alpha_{réfracté} = \arcsin\left(\frac{n_{incident}}{n_{réfracté}} \cdot \sin(\alpha_{incident})\right)$$

l'angle de réfraction va changer avec la couleur. Par exemple, avec de l'air pour milieu d'incidence ( $n_{incident} = 1$ ) et de l'eau pour milieu de réfraction, on a une valeur de l'angle de réfraction plus grande pour le rouge que pour le bleu, c'est-à-dire que le bleu est plus dévié que le rouge par la surface.

Dans un prisme, la dispersion a lieu deux fois puisqu'il y a deux réfractions.

### B L'arc-en-ciel

Ce phénomène naturel étonnant est en réalité assez facilement expliqué grâce à la loi de la réfraction et à celle de la dispersion. On sait que la pluie et le soleil sont impliqués, puisqu'il a généralement lieu juste après la pluie et quand le soleil revient. De plus, on sait aussi que le soleil est alors relativement bas et toujours dans le dos de l'observateur.

Ce phénomène possède une composante géométrique et une autre ondulatoire. Nous n'aborderons ici que sa partie géométrique. Elle implique des gouttes d'eau en suspension dans l'air. Celles-ci sont sphériques et sont traversées de faisceaux lumineux.

On constate que la goutte est traversée par le faisceau lumineux qui subit à l'entrée dans celle-ci une réfraction, puis se réfléchit sur la surface intérieure et enfin ressort en se réfractant une seconde fois. A l'origine du phénomène se trouvent donc deux réfractions et une réflexion. L'angle entre le faisceau qui frappe la goutte et celui qui en ressort vaut  $42^\circ$  pour un angle d'incidence sur la goutte de  $59,6^\circ$ . C'est précisément l'angle observé entre la partie haute de l'arc-en-ciel (le rouge) et la direction des faisceaux provenant du soleil.

Cela dit, pourquoi ne considérer que les faisceaux lumineux entrant dans la goutte sous l'angle de  $59,6^\circ$ ? En réalité, beaucoup d'autres faisceaux entrent dans celle-ci. Ils sont tous parallèles car le soleil est situé très loin et ses faisceaux nous parviennent ainsi. Mais, si chacun de ces faisceaux entrent dans la goutte sous un angle différent, ils ressortent *condensés* autour du faisceau issu d'un

angle d'incidence sur la goutte de  $59,6^\circ$ . On appelle cela une caustique. Ainsi, l'intensité lumineuse qui ressort de la goutte sous cet angle est maximale et se manifeste par l'arc-en-ciel.

Le problème des couleurs vient lui du phénomène physique de *dispersion*.

Le phénomène se produit évidemment dans la goutte comme dans un prisme. Le résultat des deux réfractions et de la réflexion est que le bleu est plus dévié que le rouge. L'angle par rapport au sol sous lequel on voit le bleu est donc plus faible que pour le rouge et ainsi on voit le rouge à l'extérieur de l'arc-en-ciel, c'est-à-dire au sommet de celui-ci.

Finalement, il faut encore dire quelques mots à propos du second arc-en-ciel. En effet, on peut à l'occasion voir un second arc-en-ciel au-dessus du premier. Il est moins intense et ses couleurs sont inversées. A quoi est-il dû?

Simplement au fait que les faisceaux dans la goutte peuvent faire deux réflexions au lieu d'une seule.

Évidemment, les pertes par réfraction au moment des deux réflexions sont plus importantes que pour une seule réflexion et donc l'arc-en-ciel est d'une intensité plus faible.

Finalement, nous laissons au lecteur le soin de comprendre pourquoi le second arc-en-ciel est retourné, c'est-à-dire le rouge en bas et le bleu en haut.

### a) Le bleu du ciel

Les molécules d'air absorbent une partie de la lumière solaire, pour la diffuser ensuite, et ce, de manière plus importante pour les lumières bleues que pour les rouges. Cette diffusion entraîne une perte d'énergie des faisceaux solaires traversant l'atmosphère, et ce, de façon plus importante pour les lumières bleues. Ceci permet d'expliquer la coloration rouge du ciel, le soir et le matin, étant donné l'épaisseur importante de la couche d'air traversée.

Ce phénomène s'appelle la diffusion. Il est dû à la nature ondulatoire de la lumière et ne s'explique pas en optique géométrique.

## 3 Exercices

- La déviation d'un faisceau lumineux par un système optique est l'angle formé par le prolongement du faisceau incident et le faisceau réfracté ou réfléchi qui en sort. Calculez cette déviation dans les cas suivants :
  - un miroir plan et un faisceau incident à  $45^\circ$
  - un dioptre air-eau, et un faisceau incident à  $45^\circ$
  - un prisme ( $n=1,5$  et  $\alpha=60^\circ$ ), et un faisceau incident à  $45^\circ$
- La déviation minimale d'un prisme d'angle égal à  $40^\circ$ , est atteinte pour un angle d'incidence de  $32^\circ$ . Quel est l'indice du prisme?
- La déviation minimale d'un prisme d'angle égal à  $50^\circ$ , est atteinte pour un angle d'incidence de  $30^\circ$ . Quel est l'indice du prisme?
- Un périscope comporte deux prismes à réflexion totale. Construisez l'image d'un objet, vu au travers de ce périscope, et précisez ses caractéristiques. Comparez la distance apparente de la source à l'observateur, lors d'une observation avec, puis sans, périscope.
- Un prisme droit, d'indice de réfraction 1,5, et un miroir sont disposés comme suit, à la surface de l'eau ( $n=1,33$ ).

FIGURE

Construisez la marche d'un faisceau lumineux, tombant sur le miroir selon un angle de  $30^\circ$ .

6. Pour quelle(s) valeur(s) de l'angle d'incidence un faisceau lumineux tombant sur un prisme d'indice relatif 1,7, et d'angle au sommet égal à  $45^0$ , subira-t-il une réflexion totale dans le prisme?
7. Un périscope comporte deux prismes à réflexion totale comme décrit ci-contre. Il a pris l'eau et le prisme du bas est noyé sous l'eau. En quoi cela peut-il affecter la vision? ( $n_{\text{eau}} = 1,33$ ;  $n_{\text{prisme}} = 1,5$ )
8. Une fibre optique de verre fonctionnant dans l'air permettra des réflexions totales si l'angle d'incidence est supérieur à  $39^0$ . Quel sera l'angle d'incidence minimal pour une réflexion totale si la fibre est plongée dans de l'eau ( $n_{\text{air}} = 1$ ,  $n_{\text{eau}} = 4/3$ )?
9. L'existence d'un arc-en-ciel peut être expliquée par l'étude de la marche des faisceaux lumineux dans une goutte d'eau. Plusieurs types de marche sont possibles. L'arc-en-ciel principal doit son existence aux faisceaux qui quittent les gouttes après une seule réflexion interne (faisceaux CLASS 3). La marche des faisceaux CLASS.3 n'est, pour une direction donnée des faisceaux incidents, fonction que d'un seul paramètre : le paramètre d'impact  $x$ . Il est mesuré à partir du point 0, selon un axe perpendiculaire aux faisceaux incidents. L'arc-en-ciel est formé, lorsque tous les faisceaux incidents pour lesquels le paramètre d'impact est situé dans un intervalle infiniment petit  $dx$ , subissent la même déviation  $D$ . Tous les faisceaux qui quittent les gouttes sont alors, pour une lumière monochromatique donnée, concentrés dans une direction bien définie. Pour une lumière blanche incidente, on obtient un éventail de couleurs, l'arc-en-ciel. On demande :
  - (a) Donnez le rapport entre l'angle d'incidence  $\theta$ , le paramètre d'impact  $x$  et le rayon de courbure  $R$  des gouttes d'eau.
  - (b) Démontrez que l'angle de déviation  $D$  est donné par où  $\theta$  et  $\theta'$  sont les angles d'incidence et de réfraction à la première surface de séparation.
  - (c) Démontrez que la valeur  $\theta R$  de  $\theta$  qui donne lieu à l'arc-en-ciel est donnée par  $\cos^2 \theta R = (n_2 - 1)/3$
  - (d) Sous quel angle par rapport à l'horizontale un observateur voit-il l'anneau rouge de l'arc-en-ciel? Supposez la lumière incidente horizontale.
  - (e) Quel anneau l'observateur voit-il dans la partie supérieure de l'arc-en-ciel? Le rouge ou le violet? Expliquez et ajoutez une figure illustrant votre réponse.

Remarques :

- Les gouttes d'eau sont sphériques.
- Indices de réfraction : 1,330 pour la lumière rouge et 1,342 pour la lumière violette.

# Chapitre 38

## Lentilles minces

### Sommaire

---

1	Combinaison de prismes . . . . .	304
2	Lentilles . . . . .	304
3	Lentilles minces . . . . .	304
4	Types de lentilles . . . . .	304
	A    Lentilles convergentes . . . . .	304
	B    Lentilles divergentes . . . . .	305
5	Point focal . . . . .	305
	A    Distance focale . . . . .	306
6	Rayons principaux . . . . .	306
7	Formation d'images . . . . .	306
8	Lois des lentilles . . . . .	307
	A    Grandissement . . . . .	308
	B    Grossissement . . . . .	308
	C    La puissance d'une lentille . . . . .	309
	D    Lentille convergente, divergente et loi des lentilles minces . . . . .	309
9	Exercices . . . . .	310

---

## Introduction

La réfraction de la lumière a lieu même si les surfaces entre les deux milieux ne sont pas plates. Un cas particulier est celui des lentilles.

Nous nous limiterons ici à l'étude des lentilles minces.

## 1 Combinaison de prismes

Une lentille peut être considérée comme une combinaison de prismes. Les lentilles de Fresnel sont d'ailleurs, sur ce principe, constituées de cercles concentriques de lentilles différentes.

Les lentilles de Fresnel sont utilisées dans les phares de marine. Le diamètre de ces lentilles étant de l'ordre du mètre, elles seraient beaucoup plus massives si elles n'étaient pas ainsi construites.

## 2 Lentilles

Les lentilles seront des pièces de matériau transparent (souvent du verre ou des matières plastiques). Elles auront une symétrie de révolution autour de leur axe optique. C'est pourquoi nous ne les représenterons que par la tranche. Les courbes les limitant des deux côtés de l'axe optique seront des arcs de cercle.

## 3 Lentilles minces

Comme pour les miroirs courbes, sauf via des constructions compliquées, des lentilles "épaisses" n'ont pas de foyer. Comme pour les miroirs courbes, une faible épaisseur de lentille permettra d'avoir des lentilles possédant des foyers.

Les lentilles de "faible épaisseur" sont appelées des lentilles minces.

## 4 Types de lentilles

Nous allons quelque peu simplifier la diversité des situations possibles et nous limiter à deux cas.

Les centres des arcs de cercles limitant les lentilles peuvent se trouver du même côté de la lentille que l'arc de cercle ou de l'autre côté.

On ne va considérer ici que l'hypothèse de lentilles minces de faces symétriques identiques. La lumière qui passe à travers est réfractée en se rapprochant de la normale à l'entrée dans le verre et en s'éloignant de la normale quand elle en ressort. Pour des faisceaux incidents sur la lentille parallèles à son axe optique, il s'en suit deux comportements différents selon la courbure de celle-ci.

### A Lentilles convergentes

Si les centres sont du l'autre côté que l'arc de cercle, on a une lentille convergente.

Si la lentille est convergente et que les faisceaux de lumière sont parallèles à l'axe optique, les faisceaux qui en ressortent vont tous converger vers un point nommé foyer, situé à une distance appelée distance focale (ou focale) de la lentille. (voir figure [38.1](#))

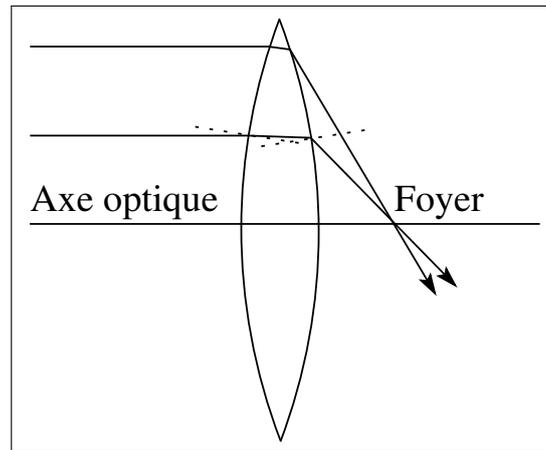


FIGURE 38.1 – Lentille convergente.

On les représente par un segment centré sur l'axe optique et perpendiculaire à celui-ci. Le segment est limité par deux pointes de flèche pointant vers l'extérieur. Ce segment correspond à la surface centrale de la lentille. (voir figure 38.3 p. 306)

## B Lentilles divergentes

Si les centres sont du même côté que l'arc de cercle, on a une lentille divergente.

Si la lentille est divergente, les faisceaux de lumière vont diverger à partir d'un autre point symétrique du foyer (à la même distance focale) et aussi nommé foyer (voir figure 38.2).

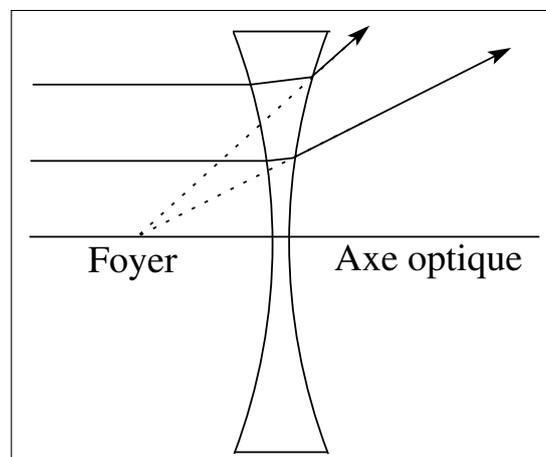


FIGURE 38.2 – Lentille divergente.

On les représente par un segment centré sur l'axe optique et perpendiculaire à celui-ci. Le segment est limité par deux pointes de flèche pointant vers l'intérieur.

## 5 Point focal

Les faisceaux de lumière passant par une lentille peuvent se concentrer en deux points particuliers : les foyers de la lentille.

Ces foyers sont sur l'axe optique, de chaque côté de la lentille et à une même distance du centre de la lentille.

## A Distance focale

La déviation des faisceaux de lumière dépendant non seulement de la géométrie de la lentille mais aussi de l'indice de réfraction du matériau la constituant, la localisation des foyers n'obéit pas à des règles aussi faciles que pour les miroirs courbes.

La distance entre le centre de la lentille et les foyers est appelée la distance focale.

## 6 Rayons principaux

On peut tirer trois comportements simples des faisceaux qui traversent une lentille mince. Ces trois comportements fournissent une technique pour la construction d'image.

**Principe 4** (Les faisceaux principaux).

1. *Tout faisceau passant par le centre de la lentille n'est pas dévié,*
2. *Tout faisceau entrant dans la lentille parallèlement à son axe optique en ressort selon une droite qui passe par son foyer et*
3. *Tout faisceau entrant dans la lentille selon une droite qui passe par son foyer en ressort parallèlement à son axe optique.*

Ces trois faisceaux sont appelés les faisceaux "*principaux*".

On schématise ces comportements comme présentés sur la figure 38.3.

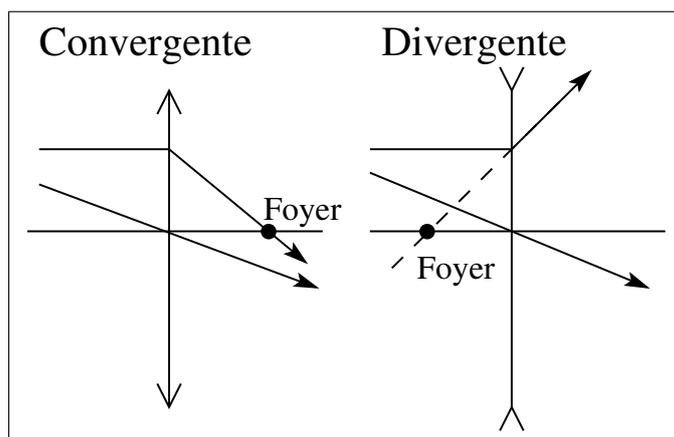


FIGURE 38.3 – Rayons principaux dans les lentilles minces.

## 7 Formation d'images

La formation d'images se fait en appliquant les règles précédentes.

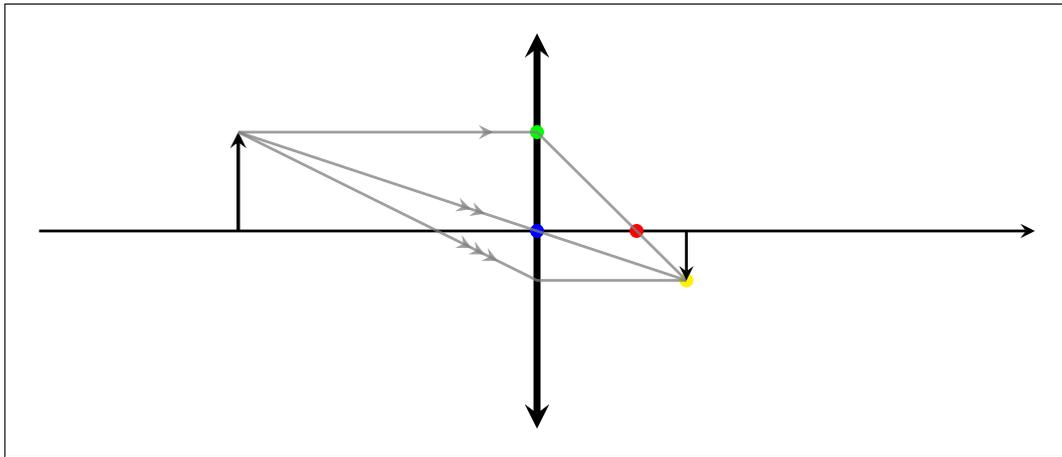


FIGURE 38.4 – Formation d'image dans une lentille convexe.

Ici, comme pour les miroirs concaves, la formation d'image réelle ou virtuelle va dépendre de la position de l'objet par rapport au foyer et à la lentille.

## 8 Lois des lentilles

Dans le cas de lentilles minces, il existe une relation entre la distance focale, la position de l'objet et celle de l'image formée par la lentille (voir figure 38.5).

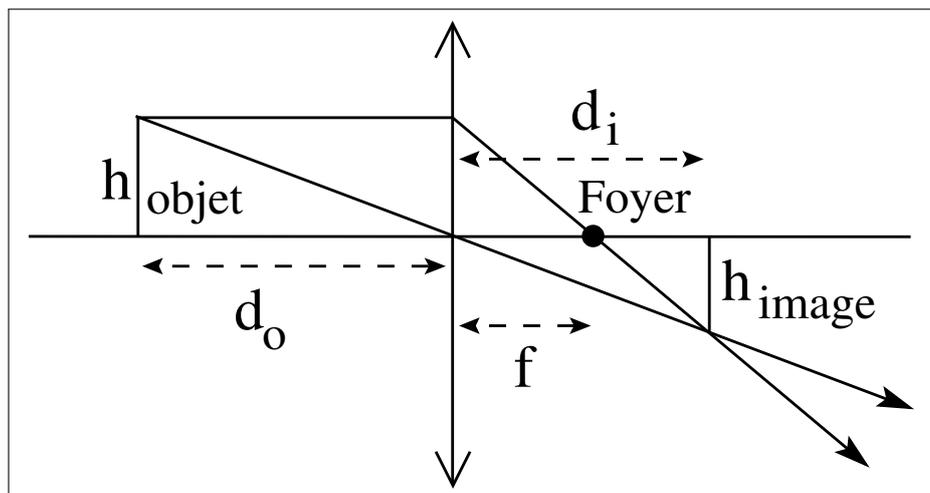


FIGURE 38.5 – Rayons principaux dans les lentilles minces.

Cette relation s'écrit :

**Loi 19** (Loi des lentilles).

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} \quad (38.1)$$

Où

- $h_o$  est la hauteur de l'objet,
- $h_i$  celle de l'image et
- $f$  la distance focale.

On la démontre par des relations entre triangles semblables (voir figure 38.6).

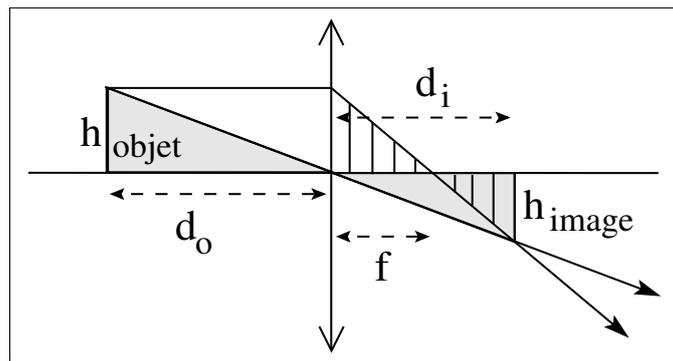


FIGURE 38.6 – Triangles semblables et loi des lentilles.

## A Grandissement

On a vu que du triangle grisé de la figure 38.6, on tire :

$$\frac{h_{\text{objet}}}{h_{\text{image}}} = \frac{d_o}{d_i} \quad (38.2)$$

Cependant, pour utiliser de manière générale la loi des lentilles minces, nous verrons au paragraphe D qu'il est nécessaire de considérer comme négatifs les objets ou images qui se trouvent sous l'axe optique. Ainsi, comme  $h_{\text{image}} < 0$ , le rapport  $h_{\text{objet}}/h_{\text{image}} < 0$ . Or, le rapport  $d_o/d_i$  ne l'est pas. Il est donc nécessaire de mettre un signe moins devant celui-ci.

Ainsi, on peut définir le grandissement (et non le grossissement) de l'image  $m$  par :

**Définition 64** (Grandissement).

$$m = \frac{h_{\text{image}}}{h_{\text{objet}}} = -\frac{d_i}{d_o} \quad (38.3)$$

## B Grossissement

Le grandissement est donc le rapport de la hauteur de l'image par la hauteur de l'objet. Or, pour observer les taches solaires (des zones sombres à la surface du soleil), on projette généralement son image à travers une lentille sur une feuille de papier. Elle peut alors avoir quelques dizaines de centimètre de diamètre et l'observation des taches se fait dans de bonnes conditions. Le grandissement est alors quasi nul, puisque la taille de l'image est ridicule par rapport au diamètre du soleil. Pourtant, il est bien plus difficile d'observer les taches solaires directement (à travers un filtre de protection pour les yeux), simplement parce qu'on voit alors au loin le soleil lui-même et qu'il nous paraît plus petit que son image sur le papier. On va donc définir une nouvelle grandeur traduisant mieux cette impression visuelle : le grossissement.

Pour définir le grossissement d'un objet, il faut le rapporter aux angles qui sous-tendent l'objet et l'image. Car, ce sont ceux-ci qui vont rendre compte de notre perception du grossissement. Ainsi, on définit le grossissement par :

**Définition 65** (Grossissement).

$$G = \frac{\beta}{\alpha} \quad (38.4)$$

où l'angle  $\alpha$  est celui sous lequel on voit l'objet et l'angle  $\beta$  celui sous lequel on voit l'image. Chacun de ces angles peuvent facilement être calculés à l'aide des relations trigonométriques suivantes :

$$\tan(\alpha) = \frac{h_{\text{objet}}}{d_o} \quad \text{et} \quad \tan(\beta) = \frac{h_{\text{image}}}{d_i} \quad (38.5)$$

où  $d_o$  est la distance de l'œil à l'objet quand on le voit sans lentille. Pour un objet observé au microscope, par exemple, l'angle  $\alpha$  est déterminé en utilisant pour distance objet  $d_o$  la distance au point proche de 25 cm, car c'est le point le plus proche auquel on peut voir l'objet net.

Dans le cas de petits angles (en radians), les relations ci-dessus peuvent s'écrire :

$$\alpha = \frac{h_{\text{objet}}}{d_o} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{h_{\text{image}}}{d_i} \quad (38.6)$$

### C La puissance d'une lentille

Parfois au lieu d'utiliser la distance focale d'une lentille pour la caractériser, on utilise sa puissance  $P$  :

**Définition 66** (Puissance d'une lentille).

$$P = \frac{1}{f} \quad (38.7)$$

Il s'agit de l'inverse de la distance focale. Son unité est donc  $m^{-1}$  qui est définie comme la *dioptrie* et notée  $D$ .

Ainsi, la puissance d'une lentille d'une distance focale de 20 cm, par exemple, vaut 5 dioptries :

$$P = \frac{1}{0,2} = 5 D \quad (38.8)$$

Notez que la distance focale doit être dans les unités du système international, c'est-à-dire en mètre, pour que la puissance soit en dioptries.

La puissance est une grandeur très utilisée par les oculistes, ophtalmologistes et opticiens pour caractériser les défauts de l'œil et les dispositifs de correction.

### D Lentille convergente, divergente et loi des lentilles minces

La loi des lentilles minces est valable pour des lentilles convergentes comme divergentes, mais il faut respecter un certain nombre de règles sur les signes des grandeurs :

**Loi 20** (loi des lentilles minces).

1. Pour des lentilles minces divergentes, la distance focale doit être prise négative, alors que pour des lentilles convergentes elle doit être positive.
2. La distance objet est prise positive si l'objet est situé du côté de la lentille d'où la lumière vient. Négative autrement.
3. La distance image est prise positive si l'image est située du côté de la lentille d'où la lumière ne vient pas. Négative autrement. La distance image d'un image réelle est ainsi positive et négative pour une image virtuelle.
4. Les hauteurs objet ou image sont positives si elles sont au-dessus de l'axe optique et négative si elles sont au-dessous.

Dans ces conditions, on peut montrer que la loi des lentilles minces est valable aussi pour des lentilles divergentes.

## 9 Exercices

1. Une lentille donne d'un objet lumineux, une image réelle, renversée, sur un écran situé de l'autre côté de la lentille. On dispose, contre cette lentille, un disque opaque, d'un rayon égal à la moitié de celui de la lentille. Qu'observera-t-on sur l'écran ?
2. Identifiez tous les types de lentille et précisez les conditions donnant :
  - (a) une image réelle,
  - (b) une image droite par rapport à l'objet
  - (c) une image plus grande que l'objet.
3. A l'aide d'une loupe de 5 cm de distance focale, on observe un objet de 1 cm de hauteur, situé à 3 cm de la lentille, perpendiculaire à son axe. Déterminer graphiquement et par calcul, les caractéristiques de l' image obtenue, ainsi que le grossissement commercial de la loupe.
4. Un appareil photographique, dont l'objectif est assimilable à une lentille à bords , minces de 50 mm de distance focale, est mis au point sur l'infini, puis sur un objet situé à 6 m. Déterminer la grandeur et le sens du déplacement de l'objectif.
5. Comment varie la distance focale d'une lentille en verre plongée dans l'eau? Que vaut-elle dans l'eau, si sa valeur, dans l'air, est 20 cm ?
6. L'objectif d'un agrandisseur de photographie est une lentille mince biconvexe d'indice 1,5 et dont les faces ont des rayons de courbure de 10 et 15 cm. On veut agrandir un cliché sur lequel un objet a 5 cm de hauteur. Le cliché se trouve à 16 cm du centre optique de la lentille. Quelle est la distance focale de cette lentille, et quelles sont les caractéristiques de l'image ?
7. On désire obtenir, sur un écran une image agrandie 5 fois, à l'aide d'une lentille à bords minces, de 20 cm de distance focale. Déterminer où placer l'objet et l'écran.
8. On désire photographier un objet situé à 15 m, se déplaçant à la vitesse de  $36 \text{ km h}^{-1}$ , à l'aide d'un appareil de 10 cm de distance focale, en acceptant tout au plus un flou dû au bougé de 0,1 mm. Quelle doit être la durée de l'exposition ?
9. La rétine d'un œil normal est à 15 mm de son centre optique. Quelle est sa convergence, au repos, et lorsqu'il accommode sur un objet situé à 15 cm ?
10. On désire obtenir, à l'aide d'un projecteur de diapositives constitué d'une lentille à bords minces de 50 mm de distance focale, une image sur un écran situé à 4 m de la lentille. Sachant que la diapositive mesure 24 x 36 mm, déterminez, graphiquement et par calcul, où la placer, ainsi que les caractéristiques ( type, dimensions, sens) de l'image obtenue.
11. Un objet de 25 mm de hauteur, placé à 20 cm d'une lentille, donne une image de 10 mm de hauteur, du même côté de la lentille que l'objet. Précisez les caractéristiques de cette image et déterminez, graphiquement et par calcul, la distance focale de cet te lentille.
12. On désire projeter des diapositives de 35 mm sur un écran de 1,4 m situé à 5 m du projecteur, dont l'objectif a une focale variable de 50 à 135 mm. Quelle focale choisir pour remplir au mieux l'écran.
13. Pour observer une plante aquatique, on plonge une loupe de 5 dioptries dans un aquarium. Que devient sa puissance ?
14. Un étudiant observe que les rayons qui proviennent du soleil convergent à 15 cm d'une lentille mince. A quelle distance de cette lentille doit-il placer un objet pour en obtenir sur un écran une image trois fois plus grande ?
15. Un objectif de projecteur de diapositives est placé à 3 m d'un écran et présente une distance focale de 8 cm.

- (a) A quelle distance de l'objectif, la diapositive se trouve-t-elle lorsque l'image est nette à l'écran?
- (b) A l'écran, un détail de l'image fait 10 cm. Quelle est sa taille sur la diapositive?
- (c) On désire doubler la taille de l'image à l'écran sans modifier les réglages du projecteur. Où doit-on placer le projecteur par rapport à l'écran? L'image est-elle encore nette à l'écran?
- (d) On désire doubler la taille de l'image à l'écran sans déplacer le projecteur. Quelle distance focale faudrait-il pour l'objectif?



# Chapitre 39

## Combinaisons de lentilles

### Sommaire

---

1	Constructions géométriques . . . . .	314
2	Loi . . . . .	314
3	Exercices . . . . .	315

---

## Introduction

Nous avons découvert les lois des lentilles et comment une lentille permettait parfois de former une image agrandie. Les combinaisons de lentilles amplifient cet effet. Les combinaisons de lentilles sont à la base de nombre de dispositifs optiques comme les jumelles, les microscopes et les télescopes. Les lunettes que nous utilisons pour corriger notre vue reposent elles aussi sur ce principe.

Nous bâtirons nos raisonnements sur des lentilles minces.

## 1 Constructions géométriques

En alignant deux lentilles sur un même axe optique, on peut trouver l'image d'un objet par le système des deux lentilles en faisant deux fois la construction faite pour chaque lentille.

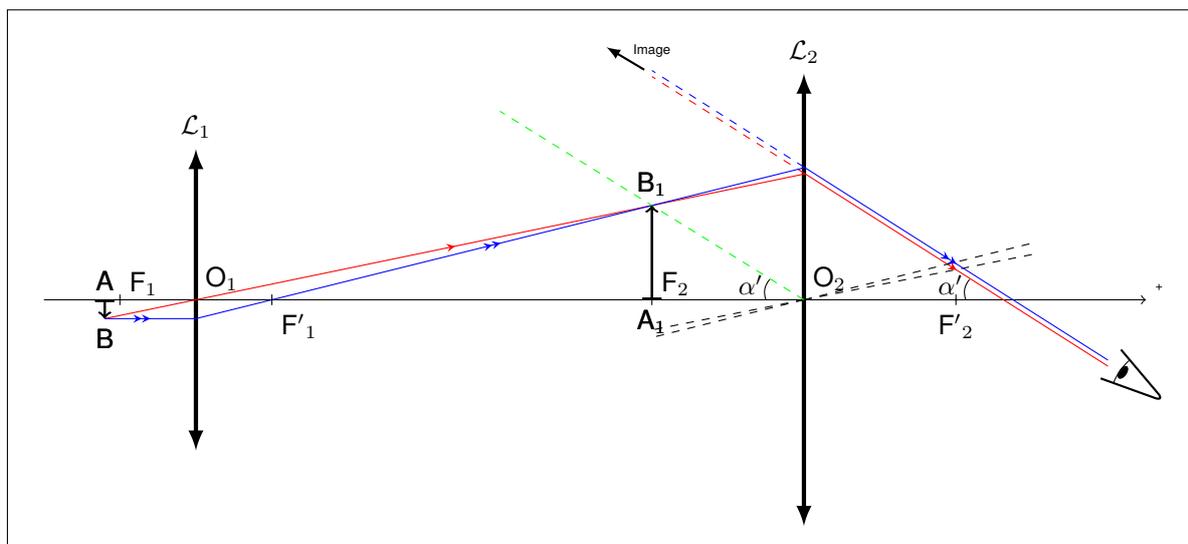


FIGURE 39.1 – Construction d'image pour la combinaison de deux lentilles convergentes.

## 2 Loi

On peut déterminer une relation permettant de prévoir où se formera l'image finale d'une combinaison de deux lentilles.

**Loi 21** (Position de l'image finale avec deux lentilles).

$$s_{o2} = \frac{f_2 \left( d - \frac{f_1 s_{o1}}{s_{o1} - f_1} \right)}{d - f_2 - \frac{f_1 s_{o1}}{s_{o1} - f_1}} \quad (39.1)$$

où :

- $s_{o1}$  = la distance entre l'objet d'origine et le centre optique de la première lentille,
- $s_{i1}$  = la distance entre l'image de l'objet d'origine et le centre optique de la première lentille,
- $s_{o2}$  = la distance entre l'image formée par la première lentille et le centre optique de la deuxième lentille,
- $s_{i2}$  = la distance entre l'image formée par la deuxième lentille et le centre optique de la deuxième lentille,
- $f_1$  = la distance focale de la première lentille,
- $f_2$  = la distance focale de la deuxième lentille,
- $d$  = la distance entre les deux lentilles.
- (Toutes les distances sont en m.)

### 3 Exercices

1. Dans un Fouga Magister, le copilote dispose d'une lunette lui permettant de voir par-dessus le pilote. Le système est composé de deux lentilles et de deux miroirs plans. Vous supposerez travailler dans l'approximation du stigmatisme approché.
  - (a) Déterminez la valeur de  $x$  pour que l'image d'un objet situé à l'infini, se forme à l'infini.
  - (b) Les deux lentilles ont un indice de réfraction de 1,5 et un des deux rayons de courbure égal à 20 cm. Calculez l'autre rayon de courbure.
  - (c) On déplace l'objet de l'infini à 100 m. Calculez  $x$  pour que l'image se forme toujours à l'infini.
2. Une lentille mince, équiconvexe, donne, d'un objet situé à 1 m, une image située sur un écran à 111,1 mm de la lentille mince équiconvexe. Lorsqu'on lui accole une lentille mince équiconcave, de mêmes rayons de courbure et d'indice 1,6 par rapport à l'air, on doit reculer l'écran de 555,6 mm pour retrouver une image nette. En vous plaçant dans les conditions de Gauss, déterminez l'indice de réfraction de la lentille mince équiconvexe par rapport à l'air.
3. Un périscope comporte les éléments suivants :
  - (a) Un prisme rectangulaire P2 dont l'une des faces est sphérique, avec un rayon de courbure de 420 mm
  - (b) Un prisme rectangulaire P1, d'indice relatif à l'air égal à 1,6, identique à celui de P2
  - (c) Une lentille biconvexe, de 50 mm de distance focale.
 Pour un objet situé à l'infini, L1 se trouve à 5 cm de P1. L'image finale se forme à l'infini. On demande de calculer la distance  $d$  :
  - (a) en considérant P2 et P1 comme une lentille mince associée à deux miroirs plans et à une lentille mince L1.
  - (b) en traitant chaque dioptré séparément.
4. Deux lentilles sphériques minces, l'une convergente et l'autre divergente, ont chacune une distance focale de 30 cm en valeur absolue. Elles sont séparées de 10 cm l'une de l'autre. Un insecte se trouve à 20 cm de la lentille convergente.
  - (a) A quelle distance de la lentille convergente se trouve l'image de l'insecte formée par cette lentille uniquement ? Est-elle réelle ou virtuelle ?

- (b) A quelle distance de la lentille divergente, se trouve l'image de l'insecte formée par l'ensemble des deux lentilles? Se situe-t-elle à gauche ou à droite de la lentille divergente?

# Chapitre 40

## Les défauts de l'oeil

### Sommaire

---

1	Fonctionnement . . . . .	<b>318</b>
2	Principaux défauts . . . . .	<b>319</b>
	A    Myopie . . . . .	320
	B    Hypermétropie . . . . .	320
	C    Presbytie . . . . .	321
	D    Astigmatisme . . . . .	321
3	Les corrections . . . . .	<b>321</b>
	A    Myopie . . . . .	322
	B    Hypermétropie . . . . .	323
	C    Presbytie . . . . .	324
	D    Astigmatisme . . . . .	324
4	Exercices . . . . .	<b>324</b>

---

## Introduction

Nous étudierons ici les défauts de la vision les plus classiques. Ceux qui se corrigent avec une paire de lunettes.

### 1 Fonctionnement

Commençons par décrire le fonctionnement normal.

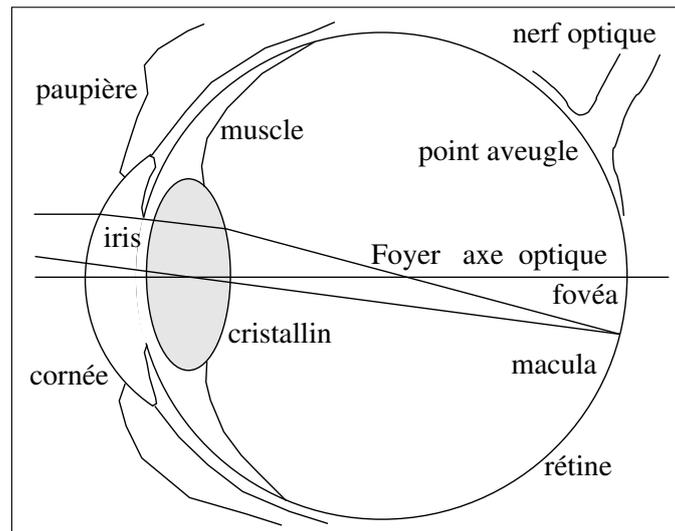


FIGURE 40.1 – Fonctionnement de l'œil.

En principe, le fonctionnement de l'œil est très simple. Nous traiterons le cristallin comme une lentille convergente<sup>1</sup> qui crée une image sur la rétine qui la convertit en impulsions électriques que le nerf optique achemine au cerveau. La focalisation des faisceaux sur la rétine est assurée par la variation de la courbure du cristallin. Celle-ci se fait par l'intermédiaire de muscles en périphérie du cristallin. S'il n'y a pas que celui-ci qui crée la déviation des faisceaux lumineux, puisque la cornée joue aussi un rôle important dans cette celle-ci (l'importance de la contribution de la cornée dans la déviation des faisceaux lumineux est le double de celle du cristallin), seul le cristallin voit sa courbure changer.

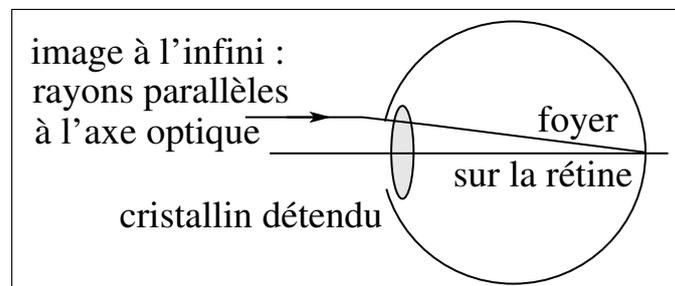


FIGURE 40.2 – La vision lointaine.

En vision lointaine (à l'infini; voir fig. 40.2), le cristallin est détendu. Sa courbure est minimale et son foyer se situe alors sur la rétine. La distance focale est alors égale au diamètre de l'œil. En

1. Comme nous l'avons signalé ailleurs, c'est la combinaison du cristallin et du liquide du corps vitré qui joue le rôle de lentille.

vision rapprochée (voir fig. 40.3), les muscles courbent le cristallin ce qui fait avancer le foyer et permet une focalisation des faisceaux sur la rétine.

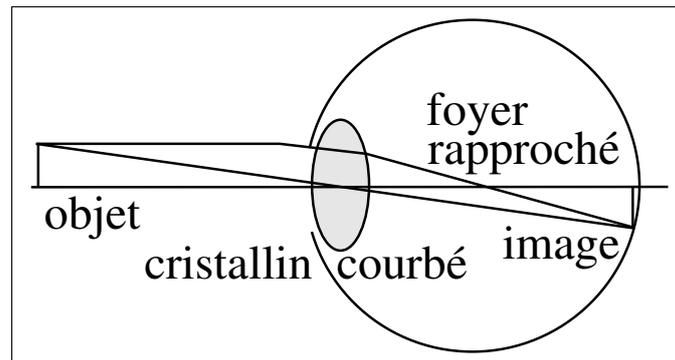


FIGURE 40.3 – La vision rapprochée.

La variation de la courbure du cristallin implique un changement de la distance focale. Ainsi, l'œil est capable de mettre au net une image de l'objet qu'il regarde. Mettre au net signifie que des faisceaux issus d'un unique point de l'objet se retrouvent en un seul point de l'image formée sur la rétine (voir fig. 40.4).

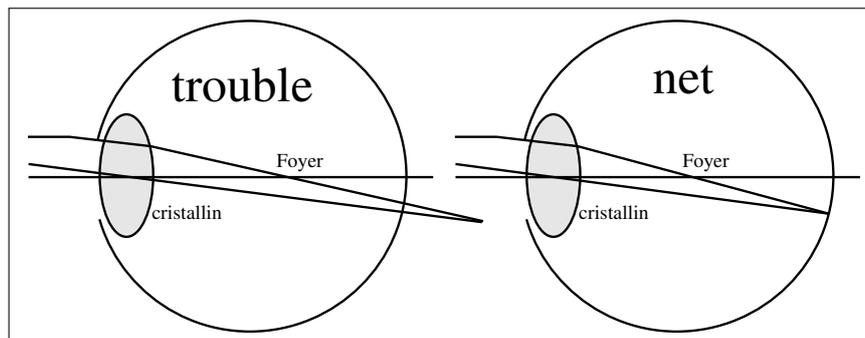


FIGURE 40.4 – Image floue - nette.

La rétine est essentiellement constituée de trois zones (voir fig. 40.1) : la macula, la fovéa et le point aveugle. La macula est la zone qui se trouve dans l'axe optique et permet l'essentiel de la vision directe. Au centre de celle-ci se trouve une zone permettant une vision d'une très grande netteté : la fovéa. Finalement, hors de l'axe optique se trouve une dernière zone dépourvue de récepteurs et d'où part le nerf optique : le point aveugle.

## 2 Principaux défauts

Les principales sont au nombre de quatre :

1. la myopie,
2. l'hypermétropie,
3. la presbytie et
4. l'astigmatisme.

Ces affections touchent le cristallin. On peut les corriger simplement avec des lunettes. Bien entendu, il en existe aussi qui peuvent toucher d'autres parties de l'œil, comme la rétine. Nous ne nous occuperons pas de celles-ci car elles ne touchent pas aux propriétés optiques simples de l'œil.

## A Myopie

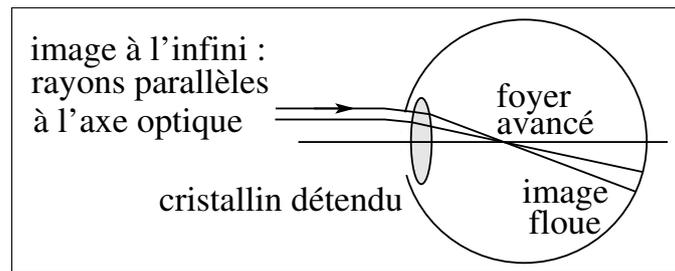


FIGURE 40.5 – L'œil myope.

Elle est due à un œil trop grand. Pour un œil normal, en vision lointaine (à l'infini), les muscles du cristallin se détendent pour amener le foyer sur la rétine. En vision à l'infini, ils sont alors totalement détendus et le cristallin a sa courbure minimale. Chez un myope, comme l'œil est trop grand, quand les muscles sont totalement détendus et que le cristallin a sa courbure minimale, le foyer se trouve à l'intérieur de l'œil et non sur la rétine. Ainsi, l'image d'un point à l'infini est dédoublée sur la rétine (voir fig. 40.5). Il apparaît ainsi trouble.

Le problème de vision des myopes est donc qu'ils ne voient pas net les objets éloignés.

Si on éloigne un objet de l'œil sans modifier la courbure de son cristallin, l'image se rapproche de ce dernier. Ainsi, pour la maintenir sur la rétine, il faut éloigner le foyer, c'est-à-dire diminuer la courbure du cristallin. Tant qu'il peut se détendre pour amener l'image sur la rétine, l'objet sera vu net. Au moment où la courbure est à son minimum, l'objet se trouve en un point appelé *point éloigné* ou *punctum remotum*. Alors, il est encore net. Mais, plus loin, il devient trouble, car son image se rapproche du cristallin sans que celui-ci ne puisse diminuer encore sa courbure pour la replacer sur la rétine.

Ainsi, à partir d'un certain point, le *point éloigné*, et jusqu'à l'infini, les myopes voient trouble.

Pendant l'adolescence, alors que la personne, comme son œil, grandit, la myopie peut s'aggraver. Alors que plus tard il y a peu de modifications.

## B Hypermétropie

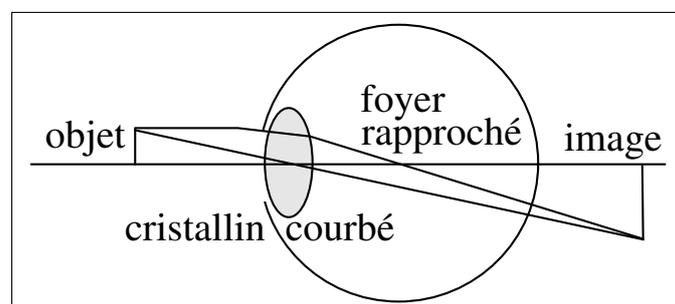


FIGURE 40.6 – L'œil hypermétrope.

Au contraire de la myopie, elle est due à un œil trop petit. Pour un œil normal, en vision rapprochée, les muscles du cristallin se tendent pour amener le foyer en un point tel que l'image formée soit sur la rétine. Chez un hypermétrope, comme l'œil est trop petit, quand les muscles sont totalement contractés et que la courbure du cristallin est à son maximum, le foyer est encore trop loin pour que l'image soit sur la rétine. En réalité, elle se trouve à l'extérieur de l'œil, derrière la rétine.

Ainsi, un unique point de l'objet se trouve dédoublé sur la rétine (voir fig. 40.6). Il apparaît ainsi trouble.

Le problème de vision des hypermétropes est donc qu'ils ne voient pas net les objets proches.

Si on rapproche un objet de l'œil sans modifier la courbure de son cristallin, l'image s'éloigne de ce dernier. Ainsi, pour la maintenir sur la rétine, il faut rapprocher le foyer, c'est-à-dire augmenter la courbure du cristallin. Tant qu'il peut se courber pour ramener l'image sur la rétine, l'objet sera vu net. Au moment où la courbure est à son maximum, l'objet se trouve en un point appelé *point proche* ou *ponctum proximum*. Alors, il est encore au net. Mais, plus près, il devient trouble, car son image s'éloigne du cristallin sans que celui-ci ne puisse augmenter encore sa courbure pour la replacer sur la rétine.

Ainsi, à partir d'un certain point, le *point proche*, et jusqu'à l'œil, les hypermétropes voient trouble.

Il est à noter que même pour un œil normal, un point proche existe. Évidemment le cristallin d'un œil normal a aussi une courbure maximale qui est la même que pour un hypermétrope. Mais comme la taille de l'œil normal est plus grande, la position de l'objet, au moment où le cristallin est totalement courbé, est plus proche que pour un hypermétrope. Bien entendu, passé cette limite, il devient aussi trouble pour l'œil normal. Cette limite se situe pour un œil normal à 25 cm environ. Ainsi, on pourra considérer comme étant hypermétrope une personne qui ne verra pas net les objets à des distance de moins de 25 cm. Typiquement, celles-ci doivent tendre les bras plus que de raison pour lire leur journal.

Les bébés et les petits enfants sont souvent légèrement hypermétropes en raison d'un œil trop petit. Puis au fur et à mesure de leur croissance et de celle de leurs yeux, cela diminue.

## C Presbytie

Elle est dans ses effets analogue à l'hypermétropie. Cependant ses causes sont différentes. Ici, la taille de l'œil est normale, c'est la possibilité de courber le cristallin qui diminue. La raison en est qu'avec l'âge, il durcit.

## D Astigmatisme

C'est un défaut plus complexe. Dans tout ce qui précède, on a considéré que la cornée avait une symétrie circulaire autour de l'axe optique. Normalement, on peut la considérer comme une petite partie d'un ballon de foot parfaitement sphérique. En réalité, la courbure de la cornée peut être plus proche d'une partie d'un ballon de rugby que de celle d'un ballon de foot. Cela implique une courbure qui n'est plus circulaire, mais plutôt cylindrique. Or, l'image d'un point à travers une lentille cylindrique est une droite parallèle à l'axe du cylindre. Ainsi, un œil astigmatique focalise les faisceaux dans un plan parallèle à l'axe du cylindre à une distance différente que ceux dans le plan perpendiculaire à cet axe. L'astigmatique aura donc tendance à voir net les lignes verticales et floues celles qui sont horizontales, par exemple.

# 3 Les corrections

Les corrections peuvent être de trois types : les lunettes, les verres de contact et la chirurgie. Dans ce cours, seuls les deux premiers types seront présentés. Et encore, les verres de contact ne seront présentés qu'à titre d'exercices étant donné leur similitude avec les lunettes (seule change leur distance à l'œil, qui est nulle pour les verres de contact et vaut environ 2 cm pour les lunettes). Signalons aussi que dans ce qui suit les termes de lunette et de lentille sont équivalents, les lunettes étant constitués de lentilles minces. Le terme de lentille ne fait donc pas référence ici aux lentilles

de contact. Si tel devait être cependant le cas, il serait alors bien précisé *lentille de contact* et non simplement *lentille*.

## A Myopie

Comme les myopes ne voient pas net les objets lointains, l'idée est de les rapprocher. Pour cela on utilise une lentille divergente qui va créer une image virtuelle proche de l'œil de ces objets lointains. Plus précisément, à l'aide de la lentille divergente, on va créer une image des objets qui sont à l'infini au point net le plus éloigné du myope, c'est-à-dire à son point éloigné. Ainsi en portant comme lunette cette lentille, on va rapprocher tout les objets qui sont dans la zone trouble du myope dans sa sa zone de vision nette.

Pour savoir quelle lentille il va falloir utiliser, considérons l'exemple suivant : un myope voit bien les objets situés devant lui de  $25\text{ cm}$  à  $7\text{ m}$  ; quelle lentille doit-on lui prescrire pour qu'il puisse voir nettement aussi les objets situés à des distances supérieures à  $7\text{ m}$  ?

Réponse : la lentille doit faire une image d'un objet situé à l'infini au point éloigné du myope. Ainsi il verra nettement les objets éloignés. On a donc la situation suivante :  $d_o = \infty$  et  $d_i = -(7\text{ m} - 2\text{ cm}) = -6,98\text{ m}$ . On doit en effet soustraire à la distance du point éloigné celle des lunettes par rapport à l'œil. En général la lentille se trouve à  $2\text{ cm}$  de l'œil. Donc le point éloigné se trouve à  $6,98\text{ m}$  de la lentille. Le signe négatif de la distance image quant à lui est du au fait que c'est une image virtuelle, c'est-à-dire qu'elle se trouve du même côté que l'objet. La loi des lentilles minces donne alors :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-6,98} \Rightarrow f = -6,98\text{ m} \quad (40.1)$$

car l'inverse de l' $\infty$  vaut zéro.

Ainsi la lentille nécessaire doit avoir une distance focale de  $-6,98\text{ m}$ . Comme celle-ci est négative, on a bien une lentille divergente. Le résultat peut aussi être donné par la puissance de la lentille :

$$P = \frac{1}{f} = \frac{1}{-6,98} = 0,14\text{ D} \quad (40.2)$$

On peut aussi vérifier qu'un objet un peu moins éloigné que l'infini, mais dans la zone trouble du myope aura une image dans sa zone nette : prenons par exemple  $d_o = 20\text{ m}$ . La loi des lentilles minces donne alors :

$$\frac{1}{-6,98} = \frac{1}{20} + \frac{1}{d_i} \Rightarrow \quad (40.3)$$

$$d_i = \left( \frac{1}{-6,98} - \frac{1}{20} \right)^{-1} = -5,17\text{ m} \quad (40.4)$$

$5,17\text{ m}$  de la lentille, c'est-à-dire  $5,19\text{ m}$  de l'œil, distance inférieure à celle du point éloigné.

Par ailleurs, on peut se demander où va se trouver l'image d'un objet qui se trouve déjà dans la zone nette du myope. Par exemple :  $d_o = 5\text{ m}$ . On a alors :

$$\frac{1}{-6,98} = \frac{1}{5} + \frac{1}{d_i} \Rightarrow \quad (40.5)$$

$$d_i = \left( \frac{1}{-6,98} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -2,91\text{ m} \quad (40.6)$$

Ce qui compte tenu de la position des lunettes donne  $2,93\text{ m}$  de l'œil et est encore dans la zone nette du myope.

Par contre, un objet au point proche (normal) situé à une distance  $d_o = 25 \text{ cm}$  de l'œil a une image à une distance :

$$\frac{1}{-6,98} = \frac{1}{0,25 - 0,02} + \frac{1}{d_i} \Rightarrow \quad (40.7)$$

$$d_i = \left( \frac{1}{-6,98} - \frac{1}{0,25 - 0,02} \right)^{-1} = -0,22 \text{ m} \quad (40.8)$$

soit à  $22 \text{ cm}$  des lunettes et à  $24 \text{ cm}$  de l'œil, ce qui n'est plus dans la zone de netteté de l'œil.

On comprends bien que si, grâce aux lunettes, la zone de netteté du myope s'est déplacée vers l' $\infty$ , elle s'est aussi déplacée en vision rapprochée. On peut alors calculer la position d'un objet donnant une image à travers les lunettes qui soit au point proche de  $25 \text{ cm}$ . On a donc :  $d_i = -(25 - 2) = -23 \text{ cm}$  et la loi des lentilles minces donne :

$$\frac{1}{-6,98} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{-0,23} \Rightarrow \quad (40.9)$$

$$d_o = \left( \frac{1}{-6,98} - \frac{1}{-0,23} \right)^{-1} = 0,238 \text{ m} \quad (40.10)$$

de la lentille, c'est-à-dire  $25,8 \text{ cm}$  de l'œil.

Ainsi, la vision nette du myope s'étend à travers ses lunettes entre l' $\infty$  et  $25,8 \text{ cm}$ . Il a beaucoup gagné en netteté pour les objets éloignés, mais il a aussi un tout petit peu éloigné son point proche. Pour un myope jeune, c'est-à-dire pas presbyte, cela me pose pas de problème. Par contre pour un myope âgé, devenu presbyte, cela peut poser quelques problèmes. On verra comment les résoudre par l'utilisation de lunettes à doubles foyers.

## B Hypermétropie

Comme les hypermétropes ne voient pas net les objets rapprochés, l'idée est de les éloigner. Pour cela on utilise une lentille convergente qui va créer une image virtuelle plus éloignée de l'œil des objets qui sont trop proches. Plus précisément, à l'aide de la lentille convergente, on va créer une image des objets qui sont à  $25 \text{ cm}$  de l'œil au point net le plus proche de l'hypermétrope, c'est-à-dire à son point proche. Ainsi en portant comme lunette cette lentille, on va éloigner tout les objets qui sont dans la zone trouble de l'hypermétrope dans sa zone de vision nette.

Pour savoir quelle lentille il va falloir utiliser, considérons l'exemple suivant : un hypermétrope voit bien les objets situés devant lui de  $1 \text{ m}$  à l' $\infty$  ; quelle lentille doit-on lui prescrire pour qu'il puisse voir nettement aussi les objets situés à des distances entre  $1 \text{ m}$  et  $25 \text{ cm}$  ?

Réponse : la lentille doit faire une image d'un objet situé à  $25 \text{ cm}$  au point proche de l'hypermétrope. Ainsi il verra nettement les objets proches. On a donc la situation suivante :  $d_o = 25 - 2 = 23 \text{ cm}$  et  $d_i = -(1 \text{ m} - 2 \text{ cm}) = -0,98 \text{ m}$ . On doit comme précédemment soustraire à chaque distance celle des lunettes par rapport à l'œil, soit  $2 \text{ cm}$ . Le signe négatif de la distance image quant à lui est dû au fait que c'est une image virtuelle, c'est-à-dire qu'elle se trouve du même côté que l'objet. La loi des lentilles minces donne alors :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,23} + \frac{1}{-0,98} \Rightarrow f = 0,30 \text{ m} \quad (40.11)$$

Ainsi la lentille nécessaire doit avoir une distance focale de  $0,30 \text{ m}$ . Comme celle-ci est positive, on a bien une lentille convergente. Le résultat peut aussi être donné par la puissance de la lentille :

$$P = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,30} = 3,33 \text{ D} \quad (40.12)$$

## C Presbytie

Le problème de la simple presbytie est corrigé de la même manière que l'hypermétropie. Par contre un cas intéressant est celui d'un myope qui voit son cristallin durcir avec l'âge et qui devient presbyte. Le problème est alors double. Il faut corriger la vision lointaine et simultanément la vision proche. On a recours pour cela à des lunettes à double foyer. Il s'agit de lunettes convergentes dans leur moitié inférieure, pour corriger la vision proche en position de lecture vers le bas, et de lunettes divergentes dans leur moitié supérieure, pour corriger la vision lointaine en position de vision éloignée vers le haut.

## D Astigmatisme

On corrige l'astigmatisme par des lentilles cylindriques appropriées. Celles-ci viennent se superposer aux lentilles sphériques qui corrigent les autres défauts de l'œil. La forme finale de la lentille est donc assez complexe. Nous n'entrerons pas dans le détail de leur construction.

## 4 Exercices

1. Un myope n'accomode pas au-delà de 2 m. Quelle lentille doit-il utiliser pour voir correctement les objets éloignés ?
2. La rétine d'un œil normal est à 15 mm de son centre optique. Quelle est sa convergence, au repos, et lorsqu'il accomode sur un objet situé à 15 cm ?
3. Précisez le type et la convergence des lentilles de correction à donner à un hypermétrope ne distinguant les objets nettement qu'à partir de 2 mètres, pour qu'il puisse voir correctement dès 25 cm.

# Chapitre 41

## Télescopes et microscopes

### Sommaire

---

1	Combinaisons de lentilles . . . . .	<b>326</b>
	A    La loupe . . . . .	326
	B    La lunette astronomique . . . . .	327
	C    Le microscope . . . . .	327
2	Exercices . . . . .	<b>328</b>

---

## Introduction

Nous allons tout d'abord passer en revue quelques combinaisons de lentilles. Ensuite nous passerons en revue quelques modèles de télescopes.

### 1 Combinaisons de lentilles

Les quelques applications présentées ci-dessous sont données pour autant d'exemples d'applications de la loi des lentilles minces. Elle permettent de se familiariser avec son utilisation dans des cas un peu plus complexes qu'avec une simple lentille produisant une image réelle.

#### A La loupe

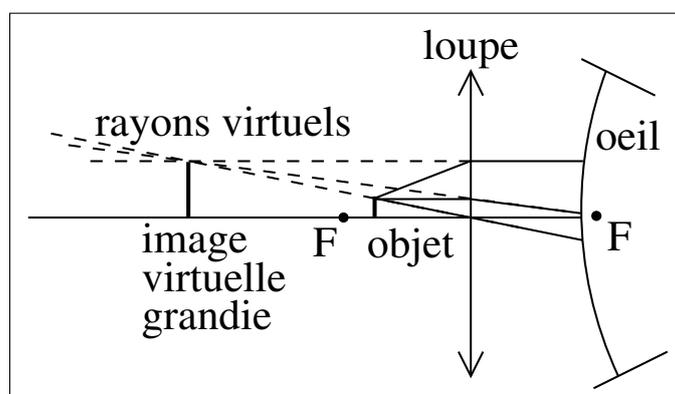


FIGURE 41.1 – Fonctionnement de l'œil.

La figure 41.1 montre le principe de fonctionnement d'une loupe. Il s'agit d'une lentille convergente. On place un objet entre la lentille et son foyer. Les faisceaux partant de cet objet sont alors déviés par la lentille pour rentrer dans l'œil. Cette déviation n'est pas vue par l'œil, qui reconstruit l'objet en une image virtuelle plus grande, comme le montre la figure.

D'un point de vue mathématique, la distance focale est positive, la distance objet aussi, mais la première est plus grande que la seconde. La loi des lentilles minces implique alors une distance image négative, c'est-à-dire une image virtuelle située du côté d'où la lumière vient, du même côté que l'objet.

Pour évaluer le grossissement d'une loupe, il faut déterminer les angles  $\alpha$  et  $\beta$ . Pour cela, on va comparer l'angle sous lequel on peut voir un objet le plus fortement grossi et l'angle sous lequel on voit son image à travers la loupe.

Pour le premier, il faut mettre l'objet le plus près possible de l'œil. Or, il existe une distance à partir de laquelle l'œil ne peut plus voir les objets nets (voir paragraphe B). Ce point se situe pour un œil normal à environ 25 cm. C'est donc à cette distance qu'il faut placer l'objet pour le voir grossi au maximum. Ainsi, dans l'approximation des petits angles, on a :

$$\alpha = \frac{h_{\text{objet}}}{0,25}$$

car les distances sont en mètres.

Pour le second, il faut tout d'abord savoir qu'un œil est totalement détendu quand il regarde à l'infini (voir paragraphe 1). Ainsi, pour que l'œil soit détendu en regardant à travers une loupe, il faut que l'objet soit placé au foyer de la lentille. Car c'est seulement ainsi que les faisceaux qui

parviennent à l'œil sont parallèles et produisent une image à l'infini (considérez la figure 41.1, placez l'objet sur le foyer et retracez les faisceaux principaux). Il faut aussi faire l'hypothèse que l'œil est collé sur la lentille. Alors, comme le faisceau qui passe par le centre de la lentille passe par les sommets de l'objet et de l'image, l'angle soutendu par l'image vaut :

$$\beta = \frac{h_{image}}{d_i} = \frac{h_{objet}}{f}$$

où  $f$  est la focale de la loupe. Ainsi, le grossissement devient :

$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{h_{objet}}{f} / \frac{h_{objet}}{0,25} = \frac{0,25}{f}$$

Ce qui montre que plus la focale de la loupe est petite, plus son grossissement est grand.

## B La lunette astronomique

C'est un instrument d'une complexité optique bien plus importante que la loupe. Une telle lunette peut même être composée de plus de deux lentilles. Ici, nous ne considérerons que le cas de deux lentilles : l'objectif et l'oculaire. La figure 41.2 présente le fonctionnement d'une lunette astronomique.

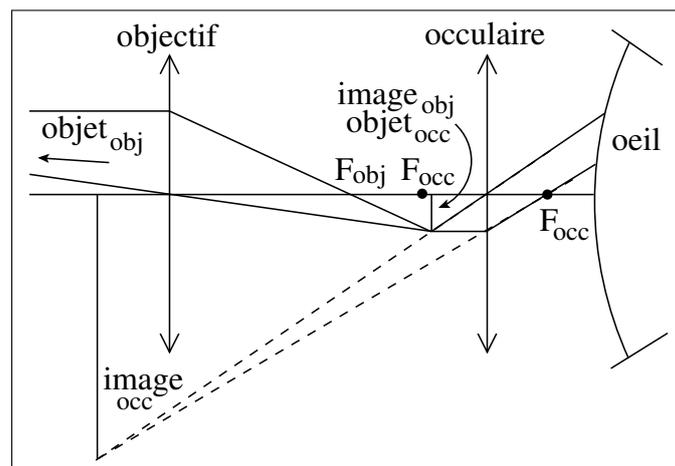


FIGURE 41.2 – La lunette astronomique.

La fonction de l'objectif est de créer une image. Alors que celle de l'oculaire est de la grossir. La position de l'image créée par l'objectif est importante. Comme elle est de très petite taille, il faut la grossir. On la place donc entre le foyer et l'oculaire. Ainsi, celui-ci fait office de loupe.

## C Le microscope

C'est un autre instrument intéressant, mais pour découvrir des bactéries plutôt que des galaxies. Encore une fois, on va se limiter à la description d'un microscope simple pour mieux faire comprendre le principe de son fonctionnement. Celui-ci ne diffère que peu de celui d'une lunette astronomique puisqu'il comporte aussi un objectif et un oculaire qui sert de loupe pour agrandir l'image formée par l'objectif. Mais, comme le montre la figure 41.3, contrairement à la lunette où l'objet est très petit et très éloigné, celui du microscope est très petit, mais très proche. L'objectif ne sert pas pour autant directement de loupe puisque son foyer est plus proche de la lentille que de l'objet. Mais pour le grandir une première fois au maximum, on le place proche du foyer, rendant ainsi son image la plus grande possible. Puis on l'agrandit encore à l'aide de l'oculaire qui, comme

pour la lunette, fait office de loupe. On peut dire enfin que l'ouverture, c'est-à-dire la taille, de l'objectif change entre une lunette et un microscope. En effet, dans le premier cas, on veut recueillir le plus possible de lumière et on cherche donc à avoir une plus grande ouverture possible, donc un grand objectif. Alors que dans le second, par éclairage indirect, on dispose de toute la lumière nécessaire, et ainsi on peut utiliser un objectif plus petit et donc d'une focale plus petite. Cela permet d'agrandir au maximum l'image de l'objectif.

La différence entre la lunette et le microscope tient donc en substance dans la nécessité pour la lunette de pouvoir observer des objets faiblement éclairés, ce qui implique un objectif de grand diamètre, contrairement au microscope qui n'est pas tenu de remplir une telle condition.

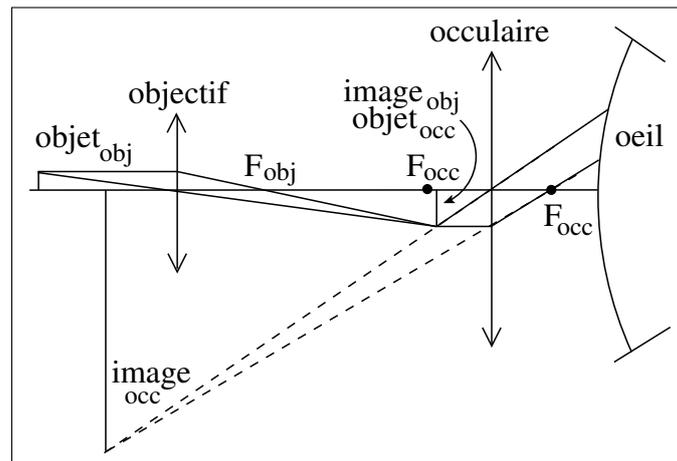


FIGURE 41.3 – Le microscope.

## 2 Exercices

1. Une lunette astronomique comporte deux lentilles convergentes, de 50 cm et de 1,6 cm de distance focale. Elles sont distantes de 51,5 cm. A l'œil nu, la lune est visible sous un angle de 32'. Quelles sont les caractéristiques de l'image de la lune, observée au travers de cette lunette, et quel est son grossissement?
2. Un microscope comporte un objectif formé de deux lentilles accolées, L1 et L2, et un oculaire comportant également deux lentilles accolées, L3 et L4. Ces lentilles, assimilées à des lentilles minces, ont des rayons de courbure ( en mm ) et un indice de réfraction, relatif à l'air, précisés sur le schéma. Déterminez le grossissement commercial de ce microscope.
3. Un microscope est muni d'un objectif de 4 mm de distance focale et d'un oculaire de 30 mm de distance focale. Les deux lentilles sont séparées par 16 cm et l'image finale se forme à 25 cm de l'oculaire.
  - (a) Où se forme l'image créée par l'objectif? :
  - (b) Où se trouve l'objet par rapport à l'objectif? :
  - (c) Quel est le grandissement transversal du microscope?

# **Neuvième partie**

## **Électricité**



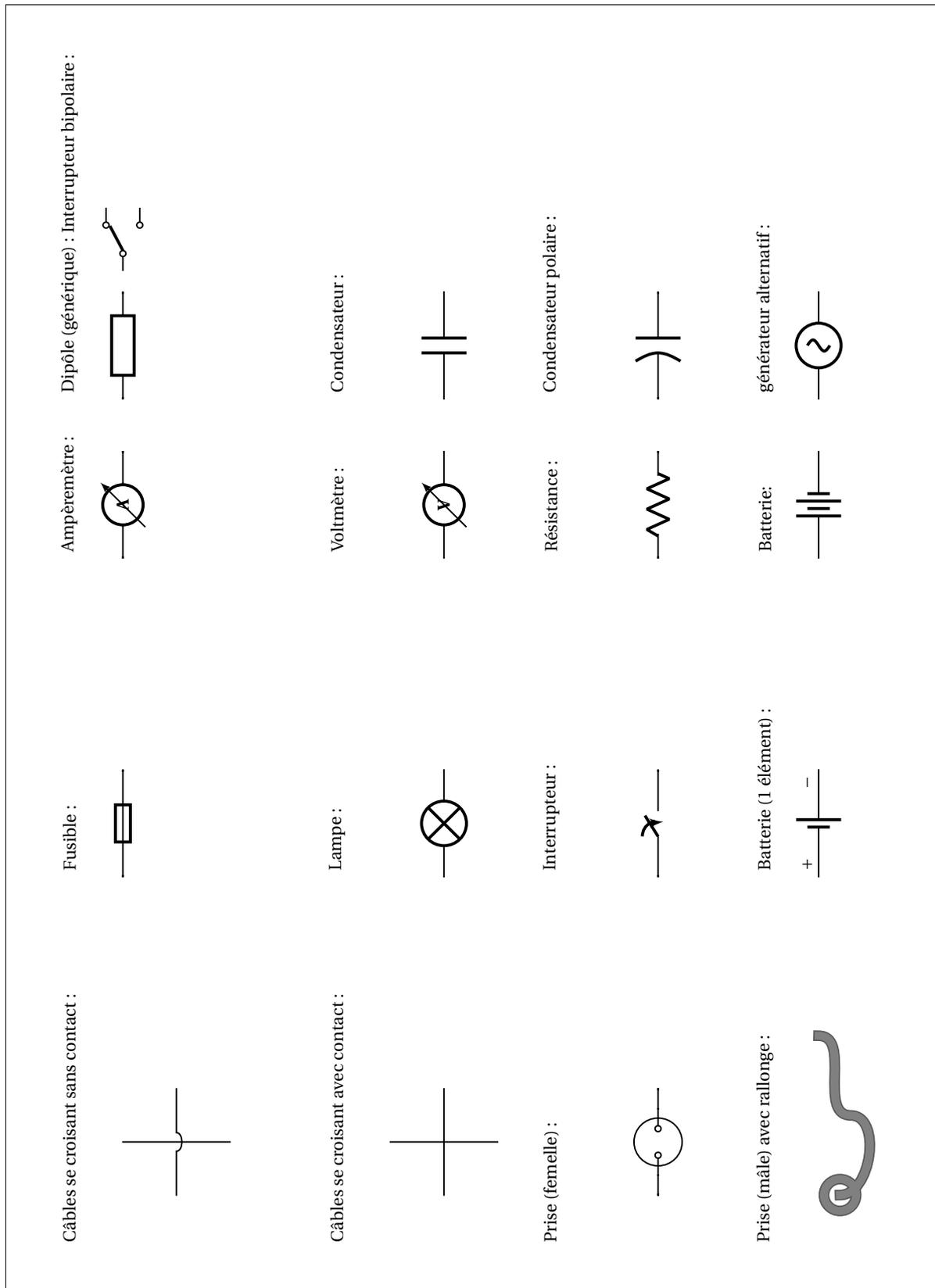


FIGURE 41.4 – Symboles utilisés dans les schémas électriques.



# Chapitre 42

## Électrostatique (base)

### Sommaire

---

1	Observation . . . . .	334
2	Historique . . . . .	334
3	Rappels et précisions . . . . .	334
	A           Modèle atomique et corps chargés électriquement . . . . .	334
4	Exercices . . . . .	334

---

## Introduction

L'électrostatique est l'étude des charges électriques et de leurs effets sans que ces charges soient en mouvement.

### 1 Observation

Si on fait quelques expériences rapides en frottant verre, ambre et plastique avec des fibres diverses (soie, laine, peau de chat ...), nous pouvons alors attirer des petits morceaux de papier, faire dévier un filet d'eau, ...

Nous voyons que dans certains cas, il y a attraction, dans d'autres répulsion.

### 2 Historique

Les grecs signalaient déjà l'existence de forces électrostatiques sans les comprendre.

"elektron" = ambre en grec.

### 3 Rappels et précisions

#### A Modèle atomique et corps chargés électriquement

- Les charges électriques sont de 2 espèces :
  - soit positives : c'est le cas du verre frotté avec un drap,
  - soit négatives : c'est le cas du plastique ou de l'ambre frotté avec une peau ou de la laine.
- Les charges électriques exercent des forces entre elles :
  - Si les charges sont de même signe, elles se repoussent.
  - Si les charges sont de signes opposés, elles s'attirent.
- Un corps initialement neutre, amené au contact d'un corps électrisé prend une charge de même signe que celle de ce corps.
- Les charges portées par les corps électrisés ont leur origine dans les atomes : un atome peut céder ou recevoir des électrons.
  - S'il en cède, il se charge positivement.
  - S'il en acquiert, il se charge négativement.
- Dans un isolant, les électrons circulent difficilement. Dans un conducteur, au contraire, ils circulent facilement.
- Un isolant comme l'ébonite, le plastique, le verre ou l'ambre, s'il est frotté, s'électrise. C'est-à-dire que l'on fait apparaître des charges électriques sur les parties frottées.
- Un conducteur ne peut être électrisé que s'il est tenu par un isolant.

### 4 Exercices

# Chapitre 43

## Courants, circuits

### Sommaire

---

1	Schémas électriques . . . . .	<b>336</b>
	A      Dipôles . . . . .	336
	B      Conventions d'écriture d'un schéma électrique . . . . .	336
	C      Plan du circuit électrique d'une maison . . . . .	337
2	Montages en série et en parallèle . . . . .	<b>339</b>
	A      Montages en série . . . . .	339
	B      Utilisation . . . . .	339
	C      Montages en parallèle . . . . .	340
	D      Logique de blocs . . . . .	340
3	Intensité de courant . . . . .	<b>340</b>
	A      Définition . . . . .	341
	B      Mesure de I . . . . .	342
	C      Lois des intensités de courant dans des montages de plusieurs dipôles .	343
4	Exercices . . . . .	<b>344</b>

---

## Introduction

Une des difficultés majeures dans l'étude de l'électricité, que nous appellerons l'électrocinétique, est que cette étude repose sur nombres d'implicites et de conventions.

Nous étudierons ces conventions et ces implicites dans ce chapitre.

Pour ce faire nous aborderons quelques situations simples et pratiques.

La discussion de ces différentes situations nous permettra d'éclaircir des concepts comme ceux de circuits parallèles et séries.

Nous définirons aussi le "courant électrique".

## 1 Schémas électriques

L'étude des circuits électriques de base repose beaucoup sur l'utilisation de schémas de circuits. Nous allons apprendre ici à lire ces schémas électriques.

### A Dipôles

Par convention, les "fils" électriques transportent l'électricité sans la modifier.

Les "fils" électriques entrant ou sortant d'un "appareil" électrique sont appelés les bornes de cet appareil.

Tous les dispositifs étudiés ici auront deux bornes. Nous parlerons de *dipôles*. (On dit aussi bipôles.)

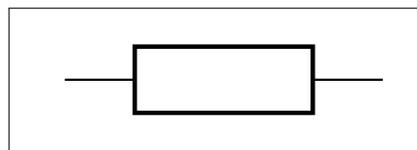


FIGURE 43.1 – Un dipôle.

Nous abordons ici l'électricité, pas l'électronique ! En électronique, on rencontre des dispositifs comme les transistors ayant trois bornes<sup>1</sup>.

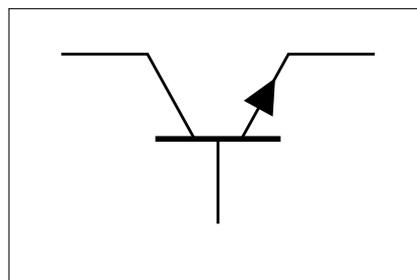


FIGURE 43.2 – Un transistor possède trois bornes.

### B Conventions d'écriture d'un schéma électrique

Pour comprendre ces schémas, il faut connaître leurs conventions.

Voici quelques éléments "standards" dans un circuit électrique de base.

---

1. Ou d'autres avec encore plus de bornes!

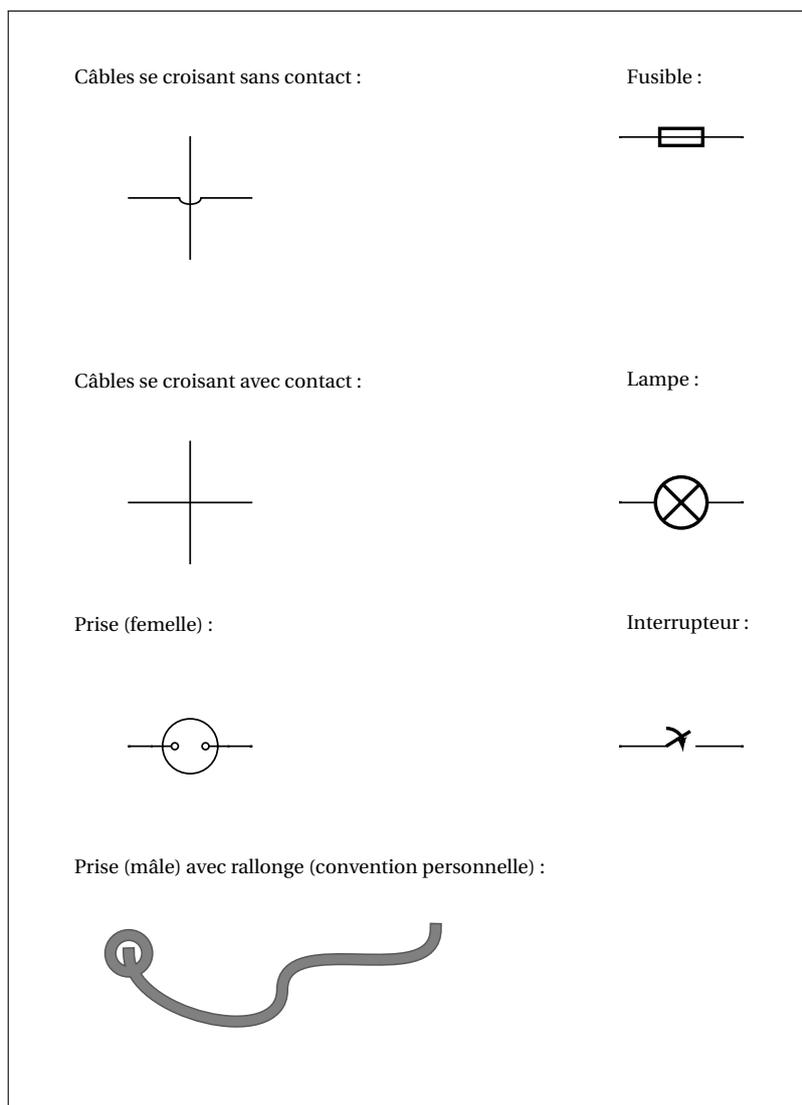


FIGURE 43.3 – Quelques éléments "standards" d'un circuit électrique.

Autant que possible les "fils électriques" et tous les appareils sont alignés soit sur des horizontales soit sur des verticales.

## C Plan du circuit électrique d'une maison

Voici le plan (simplifié) du circuit électrique d'un logement.

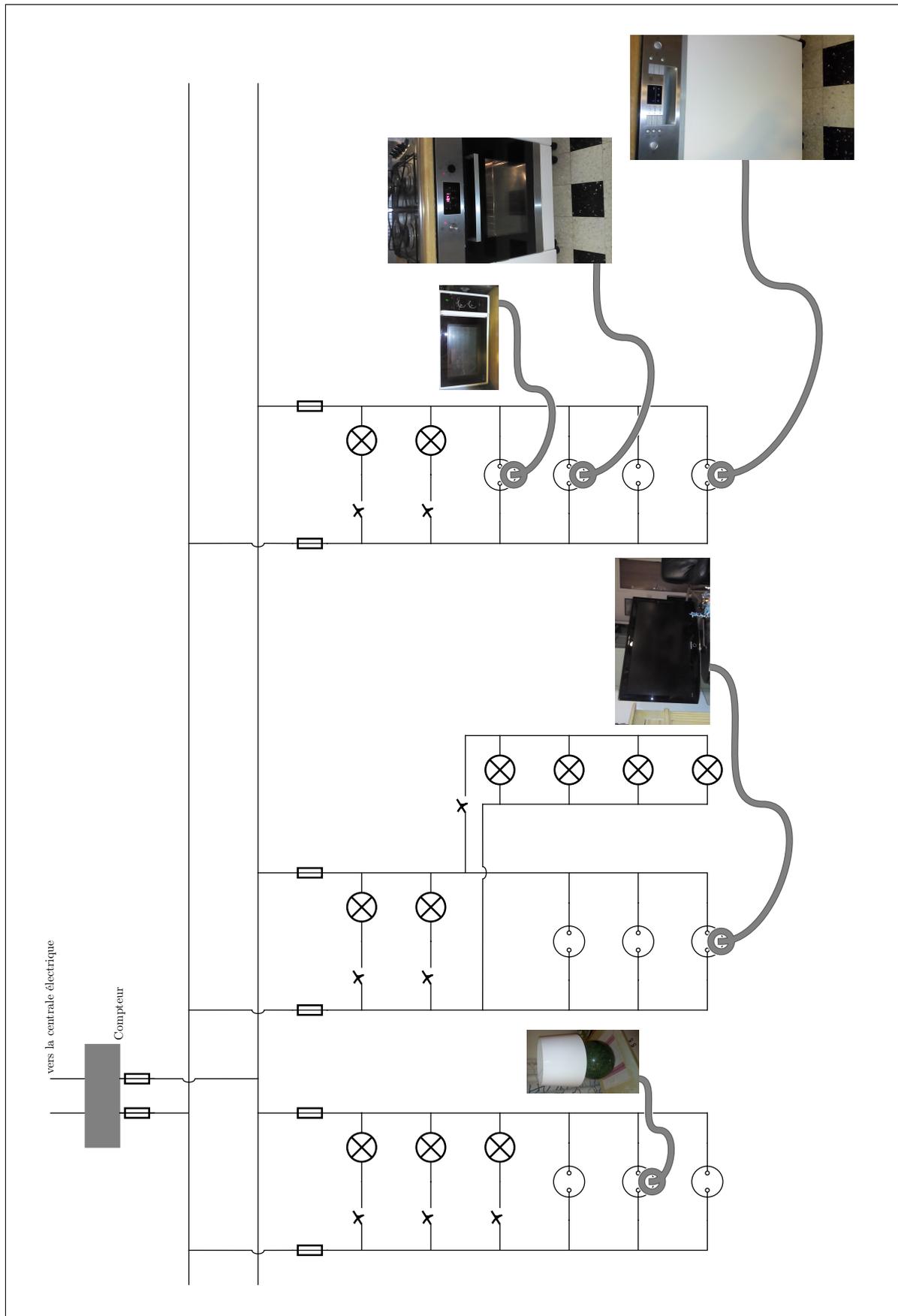


FIGURE 43.4 – Plan du circuit électrique d’une maison.

Indiquez par une couleur le trajet de l’électricité dans différents appareils.

☞ Une ampoule du lustre,

- ☞ une autre ampoule du lustre,
- ☞ une ampoule de la cuisine,
- ☞ la télévision,
- ☞ le four,
- ☞ la lessiveuse.

Comparons ce qui se passe si, dans le séjour, une ampoule du lustre s'éteint (alors que les autres ampoules restent allumées) et s'il y a trop d'appareils électriques fonctionnant en même temps dans une cuisine (le four, le micro onde, la machine à faire la vaisselle, le toaster...) (toute la pièce est plongée dans l'obscurité, mais pas les autres pièces de la maison).

Expliquez ce qui se passe si une ampoule se rompt dans le lustre, à la cuisine, si il y a trop d'appareils à la cuisine ...

## 2 Montages en série et en parallèle

Nous classerons les connexions électriques de deux manières.

(Il y en a d'autres mais nous ne les étudierons pas ici.)

Les appareils électriques "courants" (ex. : télévision, chauffage électrique, lampe, moteur électrique) seront qualifiés de "**récepteurs**".

Les appareils électriques qui "produisent" de l'électricité (nous devons éclaircir ce concept) seront appelés des générateurs.

### A Montages en série

**Définition 67** (Montage en série).

Si des récepteurs sont connectés de manière à ce que la borne de sortie d'un premier soit connectée *directement* à la borne d'un second, nous dirons désormais qu'ils sont **montés en série**.

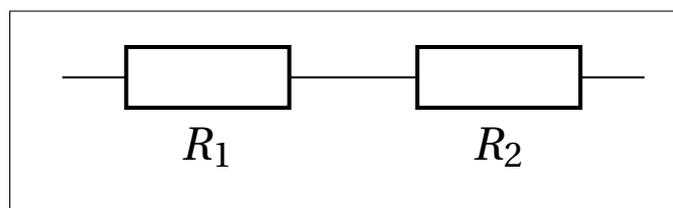


FIGURE 43.5 – Montage en série.

#### a) Conséquence

Si un des récepteurs ne laisse plus passer le courant (nous allons de suite éclaircir ce concept) dans un montage en série, le passage du courant est interrompu dans tout le montage.

### B Utilisation

Les fusibles et les interrupteurs sont montés en série avec les éléments qu'ils doivent contrôler.

## C Montages en parallèle

### Définition 68 (Montage en parallèle).

Si des récepteurs ont leurs bornes d'entrées reliées directement ensemble et qu'il en est de même pour leur borne de sortie, nous dirons désormais qu'ils sont **montés en parallèle**. (On dit aussi en dérivation.)

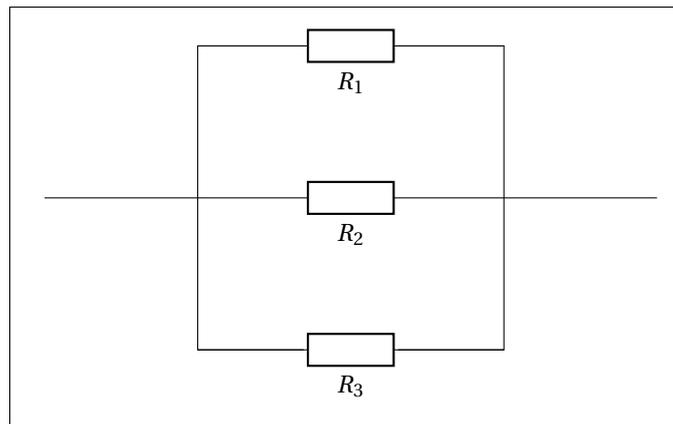


FIGURE 43.6 – Montage en parallèle.

#### a) Conséquence

Si le passage du courant électrique est interrompu dans un des dipôles, le passage du courant *n'est pas* interrompu dans les autres dipôles.

#### b) Utilisation

Les lampes d'un lustre sont montées en parallèle. De même les différentes pièces de la maison sont montées en parallèle les unes par rapport aux autres.

## D Logique de blocs

Des ensembles de dipôles peuvent être considérés comme constituant un "bloc" qui serait lui-même un dipôle.

À titre d'exercice, nous conseillons d'identifier les blocs qui sont montés en parallèle et ceux qui sont montés en série sur le plan de la maison.

## 3 Intensité de courant

Commençons par identifier un générateur sur nos schémas. Essentiellement, nous travaillerons avec des générateurs du type "batterie".

Le symbole suivant représente le générateur. La grande barre mince est la borne + et la petite barre épaisse la borne -.

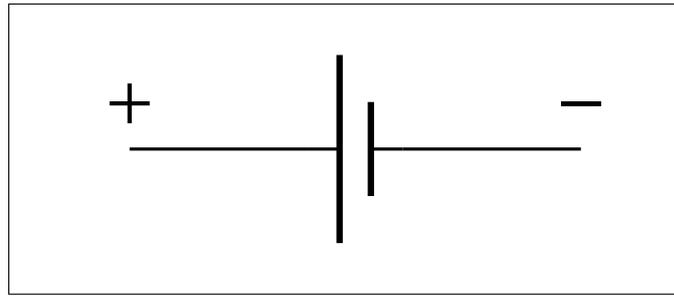


FIGURE 43.7 – Un générateur (type batterie).

## A Définition

Le courant électrique est un déplacement de charges électriques. Nous nous limiterons au cas de déplacement d'électrons se déplaçant à l'extérieur du générateur de la borne - vers la borne + du générateur.

**ATTENTION** : Le **sens conventionnel du courant** est du + vers le - dans le circuit.

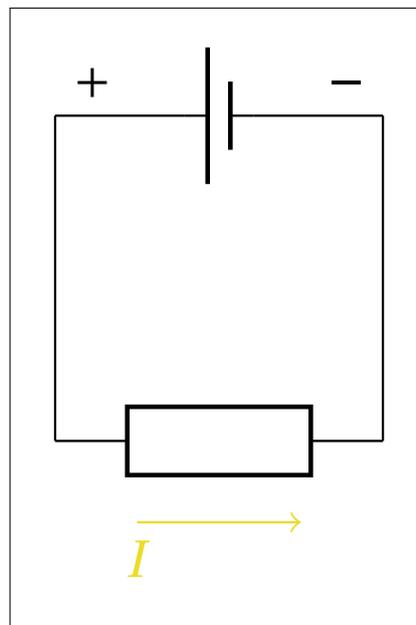


FIGURE 43.8 – Circuit avec un générateur et un récepteur.

Selon qu'il y ait beaucoup ou peu de charges traversant le fil en un temps donné, on dira que le courant est plus ou moins **intense**.

**Définition 69** (Intensité du courant électrique).

L'intensité du courant électrique en un point donné d'un conducteur est la quantité de charge électrique totale qui traverse par seconde la section du conducteur en ce point.

$$I = \frac{q}{t} \quad (43.1)$$

où

- **I** : intensité du courant électrique (Ampère : A)
- **q** : charge électrique traversant la section du conducteur (coulomb : C)
- **t** : la durée pendant laquelle la charge traverse le conducteur (s) .

**a) Remarque**

La charge d'un électron est approximativement de  $1,6 \cdot 10^{-19} C$ . Ce qui signifie que si un courant d'intensité égale à un ampère traverse un conducteur, alors, en une seconde, c'est approximativement **6 milliards de milliards d'électrons** qui sont passés en une seconde par une section de ce conducteur.

**b) Analogie avec un débit**

Une analogie souvent utilisée pour expliquer l'intensité de courant est celle d'un débit.

**B Mesure de I**

Pour mesurer l'intensité de courant, l'appareil utilisé s'appelle un ampèremètre. Il faut l'insérer dans le circuit, c'est-à-dire le monter en série avec l'élément du circuit pour lequel on veut connaître l'intensité de courant.

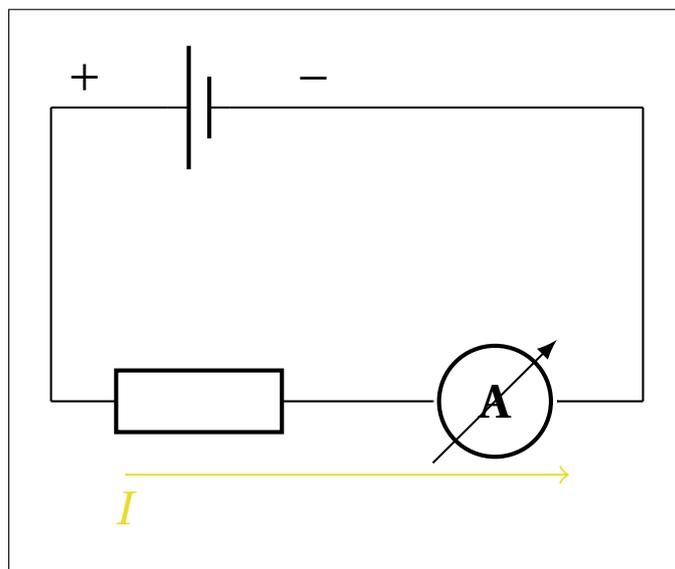


FIGURE 43.9 – Mesure avec l'ampèremètre.

*Remarque 12* (Résistance d'un ampèremètre).

Un ampèremètre a une résistance <sup>a</sup> (presque) nulle. Il "laisse" circuler le courant sans le modifier.

<sup>a</sup>. Nous expliciterons ce concept plus loin.

## C Lois des intensités de courant dans des montages de plusieurs dipôles

### a) Montages en série

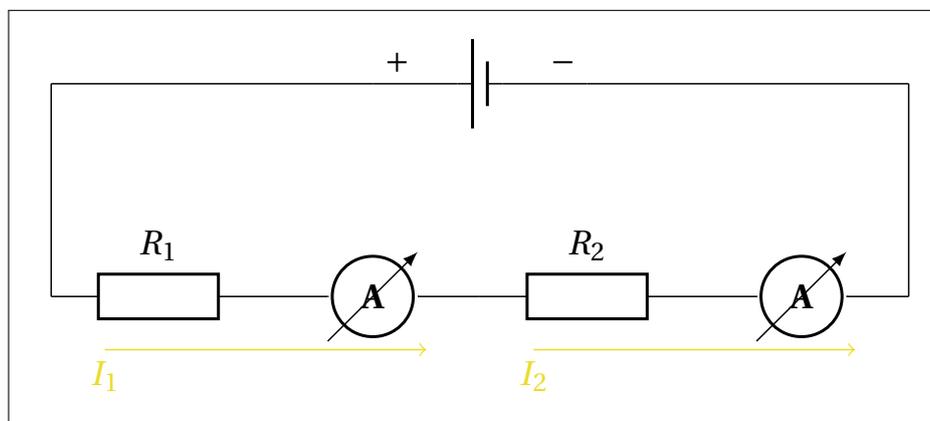


FIGURE 43.10 – Intensités de courants dans un circuit en série.

**Loi 22** (Intensités de courant dans un montage en série).

*L'intensité de courant est identique en tout point d'un circuit de un ou plusieurs récepteurs montés en  $\Sigma$ .*

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots \quad (43.2)$$

### b) Montages en parallèle

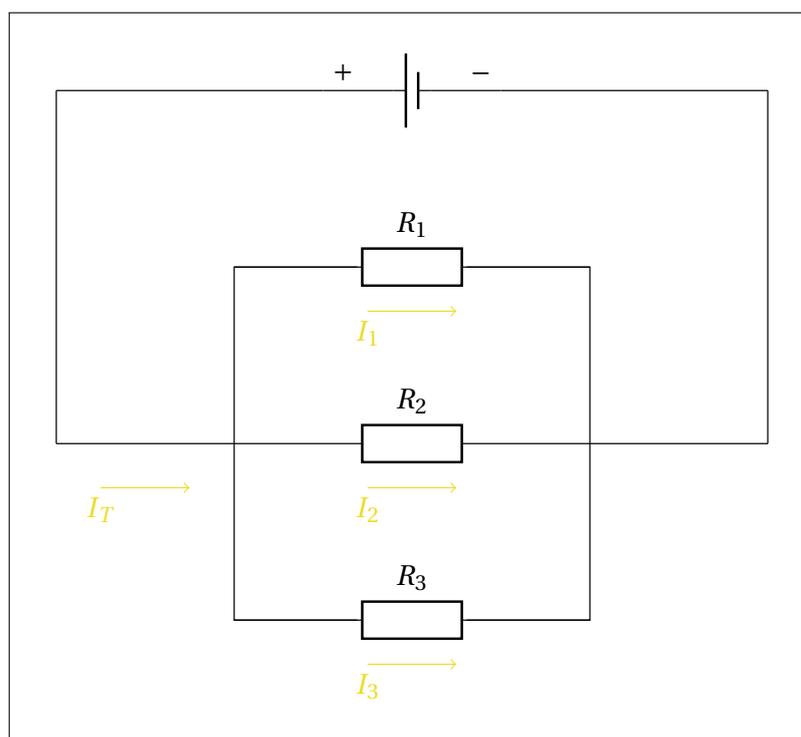


FIGURE 43.11 – Intensités de courant dans un circuit en parallèle.

**Loi 23** (Intensités de courant dans un montage en parallèle).

*L'intensité de courant totale d'un circuit constitué d'éléments montés en parallèle est égale à la somme des intensités des courants traversant chaque dipôle.*

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \dots \quad (43.3)$$

## 4 Exercices

# Chapitre 44

## Énergie électrique : le kWh

### Sommaire

---

1	Énergie et électricité . . . . .	<b>346</b>
	A    Energie, puissance . . . . .	346
	B    Watt et kilowattheure . . . . .	346
	C    La facture d'électricité . . . . .	347
2	Exercices . . . . .	<b>347</b>

---

## Introduction

Les mêmes électrons qui entrent dans le circuit électrique de la maison en sortent. Contrairement au gaz, au mazout ou à l'eau, ils ne sont pas consommés.

Pourquoi devons nous payer une facture d'électricité?

Nous allons ici discuter de l'énergie électrique.

## 1 Énergie et électricité

Nous avons vu que l'énergie existe sous différentes formes qui peuvent se transformer l'une en l'autre. L'unité d'énergie est le **joule (J)**.

L'énergie électrique s'exprimera, comme les autres formes d'énergies, en joule.

Le joule est aussi l'unité du **travail**.

Rappel : Le travail = force · déplacement

Le travail est désigné par le symbole W.

### A Energie, puissance

Rappel : Si un travail est effectué pendant un certain temps, nous parlons de **puissance**.

$$P = \frac{W}{t} \quad (44.1)$$

La puissance est le travail effectué par unité de temps.

où

- P = la puissance (W),
- W = le travail (J),
- t = la durée (s).

Qu'il s'agisse de produire ou de consommer de l'énergie et donc du travail pendant un certain temps, nous parlerons de puissance produite ou consommée.

La puissance est l'énergie produite ou consommée par unité de temps.

### B Watt et kilowattheure

Rappelons que l'unité de puissance est le watt (W).

ATTENTION : ne pas confondre travail W et unité de puissance W

$$1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}} \quad (44.2)$$

1 watt = 1 joule par seconde.

Ex. : Un chauffage électrique de 500 W utilisera en 1 minute 30 000 J d'énergie électrique et transformera ces 30 000 J en chaleur.

Les électriciens utilisent une unité qui leur est particulière car pratique à l'usage : le **kilowatt-heure (kWh)** :

**kilowattheure (kWh)** = énergie (produite ou consommée) par une machine de 1 kW de puissance en 1 h (càd 3600 s)

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \times 10^6 \text{ J} \quad (44.3)$$

## C La facture d'électricité

La facture d'électricité est calculée en kilowattheure. Le prix du kilowattheure était de 0,16 € / kWh en 2002 et est de 0,28 € / kWh en 2021.

Ex. : Un lustre compte 6 lampes de 25 W et une ampoule de 100 W. Calculez l'énergie consommée pendant 10 h. Quel était le coût en 2002?

Sol. :

$$P = 6 \cdot 25 + 100 = 250 \text{ W} = 0,25 \text{ kW}$$

$$E = W = P \cdot t = 0,25 \text{ kW} \cdot 10 \text{ h} = 2,5 \text{ kWh}$$

$$\text{Prix} = 2,5 \text{ kWh} \cdot 0,16 \text{ e/kWh} = 0,40 \text{ e}$$

## 2 Exercices



# Chapitre 45

## Différence de potentiel

### Sommaire

---

1	Expérience . . . . .	<b>350</b>
	A    exemples . . . . .	351
2	Définition . . . . .	<b>351</b>
	A    unité . . . . .	351
	B    Analogie . . . . .	351
3	Mesure . . . . .	<b>351</b>
4	Application . . . . .	<b>352</b>
5	Exercices . . . . .	<b>352</b>

---

## Introduction

Nous savons que les disjoncteurs (les fusibles) sont là pour empêcher qu'une intensité de courant trop importante ne traverse les fils.

Par exemple si nous connectons trop d'appareils dans la cuisine.

Nous savons que si les appareils sont connectés en parallèle, il nous faudra additionner les intensités passant dans chaque appareil.

Mais comment prévoir et calculer l'intensité de courant passant dans chaque appareil?

Nous pourrions certes connecter un ampèremètre à chaque appareil mais ce n'est clairement pas le cas dans notre cuisine!

## 1 Expérience

Connectons à un même générateur (le secteur 230 V) des ampoules différentes à l'aide d'un interrupteur qui nous permet de connecter une ampoule à la fois. Mesurons alors l'intensité de courant passant dans chaque ampoule.

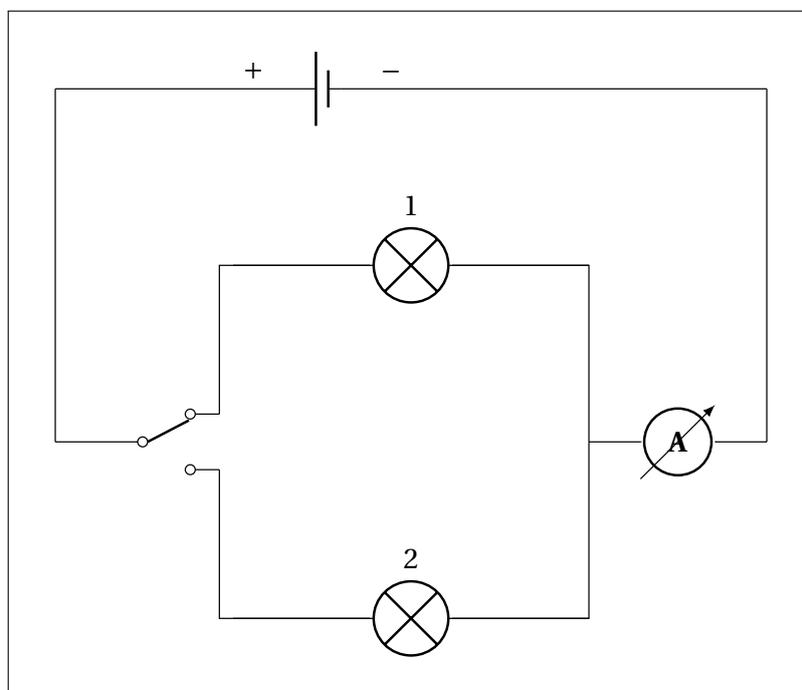


FIGURE 45.1 – Mesure de  $I$  dans deux lampes.

Sur chaque ampoule est inscrite la puissance de celle-ci (en Watt).

Faisons un tableau reliant la puissance  $P$  (W), l'intensité  $I$  (A) et leur rapport  $P/I$ .

	$P$ (W)	$I$ (A)	$P/I$
1	5	0,022	227,3
2	25	0,109	229,3

TABLE 45.1 – Puissance et intensité de courant dans différentes lampes.

Nous remarquons que le rapport  $P/I$  est quasiment le même pour toutes les ampoules.

Il en serait de même pour tous les appareils électriques : four, grille-pain...

Ce rapport est appelé la tension (aux bornes, soit du générateur, soit du récepteur).

La valeur de la tension aux bornes du générateur est identique à celle aux bornes d'un seul appareil connecté à ce générateur ou aux bornes de plusieurs appareils connectés en //.

## A exemples

Piles 4,5V

## 2 Définition

**Définition 70** (Tension électrique).

La tension aux bornes d'un récepteur (=différence de potentiel aux bornes de ce récepteur) est la puissance consommée par cet appareil par unité d'intensité de courant parcourant l'appareil.

$$U = \frac{P}{I} \quad (45.1)$$

où

- U = la tension électrique (V),
- P = la puissance (W),
- I = l'intensité de courant électrique (A).

*Remarque 13.* "Tension" et "différence de potentiel" sont deux synonymes.

Dans le langage usuel, on emploie aussi souvent le mot "*voltage*" pour désigner la tension.

## A unité

Le volt (V)

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ W}}{1 \text{ A}}$$

## B Analogie

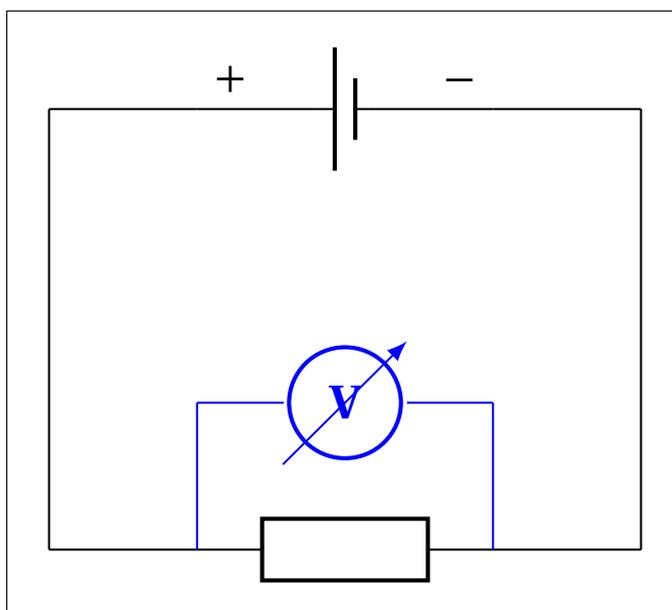
La tension reflète la quantité d'énergie "ajoutée" ou "soustraite" aux charges électriques lors du passage dans un dipôle.

Si l'intensité de courant pouvait être comparée à un débit d'eau, la tension peut être comparée à la pente entre l'entrée et la sortie d'une canalisation. Il faut une pompe (un générateur) pour faire monter l'eau. Une descente va permettre de faire tourner un moulin (un récepteur).

## 3 Mesure

L'appareil utilisé pour la mesure de la tension s'appelle le "*voltmètre*".

La mesure de la tension se fait toujours en parallèle.

FIGURE 45.2 – Mesure de  $U$  entre les deux bornes d'un dipôle.

Si nous reprenons l'analogie "hydraulique", cette mesure de la tension correspond à mesurer une "différence de hauteurs" : une hauteur en entrée, une hauteur en sortie.

Cette image nous aide à comprendre le terme "différence de potentiel" si nous pensons à l'"énergie potentielle (de gravité)".

Le gain, ou la perte, de tension se mesure à priori dans le sens du courant.

La fourniture d'énergie (par un générateur) contribuera à une différence de potentiel positive, la consommation d'énergie électrique (par un récepteur), elle, à une différence de potentiel négative.

## 4 Application

$$230V = \frac{1100W}{X \cdot A}$$

$$X = \frac{P}{U} = \frac{1100W}{230V} = 4,8A$$

## 5 Exercices

# Chapitre 46

## Association de générateurs

### Sommaire

---

1	Montages en série et en parallèle . . . . .	<b>354</b>
	A    Montages en série . . . . .	354
	B    Montages en parallèle . . . . .	355
2	Applications . . . . .	<b>356</b>
3	Exercices . . . . .	<b>356</b>

---

## Introduction

Lorsque nous ouvrons une lampe de poche, un appareil photo numérique, une radio, un lecteur de mp3, ... plusieurs piles sont souvent dans le boîtier. Pourquoi sont-elles connectées comme elles le sont?

### 1 Montages en série et en parallèle

#### A Montages en série

Si nous montons en série des piles, plus nous rajoutons des piles, plus la lampe qui y sera connectée brillera.

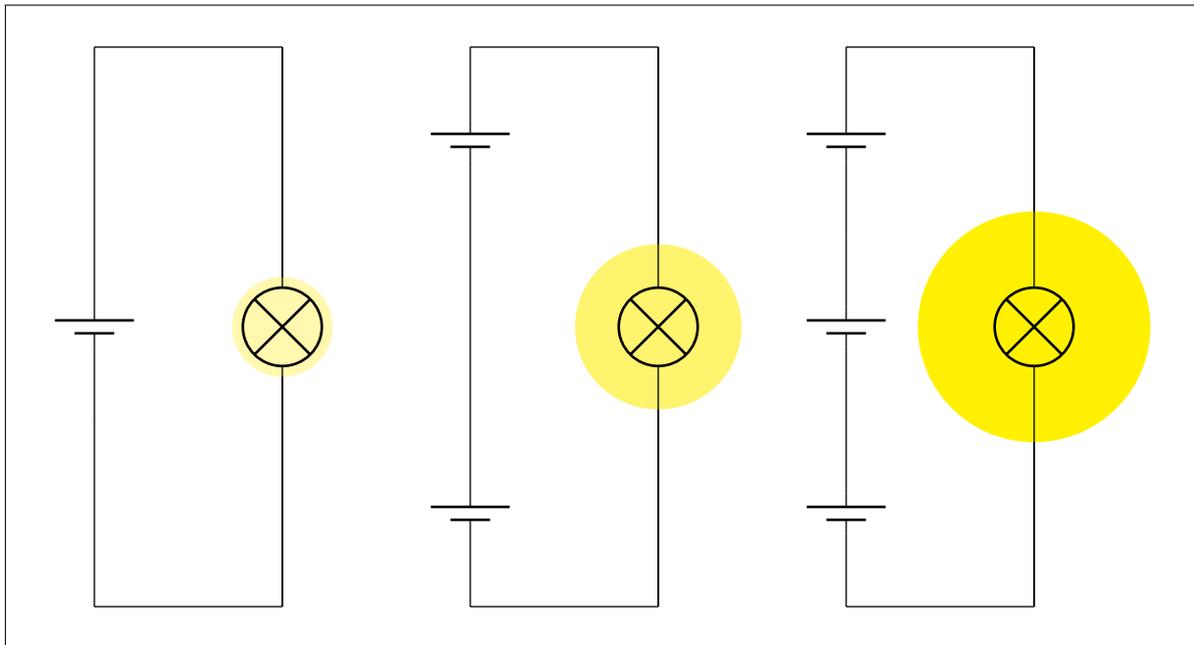


FIGURE 46.1 – L'ajout de batteries augmente la puissance dissipée par la lampe.

C'est-à-dire que la lampe dissipera de plus en plus d'énergie lumineuse.

Si la luminosité de l'ampoule augmente, c'est que la puissance dissipée par l'ampoule augmente.

Rappelons que la tension est égale à la puissance divisée par le courant.

$$U = \frac{P}{I} \quad \Leftrightarrow P = U \cdot I \quad (46.1)$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \quad (46.2)$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \quad (46.3)$$

$$P_3 = U_3 \cdot I_3 \quad (46.4)$$

$$P_T = U_T \cdot I_T \quad (46.5)$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 \quad (46.6)$$

$$U_T \cdot I_T = U_1 \cdot I_1 + U_2 \cdot I_2 + U_3 \cdot I_3 \quad (46.7)$$

Dans le cas d'un circuit en série, on peut écrire :

$$I_T = I_1 = I_2 = I_3$$

Et donc :

$$U_T \cdot I_T = (U_1 + U_2 + U_3) \cdot I_T \quad (46.8)$$

$$U_T = U_1 + U_2 + U_3 \quad (46.9)$$

Montées en série des piles donnent une tension de plus en plus élevée.

La tension générée par des piles montées en série est égale à la somme des tensions individuelles de chaque pile.

$$U_T = U_1 + U_2 + U_3 + \dots \quad (46.10)$$

## B Montages en parallèle

Si nous montons en parallèle des piles et que nous mesurons l'intensité de courant, celle-ci augmente clairement avec le nombre de piles.

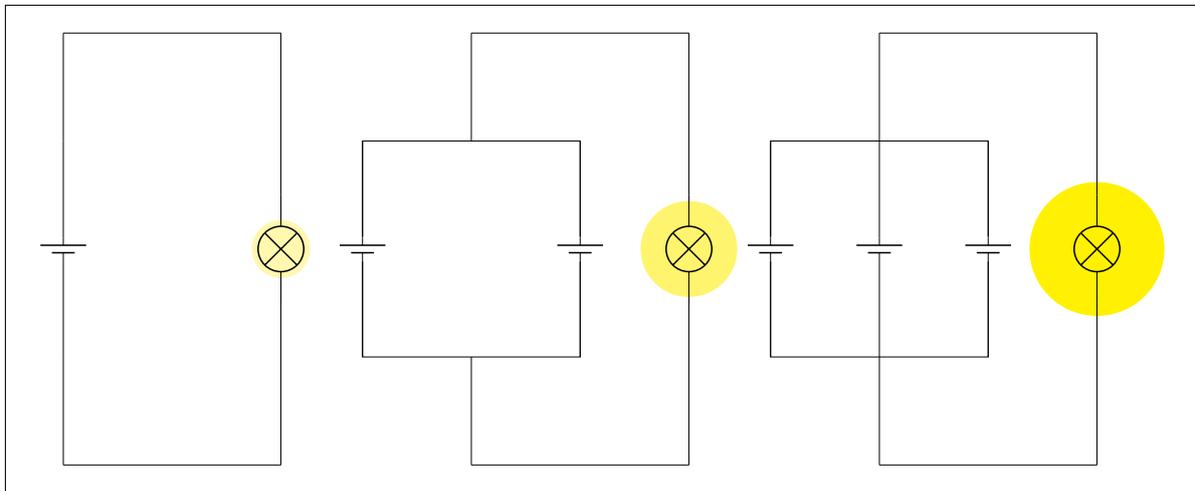


FIGURE 46.2 – L'ajout de batteries en parallèle augmente la puissance dissipée par la lampe.

Si la luminosité de l'ampoule augmente, c'est que la puissance dissipée par l'ampoule augmente et donc que la tension à ses bornes augmente.

$$P = U \cdot I \quad (46.11)$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 \quad (46.12)$$

$$P_T = U_1 I_1 + U_2 I_2 + U_3 I_3 \quad (46.13)$$

En parallèle, les tensions sont toutes égales.

$$U_T = U_1 = U_2 = U_3 \quad (46.14)$$

Donc :

$$P_T = U_T (I_1 + I_2 + I_3) \quad (46.15)$$

$$U_T I_T = U_T (I_1 + I_2 + I_3) \quad (46.16)$$

En conséquence :

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \quad (46.17)$$

L'intensité de courant par des piles montées en parallèles est égale à la somme des intensités de courant générées individuellement par chaque pile.

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \dots \quad (46.18)$$

## 2 Applications

L'ajout de batterie dans n'importe quel appareil portable nous permet de voir que ces stratégies sont utilisées partout.

Dans des lampes torches, les batteries sont souvent montées en série pour augmenter le voltage.

Dans d'autres appareils (télécommandes, ...), les montages série et parallèle sont souvent combinés.

## 3 Exercices



# Chapitre 47

## La loi d'Ohm

### Sommaire

---

1	La loi d'Ohm . . . . .	<b>358</b>
2	Application . . . . .	<b>359</b>
	A    Exemples . . . . .	359
	B    Résistance électrique et électrocution . . . . .	360
3	Résistances en parallèle et en série . . . . .	<b>361</b>
	A    Résistances en série . . . . .	361
	B    Montages en parallèle . . . . .	362
	C    Circuits mixtes . . . . .	363
4	Exercices . . . . .	<b>363</b>

---

## Introduction

Pourquoi les appareils électriques sont-ils munis d'une prise de terre? Pourquoi nous est-il recommandé de ne pas toucher de prises, d'interrupteur ou tout appareil électrique lorsque nous sommes mouillés?

Tout cela, c'est "la faute à" la loi d'Ohm!

### 1 La loi d'Ohm

Ici, nous nous concentrerons sur une propriété des récepteurs appelée la résistance. Un récepteur qui n'a "que" cette propriété est alors appelé une *résistance*.

Les résistances ont un symbole qui leur est propre.

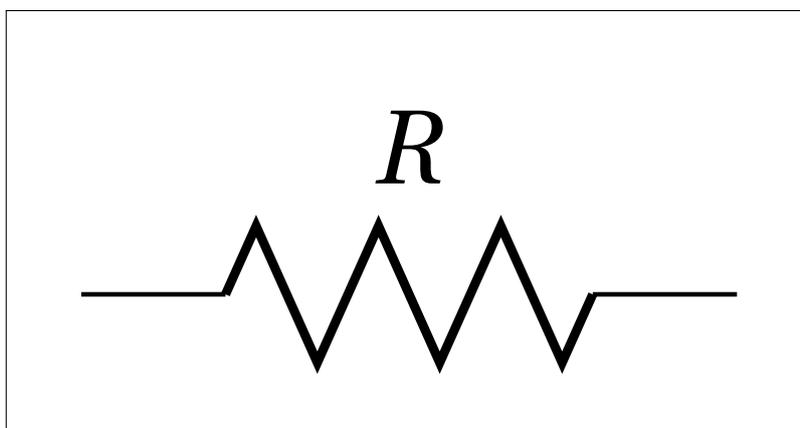


FIGURE 47.1 – Symbole de la résistance  $R$ .

Mesurons simultanément la tension et l'intensité de courant pour un récepteur donné et faisons varier la tension  $U$ .

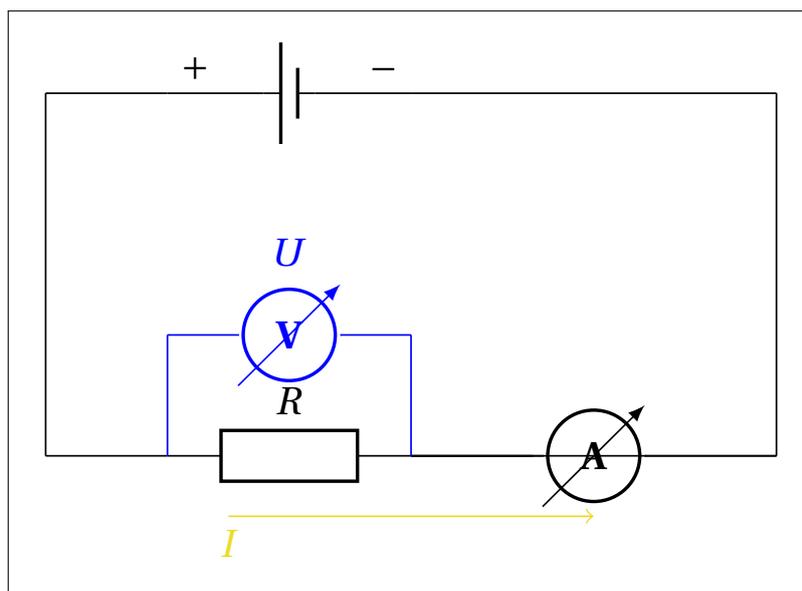


FIGURE 47.2 – Mesure simultanée de  $U$  et de  $I$  dans le récepteur  $R$ .

Nous nous rendons compte que le rapport  $\frac{U}{I}$  est constant.

**Définition 71** (Résistance électrique). Le rapport  $\frac{U}{I}$  est appelé la résistance du dipôle. Elle est représentée par la lettre R et son unité est l'ohm ( $\Omega$ ).

$$R = \frac{U}{I} \quad (47.1)$$

où

- R = la résistance électrique ( $\Omega$ ),
- U = la tension aux bornes du dipôle (V),
- I = l'intensité de courant dans le dipôle (A).

La résistance est une mesure de l'opposition du récepteur au passage du courant.

### a) Le triangle magique

Pour utiliser la loi d'Ohm, on a souvent recours au "triangle magique".

Cette astuce mnémotechnique permet de calculer une des trois valeurs (U, I ou R) si on connaît les deux autres. Dans la figure reprise ici,  $V = U$ .

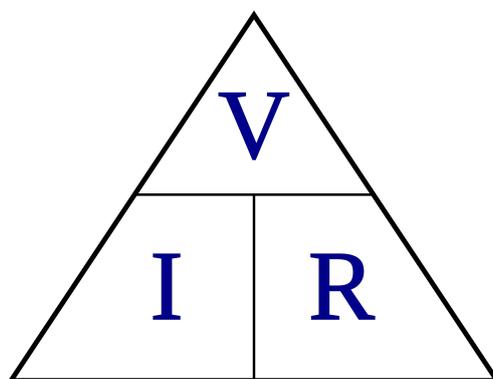


FIGURE 47.3 – Le triangle magique de la loi d'Ohm :  $V = U$

Il suffit de cacher la valeur inconnue pour avoir la formule nécessaire à calculer celle-ci. Par exemple, si je cherche I, je cache I avec mon doigt et je vois de suite que  $I = \frac{U}{R}$ .

## 2 Application

Tous les matériaux ont une résistance propre. Selon leur géométrie et les matériaux dont ils sont constitués, les récepteurs ont une résistance qui peut être calculée.

### A Exemples

#### a) Résistances typiques d'appareils électriques

Appareils	Résistance
Cordelière en fils de cuivre (section $1,5 \text{ mm}^2$ , longueur 5 m)	0,057 $\Omega$
Cordelière ( <b>un</b> fil de cuivre) (section $2,5 \text{ mm}^2$ , longueur 100 m)	0,068 $\Omega$
Pièce chauffante d'un réchaud de 2000 W	24 $\Omega$
filament d'une ampoule de 40 W	1200 $\Omega$

**b) Résistance du corps humain**

corps humain	Résistance
totalité (des pieds à la tête)	500 $\Omega$
bout du doigt, sec	50 000 $\Omega$
main (sèche)	500 $\Omega$
main (mouillée)	100 $\Omega$
chaussure (sèche)	100 000 $\Omega$
chaussure (mouillée)	$\approx 0 \Omega$

**B Résistance électrique et électrocution**

Si, maintenant, nous imaginons toucher accidentellement un fil électrique dénudé ou un appareil électrique défectueux, nous pouvons estimer l'intensité de courant qui va parcourir notre corps.

**a) Sec**

La résistance totale sera la somme des résistances individuelles : main + corps + soulier

$$500 \Omega + 500 \Omega + 100\,000 \Omega = 101\,000 \Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{230\text{V}}{101\,000 \Omega} = 0,0023 \text{ A}$$

Nous ressentirons quelques picotements désagréables sans plus.

**b) Mouillé**

$$500 \Omega + 500 \Omega + 0 \Omega = 1000 \Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{230\text{V}}{1000 \Omega} = 0,23 \text{ A}$$

Nous serons électrocutés et risquons la mort!

**c) Loi de Pouillet**

Si un volume de matériau a le volume d'un prisme droit (cylindre, parallélépipède, rectangle, ...), la résistance de l'objet est fournie par la loi de Pouillet :

**Loi 24** (Loi de Pouillet).

$$R = l \frac{\rho}{s} \quad (47.2)$$

où

- $R$  = la résistance de l'objet ( $\Omega$ ),
- $l$  = la longueur de l'objet (m),
- $s$  = la surface de la section<sup>a</sup> ( $\text{m}^2$ ),
- $\rho$  = la résistivité spécifique du matériau ( $\Omega \text{ m}$ ).

a. La section correspond aux bornes d'entrée et de sortie du volume.

### 3 Résistances en parallèle et en série

Nous allons étudier ici les assemblages de résistances selon les deux types de montages que nous connaissons.

Comment estimer l'effet global de deux, trois (ou plus) résistances montées en série ou en parallèle? Quelle sera la valeur de la résistance équivalente?

#### A Résistances en série

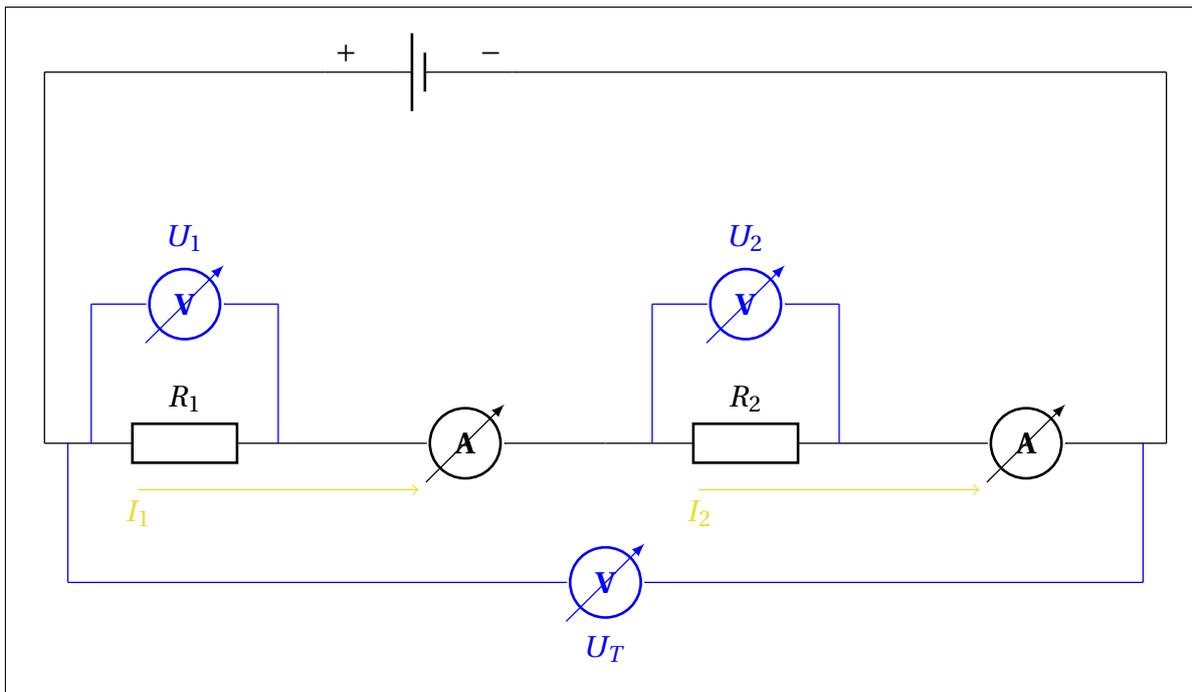


FIGURE 47.4 – Mesure des  $U$  et des  $I$  dans un montage en série .

Dans des montages en série, il faut additionner les tensions des composants pour trouver la tension totale :

$$U_T = U_1 + U_2 + \dots \quad (47.3)$$

Partons de la loi d'Ohm :

$$U = R \cdot I \quad (47.4)$$

En utilisant la relation 47.3, 47.4 devient

$$R_T \cdot I_T = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 + \dots \quad (47.5)$$

Souvenons nous que dans les circuits en série, les intensités de courant sont constantes :

$$I_T = I_1 = I_2 = \dots \quad (47.6)$$

La relation 47.5 peut alors s'écrire :

$$R_T \cdot I_T = R_1 \cdot I_T + R_2 \cdot I_T + \dots \quad (47.7)$$

En simplifiant par  $I_T$ , nous arrivons alors à ceci :

$$R_T = R_1 + R_2 + \dots \quad (47.8)$$

Dans un montage en série, la résistance totale est égale à la somme des résistances.

## B Montages en parallèle

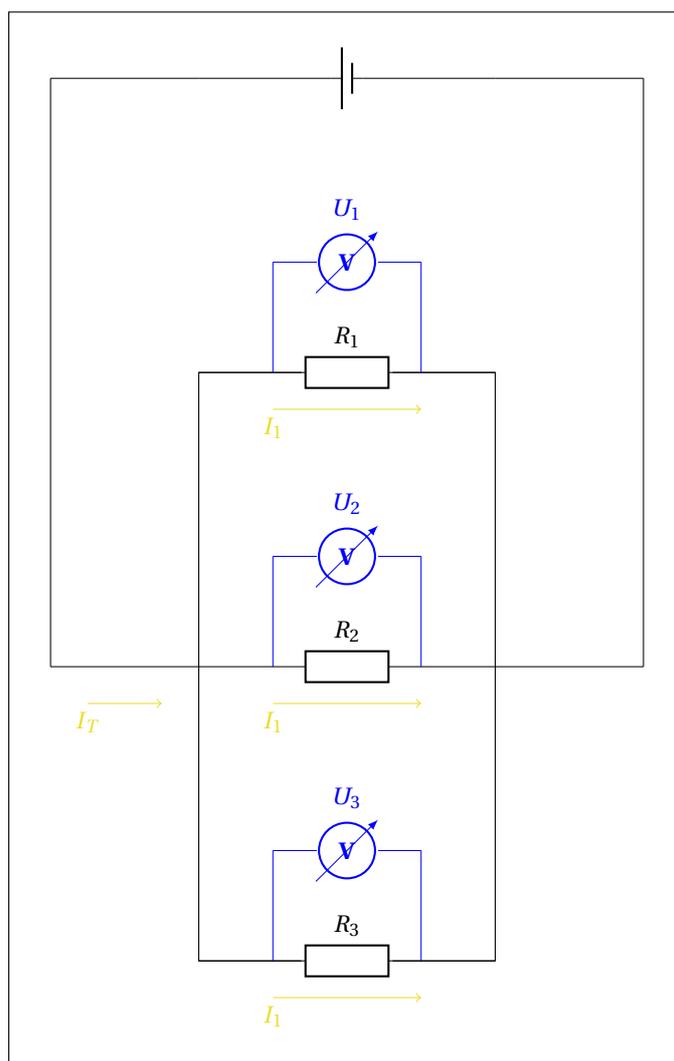


FIGURE 47.5 – Mesure des  $U$  et des  $I$  dans un montage en parallèle .

Dans des montages en parallèle, il faut additionner les intensités de courant des composants pour trouver l'intensité de courant totale :

$$I_T = I_1 + I_2 + \dots \quad (47.9)$$

Transformons la loi d'Ohm 47.4 :

$$I = \frac{U}{R} \quad (47.10)$$

En utilisant la relation 47.10, 47.9 devient

$$\frac{U_T}{R_T} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \dots \quad (47.11)$$

Souvenons-nous que dans les circuits en parallèle, les tensions sont constantes :

$$U_T = U_1 = U_2 = \dots \quad (47.12)$$

La relation 47.11 peut alors s'écrire :

$$\frac{U_T}{R_T} = \frac{U_T}{R_1} + \frac{U_T}{R_2} + \dots \quad (47.13)$$

En simplifiant par  $U_T$ , nous arrivons alors à ceci :

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \quad (47.14)$$

Dans un montage en parallèle, l'inverse de la résistance totale est égale à la somme des inverses des résistances.

### C Circuits mixtes

Avec des circuits plus complexes, il faut décomposer le circuit en sous-circuits.

Il faut bien identifier quelles parties sont en parallèle et lesquelles sont en série.

Ainsi, s'il faut calculer la résistance totale entre les points  $A$  et  $H$  du circuit ci-dessous, il faut réaliser que la résistance " $R_1$ " est montée en série avec l'ensemble formé par les résistances " $R_2$ " et " $R_3$ ", ces deux dernières résistances étant elles-mêmes montées en parallèle.

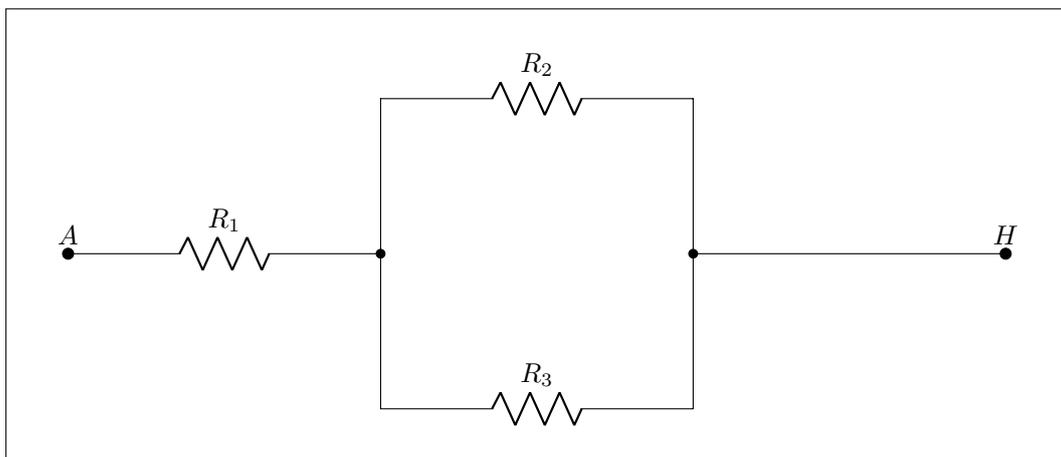


FIGURE 47.6 – Premier exemple de circuit mixte.

Dès lors :

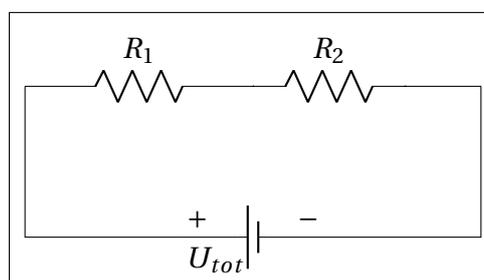
$$R_{AH} = R_1 + R_{1-2} \quad (47.15)$$

$$= R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad (47.16)$$

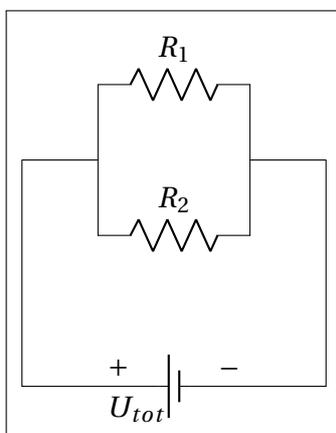
## 4 Exercices

1. Calculez la résistance totale si, dans le circuit de la figure ci-dessous, si  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$  et  $U_{tot} = 10V$ .

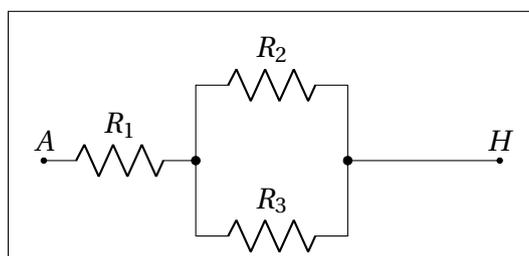
Calculez également les intensités de courant et les différences de potentiel dans tous les éléments du circuit.



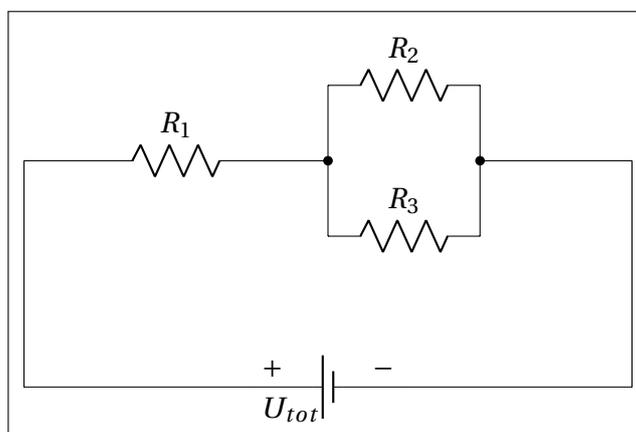
2. Calculez la résistance totale si, dans le circuit de la figure ci-dessous, si  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$  et  $U_{tot} = 10V$ .  
Calculez également les intensités de courant et les différences de potentiel dans tous les éléments du circuit.



3. Calculer la résistance totale si, dans le circuit de la figure ci-dessous,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$  et  $R_3 = 3\Omega$ .



4. Calculer la résistance totale si, dans le circuit de l'exercice précédent, si le circuit est alimenté par un générateur où  $U_{gen} = 10V$ .



# Chapitre 48

## L'effet Joule

### Sommaire

---

1	Définition . . . . .	<b>366</b>
2	Effet Joule dans un récepteur . . . . .	<b>366</b>
	A       Effet Joule dans une résistance . . . . .	366
	B       Autres types de récepteurs . . . . .	367
3	Exercices . . . . .	<b>367</b>

---

## Introduction

Ce chapitre, assez court, doit vous aider à mieux comprendre les relations entre la différence de potentiel  $U$  (ou  $\Delta V$ ), l'intensité de courant, la résistance  $R$  et la puissance  $P$ .

### 1 Définition

L'effet Joule est directement lié à la définition de la différence de potentiel  $U$  (ou  $\Delta V$ ) vue [70 p 351](#) :

$$U = \frac{P}{I} \quad (48.1)$$

Une simple manipulation algébrique permet de justifier la définition de l'effet Joule. Attention que l'effet Joule concerne les générateurs et les récepteurs.

#### Définition 72 (L'effet Joule).

- La puissance électrique  $P$  transmise au circuit par un générateur est égale au produit de l'augmentation de la tension  $U$  aux bornes du générateur et de l'intensité de courant électrique  $I$  traversant le générateur.
- La puissance électrique  $P$  dissipée par un récepteur est égale au produit de la chute de la tension  $U$  aux bornes du récepteur et de l'intensité de courant électrique  $I$  traversant le récepteur.

$$P = U \cdot I \quad (48.2)$$

où

- $P$  = la puissance (W),
- $U$  = la tension électrique (V),
- $I$  = l'intensité de courant électrique (A).

## 2 Effet Joule dans un récepteur

### A Effet Joule dans une résistance

Dans une résistance, l'effet Joule va se manifester par une augmentation de la température. C'est l'effet recherché dans le cas des radiateurs électriques. Dans un circuit électrique "général", il faut prévoir un ou des dissipateurs de chaleur pour évacuer cette énergie thermique "indésirable".

La loi d'Ohm permet de calculer la puissance dissipée si on connaît  $R$  et soit  $I$ , soit  $U$  :

**Équation 1** (L'effet Joule dans une résistance).

$$\begin{aligned}P &= RI \cdot I \\ &= RI^2\end{aligned}\tag{48.3}$$

$$\begin{aligned}P &= U \cdot \frac{U}{R} \\ &= \frac{U^2}{R}\end{aligned}\tag{48.4}$$

où

- $P$  = la puissance (W),
- $R$  = la résistance du récepteur ( $\Omega$ ),
- $U$  = la tension électrique (V),
- $I$  = l'intensité de courant électrique (A).

## B Autres types de récepteurs

Dans une lampe, la puissance dissipée sera transformée (en partie) en lumière. Selon l'efficacité de la lampe, une plus ou moins grande partie de la puissance sera toujours transformée en chaleur.

Dans un moteur électrique, l'énergie électrique dissipée sera transformée en travail mécanique. Ici aussi, un échauffement du moteur se manifestera.

## 3 Exercices

1. Une résistance de  $10\ \Omega$  est parcourue par un courant de 5 A. Quelle est la puissance dissipée par la résistance?



# Chapitre 49

## Les lois de Kirchoff

### Sommaire

---

1	Mailles, branches, nœuds . . . . .	<b>370</b>
	A      Nœuds . . . . .	370
	B      Mailles . . . . .	370
	C      Branches . . . . .	371
2	Lois de Kirchoff . . . . .	<b>372</b>
	A      Rappels utiles . . . . .	372
	B      Loi des nœuds . . . . .	373
	C      Loi des mailles . . . . .	373
3	Exemples . . . . .	<b>374</b>
	A      Une seule maille . . . . .	374
	B      Deux mailles (et une troisième) . . . . .	375
4	Applications . . . . .	<b>378</b>
5	Exercices . . . . .	<b>378</b>

---

## Introduction

Si la résolution de circuits électriques avec un seul générateur peut déjà sembler difficile au néophyte, elle ne demande néanmoins qu'un peu d'application. Il faut bien connaître la loi d'Ohm et savoir identifier les parties du circuit qui sont en parallèle et celles qui sont en série.

Si, par contre, il y a plusieurs générateurs, la méthode précédente s'avère n'être plus suffisante.

Il existe aussi de nombreux circuits où les récepteurs (et les autres éléments) ne sont ni en série ni en parallèle.

Il faut alors avoir recours aux lois de Kirchoff.

## 1 Mailles, branches, nœuds

Commençons une première approche d'un circuit avec plusieurs boucles en définissant divers termes qui nous seront utiles par la suite.

### A Nœuds

**Définition 73** (Nœud d'un circuit électrique).

Dès qu'au minimum trois "fils" électriques sont connectés directement, le point de jonction entre ces fils sera désormais appelé un *nœud*.

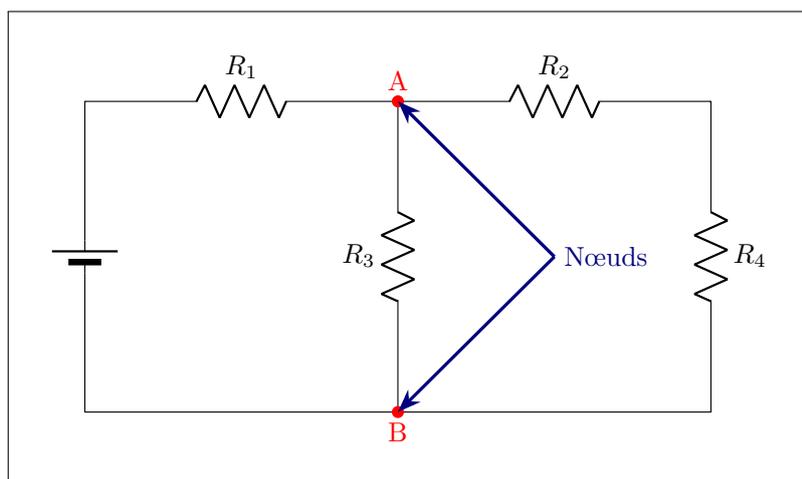


FIGURE 49.1 – Les points  $A$  et  $B$  sont des nœuds.

### B Mailles

**Définition 74** (Maille d'un circuit électrique).

Toute "boucle" dans un circuit électrique sera désormais appelée une *maille* de ce circuit.

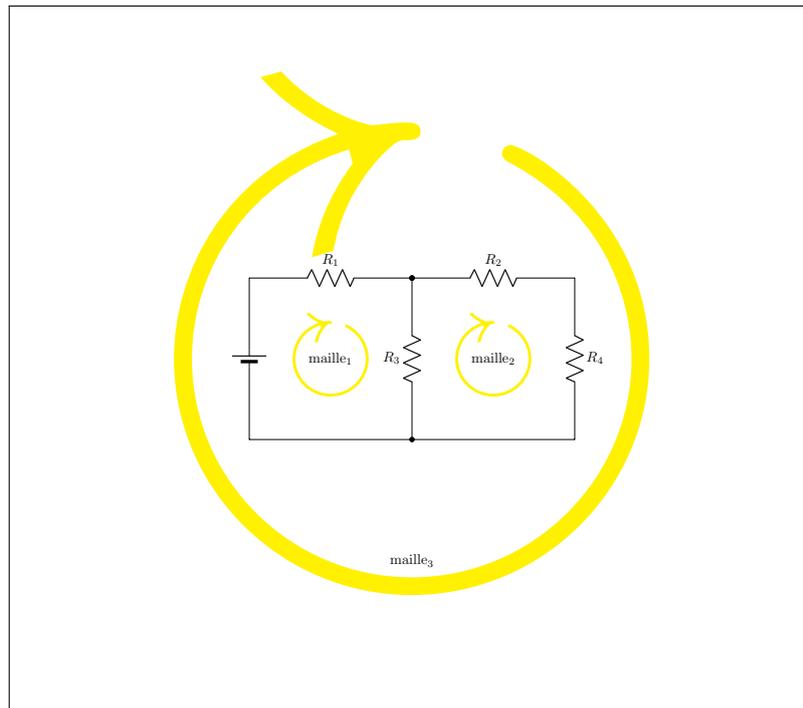


FIGURE 49.2 – Il y a trois mailles dans ce circuit électrique.

### C Branches

Bien que le concept de "branches" ne soit pas aussi essentiel que ceux de nœud et de maille pour comprendre et utiliser les lois de Kirchoff, il peut néanmoins faciliter l'expression de certaines situations.

**Définition 75** (Branche d'un circuit électrique).

Les éléments de circuit entre deux nœuds sans qu'il y ait d'autre nœud intermédiaire forment une *branche* du circuit considéré.

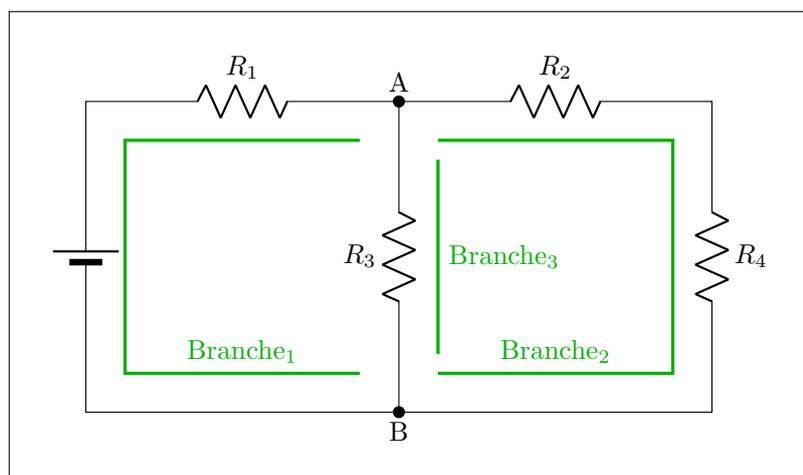


FIGURE 49.3 – Il y a trois branches dans ce circuit électrique.

## 2 Lois de Kirchoff

### A Rappels utiles

#### a) Conservation de la charge électrique

En physique, il y a une série de grandeurs qui sont conservées : l'énergie, la masse, l'impulsion...

La charge électrique est une grandeur conservée : ce qui signifie qu'elle ne peut être ni créée ni détruite.

L'intensité de courant électrique est due au déplacement des charges électriques.

Dans un circuit électrique fonctionnant en régime permanent, et s'il n'y a pas de condensateur dans le circuit, l'accumulation de charge est considérée comme nulle.

De ce fait, dans une boucle simple de circuit, l'intensité de courant est identique dans tous les éléments du circuit.

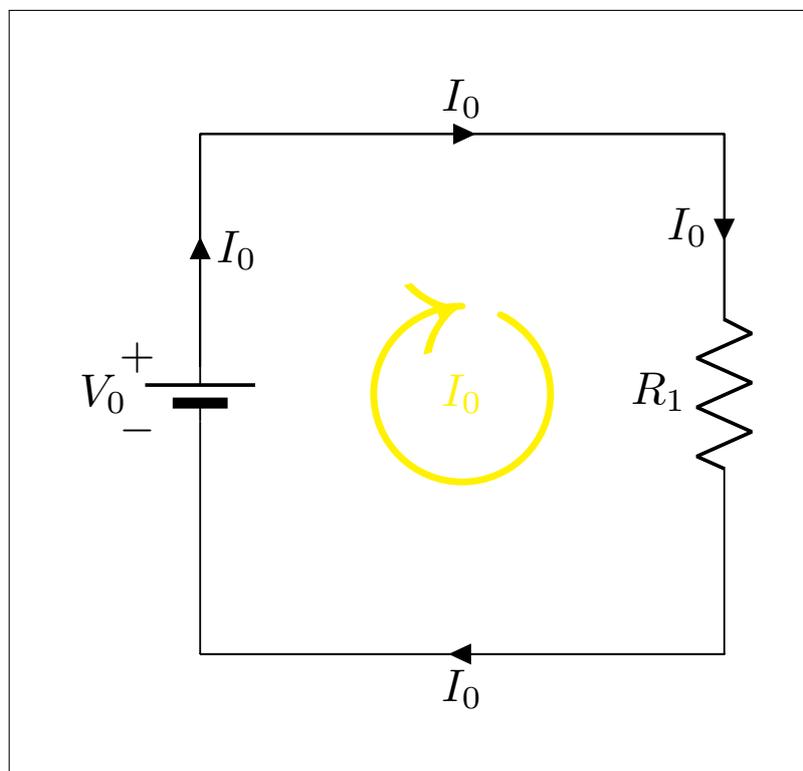


FIGURE 49.4 – L'intensité de courant  $I_0$  est identique dans tous les éléments de la boucle.

Si ce n'était pas le cas, il y aurait accumulation de charges. Ici les charges circulent et l'intensité de courant est donc identique dans tous les éléments du circuit.

C'est ce même principe de conservation de la charge électrique qui justifie la loi 23 p 344 des courants dans un montage en parallèle  $I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$ , le courant total rentrant apporte des charges qui sont réparties entre les différentes branches du circuit.

#### b) Relation entre tensions

Les lois des tensions électriques sont, elles, associées à la conservation de l'énergie. L'énergie est aussi conservée : si la tension monte à un endroit du circuit, elle doit descendre ailleurs. Il pourra être utile, ici, de faire une analogie entre les différences de potentiel électrique et les propriétés de vecteurs.

Soit un point  $A$  de potentiel électrique  $U_A$ , un point  $B$  de potentiel électrique  $U_B$  et un point  $C$  de potentiel électrique  $U_C$ .

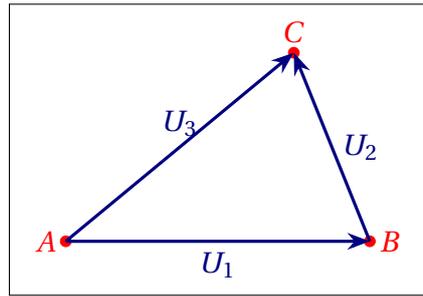


FIGURE 49.5 – Kirchoff : Différences de potentiels électriques entre  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

Les différences de potentiels électriques entre ces points sont donc :

$$\begin{cases} U_1 = U_B - U_A \\ U_2 = U_C - U_B \\ U_3 = U_C - U_A \end{cases} \quad (49.1)$$

Il est dès lors clair que :

$$U_1 + U_2 = (U_B - U_A) + (U_C - U_B) \quad (49.2)$$

$$= U_C - U_A \quad (49.3)$$

$$= U_3 \quad (49.4)$$

$$U_1 + U_2 = U_3 \quad (49.5)$$

Il y a analogie entre cette dernière relation et la loi de Chasles pour les vecteurs.

La somme des trois "vecteurs" ( $U_1 + U_2 + U_3 = 0$ ) est égale à zéro.

Si entre  $A$  et  $C$ , on a un générateur, celui-ci est équivalent au montage en série de deux générateurs entre  $A$  et  $B$  et entre  $B$  et  $C$ . Si on assemble ces deux montages en parallèle, le résultat aboutit à un "match nul" et il n'y aura aucune tension et donc aucun courant.

## B Loi des nœuds

**Loi 25** (Loi des nœuds (ou des courants)).

*En tout nœud, la somme algébrique des courants est nulle.*

*On compte comme positif un courant qui se dirige vers le nœud et comme négatif un courant qui s'en éloigne.*

## C Loi des mailles

**Loi 26** (Loi des mailles (ou des tensions)).

*La somme algébrique des tensions (ou différences de potentiels) le long de toute maille fermée est nulle.*

*Ceci est équivalent à "La somme des élévations de tension est égale à la somme des chutes de tension dans une maille fermée".*

*Nous préciserons comment compter une tension positive ou négative immédiatement ci-dessous.*

### a) Signes

Résumons la règle des signes pour la loi des mailles dans un tableau.

Les courants utilisés dans les applications de la loi des nœuds sont les *courants de branche*; le sens choisi pour parcourir la maille sera référencé comme le sens du *courant de maille*.

Il faut faire la différence entre un *générateur* et un *récepteur*.

Dipôle	sens du courant de maille à travers le dipôle	càd	Tension	càd
Générateur	du plus vers le moins	$(+ \rightarrow -)$	chute	$(U \searrow)$
	du moins vers le plus	$(- \rightarrow +)$	monte	$(U \nearrow)$
Récepteur	dans le sens du courant de branche	$(\Rightarrow \text{ ou } \Leftarrow)$	chute	$(U \searrow)$
	opposé au sens du courant de branche	$(\Leftarrow)$	monte	$(U \nearrow)$

TABLE 49.1 – Croissance de la tension pour la loi des mailles.

### b) Justification des signes

Comme la figure 49.2 p 371 le laissait supposer, on fixe arbitrairement un sens de circulation des courants dans les mailles.

Ensuite, on considère qu'il y a chute de tension quand on se déplace de la borne + à la borne - et élévation dans le cas contraire.

Pour les éléments tels que les résistances, on considérera qu'il y a chute de tension quand on suit le sens supposé du courant et élévation si on suit le sens supposé opposé.

Le néophyte est toujours perturbé par cette décision de choix arbitraire des sens des courants. Comme nous allons le voir, ceci ne pose pas de réel problème : si le sens réel du courant est opposé à celui choisi, alors le calcul résultera en une valeur négative pour ce courant. Ceci nous indiquera que le courant "en réalité" se déplace en sens contraire à celui choisi arbitrairement.

## 3 Exemples

La résolution de nombreux exemples et exercices est la clé de la compréhension des lois de Kirchoff.

### A Une seule maille

Dans l'exemple suivant, on a une maille, deux générateurs et deux résistances.

Fixons le sens du courant dans la maille comme "horlogique".

Chacun des dipôles reçoit un numéro qui lui est propre, les tensions aux bornes des générateurs sont indiquées en majuscules, celles aux bornes des résistances en minuscules.

Ces conventions ne sont pas universelles mais nous estimons qu'elles nous aideront "à y voir plus clair"!

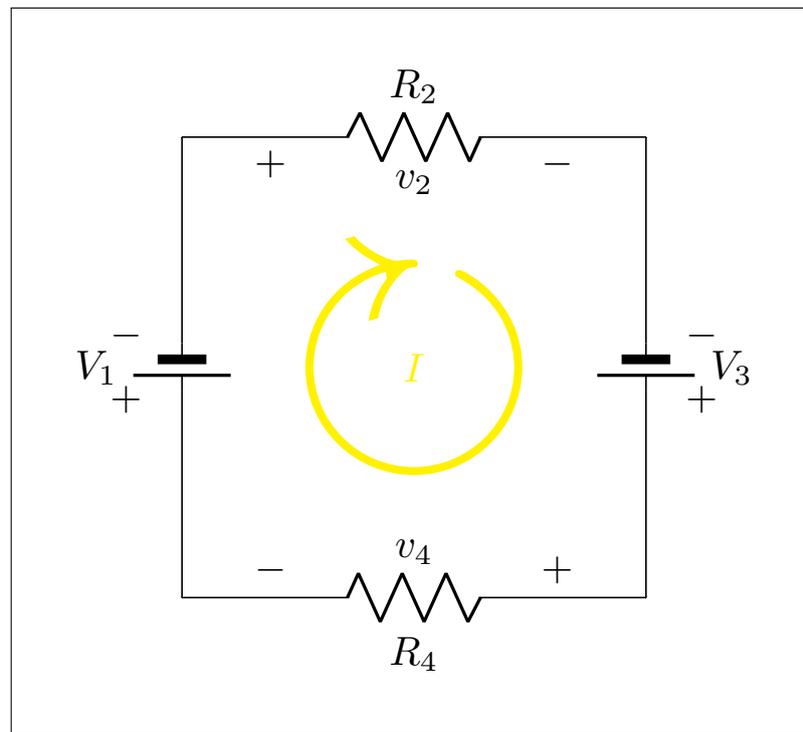


FIGURE 49.6 – Lois de Kirchoff, exemple n° 1 : une maille, deux générateurs, deux résistances.

Par la loi d'Ohm, on peut écrire :

$$v_2 = IR_2 \quad (49.6)$$

$$v_4 = IR_4 \quad (49.7)$$

La loi des nœuds ne s'applique pas ici. Seule la loi des mailles est à prendre en compte.

Comme les résistances sont parcourues dans le sens "supposé" du courant il y a chute de tension dans les deux résistances. Dès lors,

$$-V_1 - IR_2 + V_3 - IR_4 = 0 \quad (49.8)$$

Souvenons-nous de notre analogie avec la loi de Chasles : dans la convention de sens choisie,  $V_3$  fait "monter" la tension (on dit souvent le voltage) alors que  $V_1$  la fait descendre, les éléments passifs que sont les résistances la font descendre et la somme des "vecteurs" est égale à zéro.

Le courant  $I$  sera égal à

$$I = \frac{V_3 - V_1}{R_2 + R_4} \quad (49.9)$$

Si  $V_3 = V_1$ , alors le courant est nul.

Si  $V_3 > V_1$ , alors le courant est positif, c'est-à-dire dans le sens choisi.

Si  $V_3 < V_1$ , alors le courant est négatif, c'est-à-dire dans le sens opposé à celui choisi.

## B Deux mailles (et une troisième)

Dans l'exemple suivant, on a deux mailles (et une troisième englobant les deux autres), deux générateurs et trois résistances.

Fixons ici aussi le sens du courant dans les mailles comme "horlogique". Nous continuerons ainsi par la suite.

Supposons  $V_1$ ,  $V_5$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  connus et que les inconnues soient  $i_2$ ,  $i_3$  et  $i_4$ .

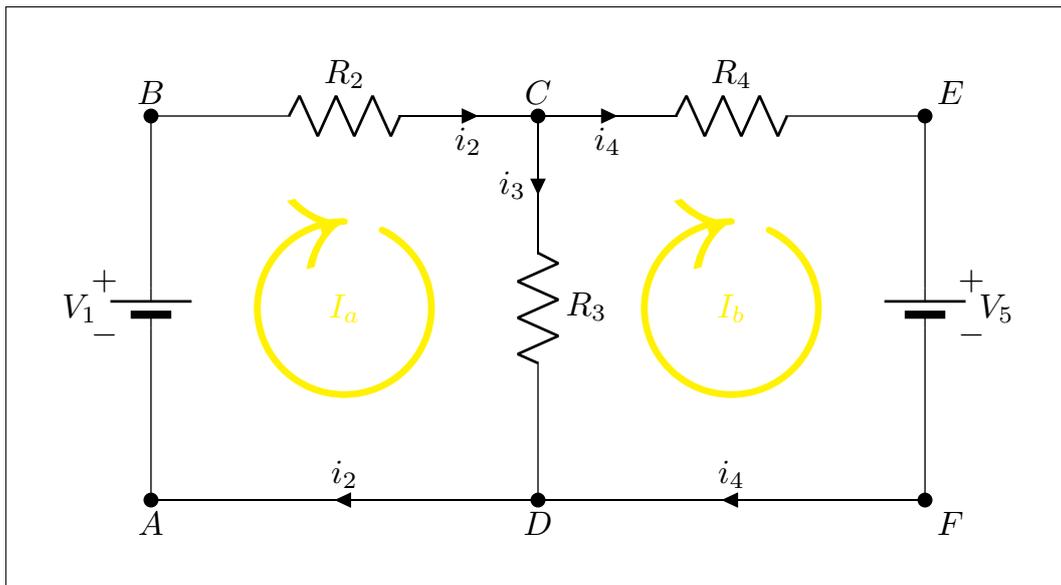


FIGURE 49.7 – Lois de Kirchoff, exemple n° 2 : deux mailles, deux générateurs, trois résistances.

La troisième maille ne va rien nous apporter de plus, nous ne la considérons donc pas.

De même les relations aux nœuds C et D seront identiques, nous n'utiliserons la loi des nœuds qu'une fois :

$$i_2 = i_3 + i_4 \quad (49.10)$$

Dans la maille  $a$  (boucle  $ABCD$ ), appliquons la loi des mailles :

$$-i_2 R_2 - i_3 R_3 + V_1 = 0 \quad (49.11)$$

Dans la maille  $b$  (boucle  $CEFD$ ), appliquons aussi la loi des mailles :

$$-i_4 R_4 - V_5 + i_3 R_3 = 0 \quad (49.12)$$

Nous comptons  $i_3 R_3$  comme positif, car, par défaut il serait négatif, mais, comme  $i_3$  va à centre-sens de  $I_b$ , il faut changer son signe.

Nous avons bien un système de trois équations à trois inconnues. Il est inutile de chercher d'autres équations sauf pour éventuellement vérifier nos calculs.

$$\begin{cases} i_2 & -i_3 & -i_4 & = 0 \\ -i_2 R_2 & -i_3 R_3 & +0 & = -V_1 \\ 0 & +i_3 R_3 & -i_4 R_4 & = V_5 \end{cases} \quad (49.13)$$

La résolution de ce système produit :

$$i_3 = \frac{V_1 R_4 + V_5 R_2}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \quad (49.14)$$

## a) Exemple numérique

Pour rendre l'exemple plus parlant, fixons des valeurs numériques :

$$V_1 = 5\text{ V}$$

$$V_2 = 10\text{ V}$$

$$R_2 = 2\ \Omega$$

$$R_3 = 4\ \Omega$$

$$R_4 = 3\ \Omega$$

Le système 49.13 p 376 devient alors :

$$\begin{cases} i_2 - i_3 - i_4 = 0 \\ -2i_2 - 4i_3 + 0 = -5 \\ 0 + 4i_3 - 3i_4 = 10 \end{cases}$$

Résolvons ce système.

$$(L'_2 = 2L_1 + L_2)$$

$$\begin{cases} i_2 - i_3 - i_4 = 0 \\ 0 - 6i_3 - 2i_4 = -5 \\ 0 + 4i_3 - 3i_4 = 10 \end{cases}$$

$$(L'_3 = 2L_2 + 3L_3)$$

$$\begin{cases} i_2 - i_3 - i_4 = 0 \\ 0 - 6i_3 - 2i_4 = -5 \\ 0 \quad 0 - 13i_4 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2 - i_3 + \frac{20}{13} = 0 \\ 0 - 6i_3 + \frac{40}{13} = -5 \\ 0 \quad 0 \quad i_4 = -\frac{20}{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2 - i_3 + 0 = -\frac{20}{13} \\ 0 - 6i_3 + 0 = -\frac{105}{13} \\ 0 \quad 0 \quad i_4 = -\frac{20}{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2 - i_3 + 0 = -\frac{20}{13} \\ 0 \quad i_3 = \frac{35}{26} \\ 0 \quad 0 \quad i_4 = -\frac{20}{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2 - \frac{35}{26} + 0 = \frac{20}{13} \\ 0 \quad i_3 = \frac{35}{26} \\ 0 \quad 0 \quad i_4 = -\frac{20}{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2 = -\frac{5}{26} \\ 0 \quad i_3 = \frac{35}{26} \\ 0 \quad 0 \quad i_4 = -\frac{20}{13} \end{cases}$$

Et donc

$$\begin{aligned}i_2 &= -\frac{5}{26}\text{A} \\ &\approx -0,19\text{A} \\ i_3 &= \frac{35}{26}\text{A} \\ &\approx 1,35\text{A} \\ i_4 &= -\frac{20}{13}\text{A} \\ &\approx -1,54\text{A}\end{aligned}$$

Ces derniers résultats signifient que le courant dans  $R_4$  va de  $E$  vers  $C$  et se divise dans  $R_2$  et  $R_3$ . Si le sens du courant était bien choisi pour  $R_3$ , pour  $R_2$ , par contre, le courant va de  $C$  vers  $B$ .

Comme discuté précédemment, le choix arbitraire des sens des courants est corrigé par le calcul.

## 4 Applications

## 5 Exercices

1. Supposons que, dans la figure 49.1 p 370, la différence de potentiel du générateur soit de 5 V et que  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $R_3 = 3\Omega$  et  $R_4 = 4\Omega$ .

Calculez alors toutes les intensités de courant dans les éléments du circuit ainsi que les différences de potentiel aux bornes de tous ces éléments en utilisant les lois de Kirchoff.

Vérifiez ces calculs en calculant la résistance équivalente issue de l'association de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ .

# Chapitre 50

## Force électromotrice

### Sommaire

---

1	La force électromotrice . . . . .	<b>380</b>
A	Définition . . . . .	380
B	Tension aux bornes . . . . .	380

---

## Introduction

Nous avons traité la tension d'un générateur comme étant constante. En réalité, les générateurs ont une résistance interne dont il faut tenir compte et qui fait que la tension à leurs bornes n'est *pas* constante en toutes circonstances.

La force électromotrice est la grandeur qui rend compte de cela.

## 1 La force électromotrice

### A Définition

**Définition 76** (Force électromotrice).

La force électromotrice  $\varepsilon$  (aussi notée *f.e.m.*) d'un générateur est le *rapport* entre la *puissance dissipée* par le générateur et l'*intensité de courant* électrique traversant ce générateur.

$$\varepsilon = \frac{P_d}{I} \quad (50.1)$$

Où :

- $\varepsilon$  = la force électromotrice (S.I : V),
- $P_d$  = la puissance dissipée par le générateur (S.I : W),
- $I$  = l'intensité de courant électrique traversant le générateur (S.I : A).

Pour les générateurs électrochimiques<sup>1</sup>, la force électromotrice est aussi appelée *tension à vide*.

La notion est étendue aux générateurs électromagnétiques et autres mais ne sera pas traitée ici.

### B Tension aux bornes

S'il y a une tension "à vide", on devine qu'il existe une "autre" tension, la *tension aux bornes*.

**Définition 77** (Tension aux bornes).

$$U_B = \varepsilon - r_i I \quad (50.2)$$

Où :

- $U_B$  = la tension aux bornes du générateur (S.I : V),
- $\varepsilon$  = la force électromotrice (S.I : V),
- $r_i$  = la résistance interne du générateur, (S.I :  $\Omega$ ),
- $I$  = l'intensité de courant électrique traversant le générateur (S.I : A).

Comme cette relation le laisse voir, si le générateur n'est connecté à rien et que nous mesurons la tension à ses bornes, alors la tension aux bornes égale la force électromotrice :

$$I = 0 \implies U_B = \varepsilon \quad (50.3)$$

1. Càd. les piles et batteries.

**Dixième partie**  
**Electromagnétisme**



# Chapitre 51

## Électrostatique

### Sommaire

---

1	Loi de Coulomb . . . . .	<b>384</b>
	A      Expérience . . . . .	384
	B      Énoncés et conséquences de la loi . . . . .	385
	C      Grand nombre de charges . . . . .	386
2	Implications et applications de la loi de Coulomb . . . . .	<b>387</b>
	A      L'électroscope . . . . .	387
	B      La cage de Faraday . . . . .	389
3	Exercices . . . . .	<b>390</b>
	A      Série 1 . . . . .	390
	B      Série 2 . . . . .	390

---

## Introduction

Nous allons ici approfondir les notions vues au chapitre 42 p 333.

Rappelons que l'électrostatique est l'étude des charges électriques et de leurs effets sans que ces charges soient en mouvement.

Nous étudierons ici les interactions entre les corps chargés électriquement à la lumière de la loi de Coulomb.

## 1 Loi de Coulomb

Étudions ici cette loi exprimant la force entre des corps chargés électriquement et comment Coulomb l'a découverte.

### A Expérience

Coulomb, pour déterminer sa loi, a cherché à mesurer la force entre deux corps chargés électriquement.

#### a) Dispositif

Le dispositif utilisé par Coulomb est appelé la "balance de Coulomb". C'est une balance de torsion. La balance de Coulomb est semblable, pour le principe, à la balance de Cavendish qui a servi à déterminer la constante de gravitation universelle.

La balance de Coulomb est un large cylindre de verre avec des graduations angulaires, surmonté par un cylindre de diamètre plus petit. Au sommet de ce plus petit cylindre on fixe un fil vertical : le fil de torsion. À l'extrémité inférieure de ce fil est fixé un axe horizontal terminé d'un côté par une petite sphère chargée et de l'autre côté par un contre-poids. Dans le large cylindre de verre est fixée, à la même altitude, une autre sphère chargée.



FIGURE 51.1 – Une balance de Coulomb. (Source : [Wikipedia](#) )

Un équilibre s'établit entre les forces électrostatiques de Coulomb qui s'exercent entre les deux sphères chargées et la force due à la torsion du fil. L'angle entre la direction de l'axe vertical en l'absence de la deuxième sphère chargée (càd sans force électrostatique) et la direction de l'axe vertical en présence de la deuxième sphère chargée (càd avec force électrostatique) permet de déterminer la force électrostatique.

### b) Charges électriques

Coulomb mesure que s'il augmente ou diminue une des charges d'un certain facteur, la force augmente ou diminue de ce même facteur.

La force est proportionnelle au produit des charges.

$$F \sim q_1 \cdot q_2 \quad (51.1)$$

### c) Distance entre les charges

Coulomb détermine que s'il augmente ou diminue la distance entre les charges d'un certain facteur, la force varie comme l'inverse du carré de la distance entre les charges.

$$F \sim \frac{1}{d^2} \quad (51.2)$$

## B Énoncés et conséquences de la loi

### a) Expression scalaire

**Loi 27** (La loi de Coulomb (scalaire)).

Deux charges électriques exercent l'une sur l'autre une force dont :

- la direction est celle de la droite reliant les deux corps;
- le sens dépend du signe de charges : les forces sont attractives si les signes sont opposés, répulsives si les signes sont les mêmes;
- l'intensité obéit à la relation ci-dessous :

$$F_{el} = k_{el} \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \quad (51.3)$$

où :

- $F_{el}$  = l'intensité de la force électrique (N)
- $k_{el}$  = la constante électrique du milieu ( $\text{Nm}^2 \text{C}^{-2}$ )
- $q_1$  = la charge du premier corps (C)
- $q_2$  = la charge du deuxième corps (C)
- $d$  = la distance entre les deux corps (m)

Dans l'air,  $k_{el} = 9,0 \times 10^9 \text{Nm}^2 \text{C}^{-2}$  ; dans le vide  $k_{el} = 8,988 \times 10^9 \text{Nm}^2 \text{C}^{-2}$ .

### b) Expression vectorielle

Écrivons cette loi dans son expression vectorielle.

**Loi 28** (La loi de Coulomb (vectorielle)).

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = k_{\text{el}} \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \vec{1}_{1 \rightarrow 2} \quad (51.4)$$

Le vecteur force  $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ , exprimant la force exercée sur la charge 2, a toujours une norme égale à  $k_{\text{el}} \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$  comme dans la loi 27 p 385.

Mais, ici, le vecteur unité  $\vec{1}_{1 \rightarrow 2}$

- indique la direction qui est celle de la droite reliant les deux charges de l'une vers celle pour laquelle on désire connaître la force agissant sur elle;
- et le sens de la force est donné par le signe du produit  $q_1 \cdot q_2$  :
  - si les signes sont les mêmes, la force  $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$  partant de  $q_2$  pointe à l'extérieur du segment  $[q_1, q_2]$  et la force est bien répulsive,
  - par contre, si les signes sont les opposés, la force  $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$  partant de  $q_2$  pointe à l'intérieur du segment  $[q_1, q_2]$  et la force est attractive.

Cette formulation, bien que légèrement différente, va nous permettre d'envisager les cas où le nombre de charges est supérieur à deux.

### c) Principe des forces réciproques

Le principe 3 p 178 vu dans le chapitre 18 p 171 est particulièrement d'application ici.

Si, par rapport à une situation de départ donnée, une des charges est doublée et toutes les autres données étant égales par ailleurs, alors, non seulement la force s'exerçant sur la deuxième charge sera doublée, mais aussi la force s'exerçant sur la première.

$$\text{Soit} \quad F_{1 \rightarrow 2} = k_{\text{el}} \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \quad (51.5)$$

$$\text{Si} \quad q_1' = 2q_1 \quad (51.6)$$

$$\text{alors} \quad F_{1' \rightarrow 2} = k_{\text{el}} \frac{2q_1 \cdot q_2}{d^2} \quad (51.7)$$

$$= 2F_{1 \rightarrow 2} \quad (51.8)$$

$$\text{mais aussi} \quad F_{2 \rightarrow 1'} = k_{\text{el}} \frac{2q_1 \cdot q_2}{d^2} \quad (51.9)$$

$$= 2F_{2 \rightarrow 1} \quad (51.10)$$

$$(51.11)$$

## C Grand nombre de charges

Càd les cas où le nombre de charges est supérieur à deux.

Dans ce cas la formulation vectorielle vue en 28 p 386 est particulièrement utile.

Intéressons nous à un cas où nous avons  $n$  charges et désirons déterminer la force exercée par les  $n - 1$  premières charges (de  $q_1$  à  $q_{n-1}$ ) sur la  $n^{\text{e}}$  charge  $q_n$ .

La force totale s'exerçant sur  $q_n$  est la somme des forces exercées par les  $n - 1$  autres charges individuelles sur  $q_n$  :

$$\vec{F}_{\text{tot} \rightarrow n} = \sum_{i=1}^{n-1} \vec{F}_{i \rightarrow n} \quad (51.12)$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} k_{\text{el}} \frac{q_i \cdot q_n}{d_{i,n}^2} \vec{1}_{i \rightarrow n} \quad (51.13)$$

*Exemple 2* (Grand nombre de charges).

Soit quatre charges ( $q_1, q_2, q_3$  et  $q_4$ ) disposées aux quatre coins d'un carré dont les côtés ont une longueur égale à 1 m.

Si nous sommes dans l'air sec et que toutes les charges sont de 1 C, que vaut la force ressentie par  $q_4$  et quels sont le sens et la direction de cette force?

La solution implique de faire le schéma de la situation et d'avoir recours à la géométrie élémentaire (addition et composantes des vecteurs et relation de Pythagore).

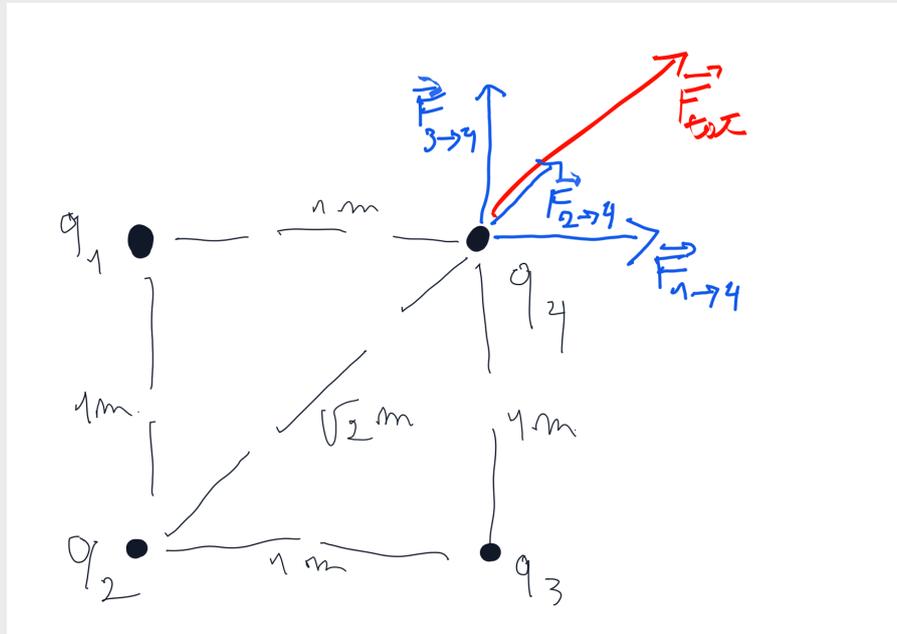


FIGURE 51.2 – Quatre charges et les forces sur  $q_4$ .

$$F_{\text{tot} \rightarrow 4} = \left( \sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) \times 9 \times 10^9 \quad (51.14)$$

$$\approx 17,2 \times 10^9 \text{ N} \quad (51.15)$$

## 2 Implications et applications de la loi de Coulomb

### A L'électroscope

#### a) Description

L'électroscope est un détecteur de charges électriques. Il est fixé sur un support isolant, mais tout le reste de l'appareil est métallique.

Une sphère ou une plaque est fixée au sommet d'une tige. Au bas de cette tige, on trouve une partie mobile constituée soit d'une deuxième tige légère ou d'une ou deux feuilles métalliques.

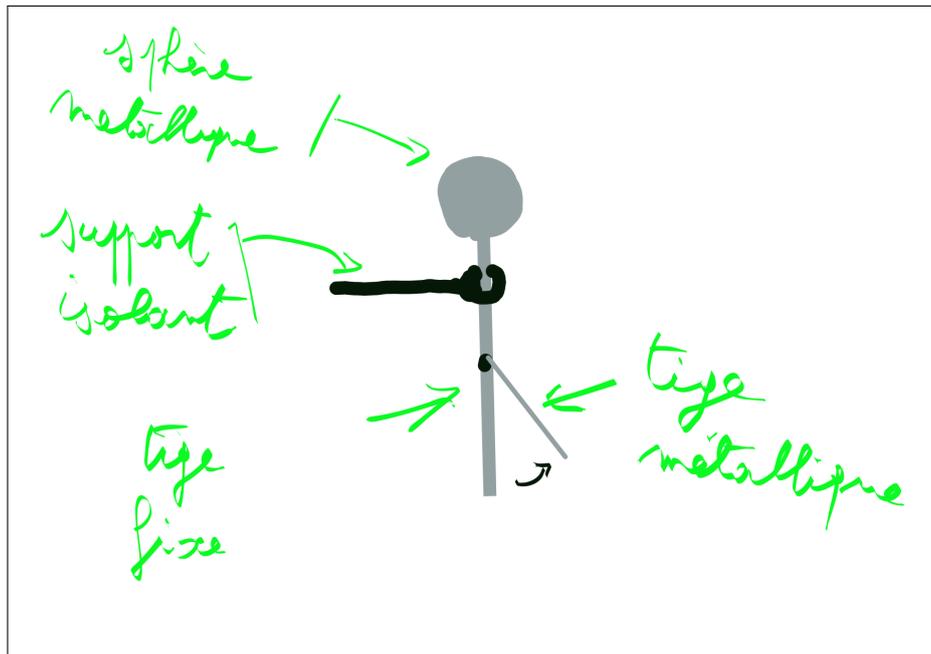


FIGURE 51.3 – Schéma d'un électroscope.

Si on approche un objet porteur de charges de la sphère métallique, la tige mobile s'écarte d'autant plus de la tige fixe que l'objet est chargé électriquement.

### b) Principe

Pour fixer les idées, disons que l'objet porteur de charges est chargé négativement.

Lorsqu'on l'approche de la sphère supérieure, la force de Coulomb va repousser les charges négatives (les électrons) de la sphère vers le bas des tiges. La sphère est donc chargée positivement (car les noyaux contenant les protons sont fixes).

Si les deux tiges sont chargées négativement, la force de Coulomb va les faire se repousser.

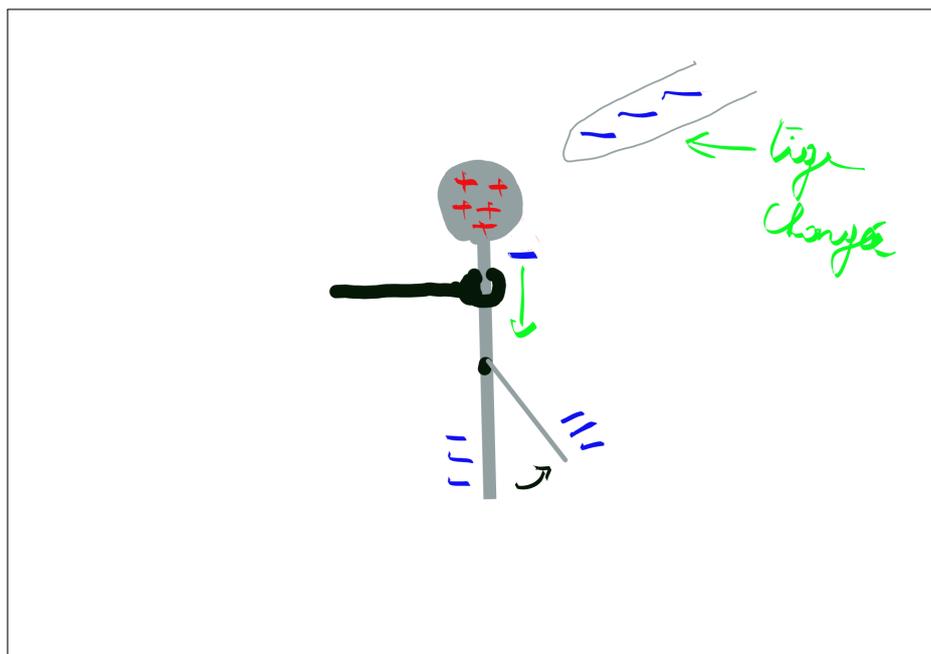


FIGURE 51.4 – Principe de fonctionnement d'un électroscope.

Si on approchait un objet chargé positivement, les électrons présents dans les tiges se déplaceraient vers la sphère, laissant des atomes chargés positivement dans les tiges. Dans ce cas, les tiges s'écarteraient également.

## **B La cage de Faraday**

Le scientifique anglais Michael Faraday (1791-1867) eu l'idée d'enfermer un électroscope dans une cage métallique (les parois de celle-ci peuvent des plaques métalliques mais aussi un grillage). Il constata que s'il approchait un objet chargé de l'électroscope à l'extérieur de la cage, l'électroscope ne réagissait pas.

La cage de Faraday "protège" son intérieur des influences électriques "externes".

### 3 Exercices

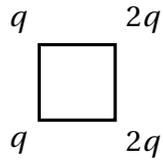
#### A Série 1

- Déterminer les éléments caractéristiques des forces exercées l'un sur l'autre par deux corps ponctuels électrisés portant, le premier une charge positive de  $2 \times 10^{-8}$  C et l'autre, une charge négative de  $267 \times 10^{-10}$  C. Ils sont placés dans l'air à une distance de 20 cm.
- Déterminer les éléments caractéristiques des forces répulsives qu'exercent l'une sur l'autre deux petites sphères placées dans l'air à 5 cm de distance et qui portent des charges de même signe valant  $5 \mu\text{C}$ .
- Deux petites sphères sont chargées d'électricité de même signe. La première porte une charge de  $0,02 \mu\text{C}$ , la seconde de  $0,04 \mu\text{C}$ .
  - À quelle distance doivent être placés les centres de ces sphères dans l'air pour que l'intensité commune des forces répulsives qu'elles exercent l'une sur l'autre vaille  $0,4 \text{ N}$ ?
  - Que doit valoir cette distance pour que l'intensité des forces répulsives vaille le quart de l'intensité précédente?
- Un corps ponctuel  $A$  portant une charge de  $8 \times 10^{-8}$  C est placé entre deux corps électrisés  $B$  et  $C$  sur un segment de droite qui joint ces deux derniers.  $B$  et  $C$  portent des charges de  $2 \times 10^{-8}$  C et  $-1 \times 10^{-7}$  C. La distance  $AB$  vaut 5 cm et la distance  $AC$  10 cm. Les corps sont placés dans l'air.  
Déterminez la résultante des forces électriques agissant sur  $A$ .
- Deux corps ponctuels  $P$  et  $Q$  placés dans l'air sont distants de 40 cm.  $P$  porte une charge de  $10^{-7}$  C et  $Q$  une charge de  $-13 \times 10^{-8}$  C.  $Q$  est fixe mais  $P$  peut se déplacer sur la droite  $PQ$ . En quel point de cette droite  $PQ$  faut-il placer un troisième corps ponctuel  $R$  portant une charge de  $33 \times 10^{-9}$  C pour que  $P$  soit à l'équilibre?
- Un corps ponctuel  $A$  est placé dans l'air, à 3 cm au-dessus d'un autre corps ponctuel  $B$  portant une charge de  $3 \times 10^{-8}$  C. On mesure que lorsque  $A$  est présent une force de  $0,49 \text{ N}$  s'ajoute au poids de  $B$ . Déterminez le signe et la grandeur de la charge portée par  $A$ ?

#### B Série 2

- Deux sphères supposées ponctuelles possèdent des charges identiques. Leur masse est de 0,1 g. Elles sont suspendues dans l'air par des fils de 13 cm de long chacun. Ces fils sont tous deux accrochés à un même point. À l'équilibre, la distance entre les deux sphères est de 10 cm.  
MASSE =  
Quelle est la charge  $q$  de chaque sphère?
- Trois charges ponctuelles de respectivement  $2 \mu\text{C}$ ,  $3 \mu\text{C}$  et  $4 \mu\text{C}$  sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral de 10 cm de côté.  
Déterminez toutes les caractéristiques de la force nette agissant sur la charge de  $4 \mu\text{C}$ .
- Trois charges ponctuelles  $A$ ,  $B$  et  $D$  de respectivement  $-2 \mu\text{C}$ ,  $3 \mu\text{C}$  et  $-4 \mu\text{C}$  sont placées à trois sommets d'un triangle rectangle en  $B$ . La longueur de  $AB = \frac{d}{2}$  et la longueur de  $BC = d$ 
  - Déterminez toutes les caractéristiques de la force agissant sur la charge  $B$  du fait de  $D$ .
  - Déterminez toutes les caractéristiques de la force agissant sur la charge  $B$  du fait de  $A$ .
  - Déterminez toutes les caractéristiques de la force totale agissant sur la charge  $B$ .

4. On fixe quatre charges positives aux quatre sommets d'un carré de 1 m de côté. Cette situation est représentée par la figure ci-dessous.



Ensuite, on place une cinquième charge positive de charge  $q$  au centre du carré.  
Donnez toutes les caractéristiques de la force nette que cette cinquième charge subit.



# Chapitre 52

## Le champ électrique

### Sommaire

---

1	Et si? . . . . .	<b>394</b>
	A    Loi de coulomb, charges multiples et variables . . . . .	394
	B    Charge centrale . . . . .	397
2	Notion de champ . . . . .	<b>397</b>
	A    Champs scalaires . . . . .	398
	B    Champs vectoriels . . . . .	400
3	Vecteur champ électrique . . . . .	<b>401</b>
	A    Charge ponctuelle . . . . .	401
	B    Grandeur du champ électrique . . . . .	402
	C    Plusieurs charges ponctuelles . . . . .	402
4	Visualisations du champ électrique . . . . .	<b>402</b>
	A    Dispositif . . . . .	403
	B    Interprétation . . . . .	403
	C    Vecteurs et lignes du champs électrique . . . . .	403
5	Exercices . . . . .	<b>405</b>

---

## Introduction

Nous avons entendu les mots "champ gravitationnel", "champ de force" dans des films. Peut-être avons nous lu ou entendu les mots "champ magnétique" ou "champ électrique" dans un livre ou un documentaire.

La notion de champ, très importante en physique, va être ici abordée pour une première fois de manière plus formelle.

Le champ électrique est un premier exemple de champ de vecteurs.

## 1 Et si?

### A Loi de coulomb, charges multiples et variables

Reprenons la situation évoquée par la figure 51.2 p 387.

#### a) Charge de $q_4$ variable

Quelles seront les caractéristiques de la force totale exercée sur  $q_4$  par  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  si la charge de  $q_4$  varie?

Reprenons la situation de départ. Rappelons nous que toutes les charges valent 1 C.

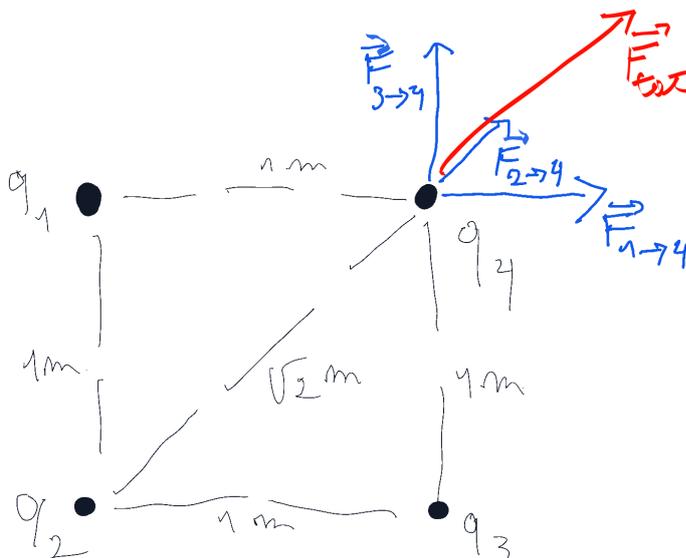


FIGURE 52.1 – Force totale exercée sur  $q_4$  par  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  si toutes les charges valent 1 C.

Si la charge  $q_4$  vaut 0,5 C, toutes les forces sur  $q_4$  sont divisées par deux.

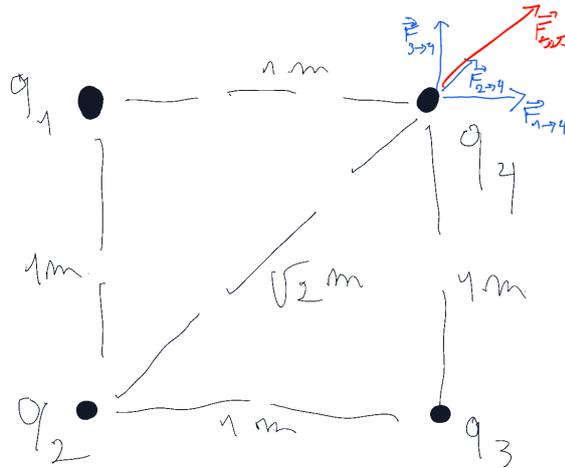


FIGURE 52.2 – Forces exercées sur  $q_4$  par  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  si la charge  $q_4$  vaut  $0,5\text{ C}$ .

Et si la charge  $q_4$  vaut  $1,5\text{ C}$ , toutes les forces sur  $q_4$  sont multipliées par trois demis.

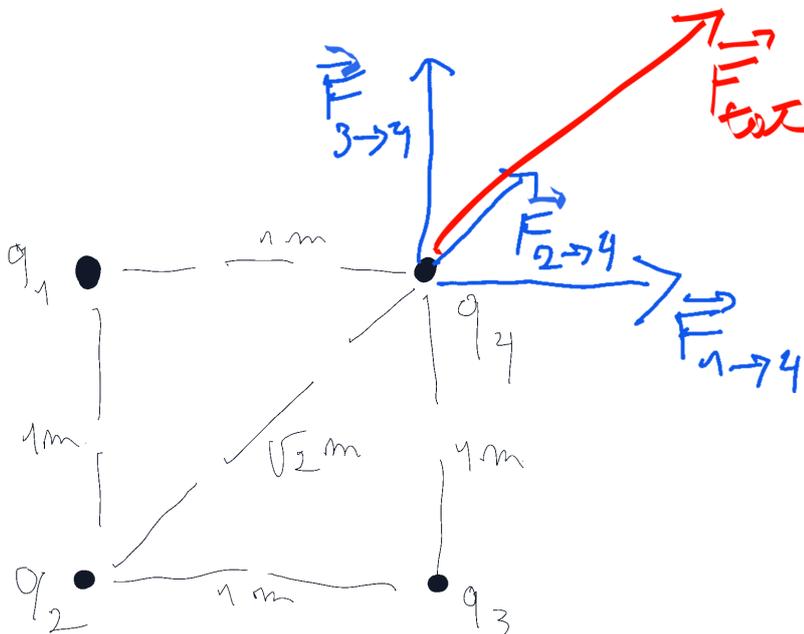


FIGURE 52.3 – Forces exercées sur  $q_4$  par  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  si la charge  $q_4$  vaut  $1,5\text{ C}$ .

### (i) Conclusion

Il apparaît clairement que quelque soit la charge  $q_4$ , le vecteur force totale pointerait toujours dans la même direction. Le sens du vecteur changera si le signe de  $q_4$  change mais la direction restera la même.

### b) Position de $q_4$ variable

Quelles seront les caractéristiques de la force totale exercée sur  $q_4$  si la charge de  $q_4$  est déplacée?

Pour simplifier l'argument, limitons nous à des situations où  $q_4$  est sur la droite qui relie  $q_4$  et  $q_2$  sur le carré que les charges formaient précédemment.

Éloignons la charge  $q_4$  un petit peu de sa position de départ.

La force totale va diminuer un peu.

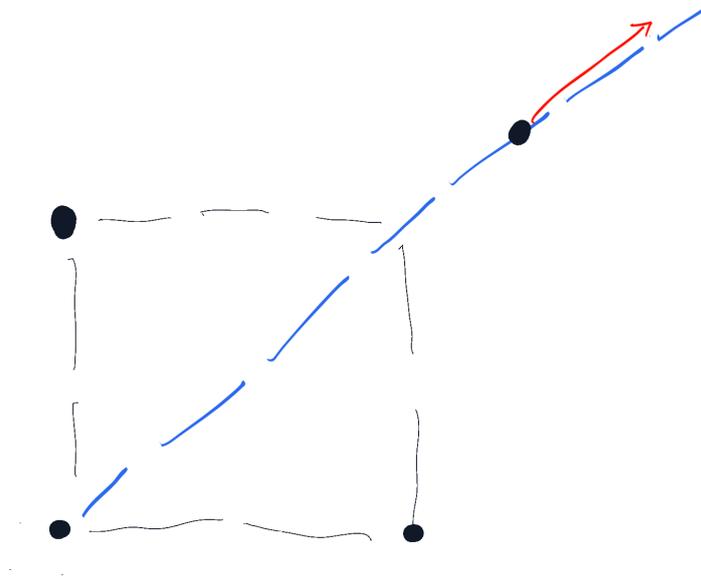


FIGURE 52.4 – Force exercée sur  $q_4$  si la charge  $q_4$  est un peu éloignée de sa position de départ.

Éloignons plus la charge  $q_4$  de sa position de départ.

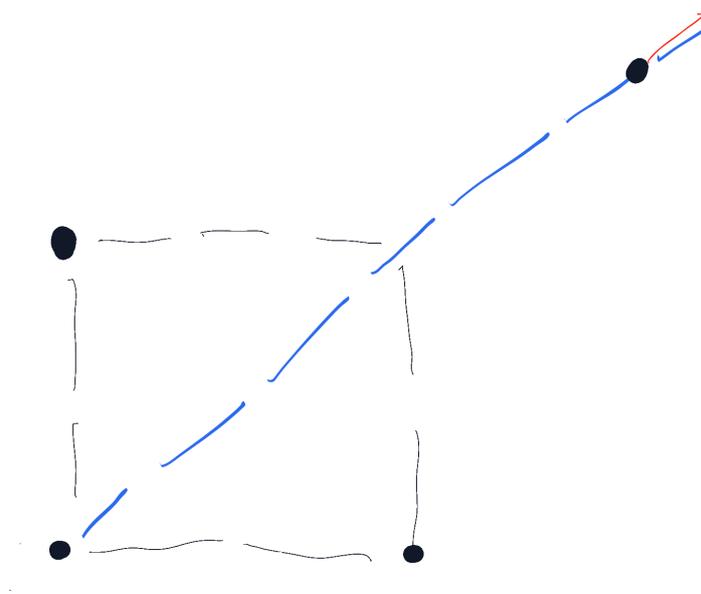


FIGURE 52.5 – Force exercée sur  $q_4$  si la charge  $q_4$  est plus éloignée de sa position de départ.

La force totale va diminuer plus.

**(i) Conclusion**

Il apparaît clairement que quelque soit la position de  $q_4$  sur la droite choisie, le vecteur force totale pointerait toujours dans la même direction mais sera d'autant plus petit que  $q_4$  s'éloigne.

## B Charge centrale

Imaginons maintenant placer une charge unique  $q_0$  à l'origine d'un système d'axes et vouloir évaluer la force exercée par celle-ci à différents points de l'espace si on y plaçait une autre charge  $q_1$ .

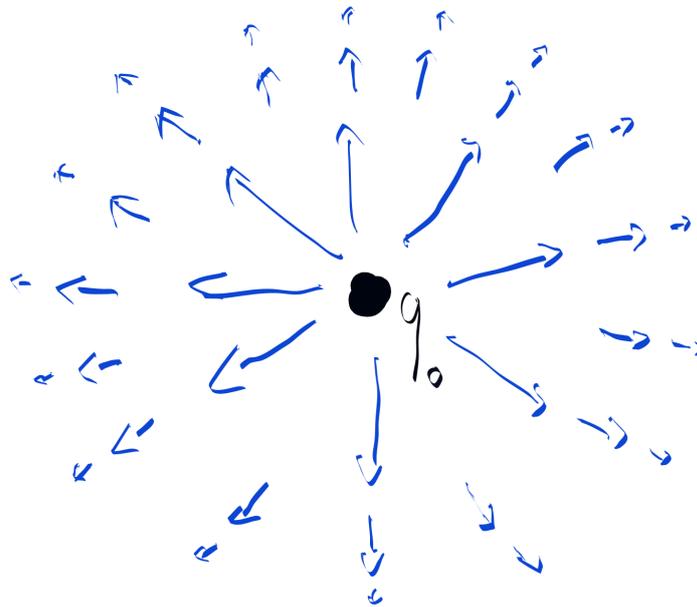


FIGURE 52.6 – Forces exercées sur une charge  $q_1$  placée en différents points autour d'une charge  $q_0$ .

Les forces sont radiales autour de  $q_0$ . C'est prévisible puisque les forces sont selon les vecteurs reliant  $q_0$  et  $q_1$ . Les forces ont pour origine les différentes positions de  $q_1$ .

Les forces décroissent comme le carré de la distance puisqu'elles obéissent à la loi de Coulomb (voir loi 28 p 386).

Ce que cette dernière figure représente, c'est le champ électrique  $\vec{E}$  dû à la charge  $q_0$ .

## 2 Notion de champ

Un champ, en physique, c'est une manière de décrire l'influence d'un objet ou l'action d'un phénomène dans tout l'espace.

Cette notion permet de décrire "l'effet" dans l'espace d'une cause.

La température de l'air ou la vitesse des vents dans un volume donné de l'atmosphère peuvent être traité comme des champs.

Du point de vue mathématique, il existe différents types de champs : scalaire, vectoriel, tensoriel... Nous n'aborderons que les deux premiers.

## A Champs scalaires

### a) Définition

**Définition 78** (Champ scalaire).

Un champ scalaire est un ensemble de couples  $(\vec{r}, \varphi)$  :

1.  $\vec{r}$  est un vecteur de position, correspondant à un point  $(x, y, z)$  dans l'espace.

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \quad (52.1)$$

2. À chaque vecteur  $\vec{r}$  est associé un scalaire  $\varphi \in \mathbb{R}$ .

$$\varphi = \varphi(\vec{r}) = \varphi(x, y, z) \quad (52.2)$$

### b) Exemples

L'altitude sur une carte d'état-major est une fonction de la latitude et de la longitude. L'altitude peut-être vue comme un champ scalaire.

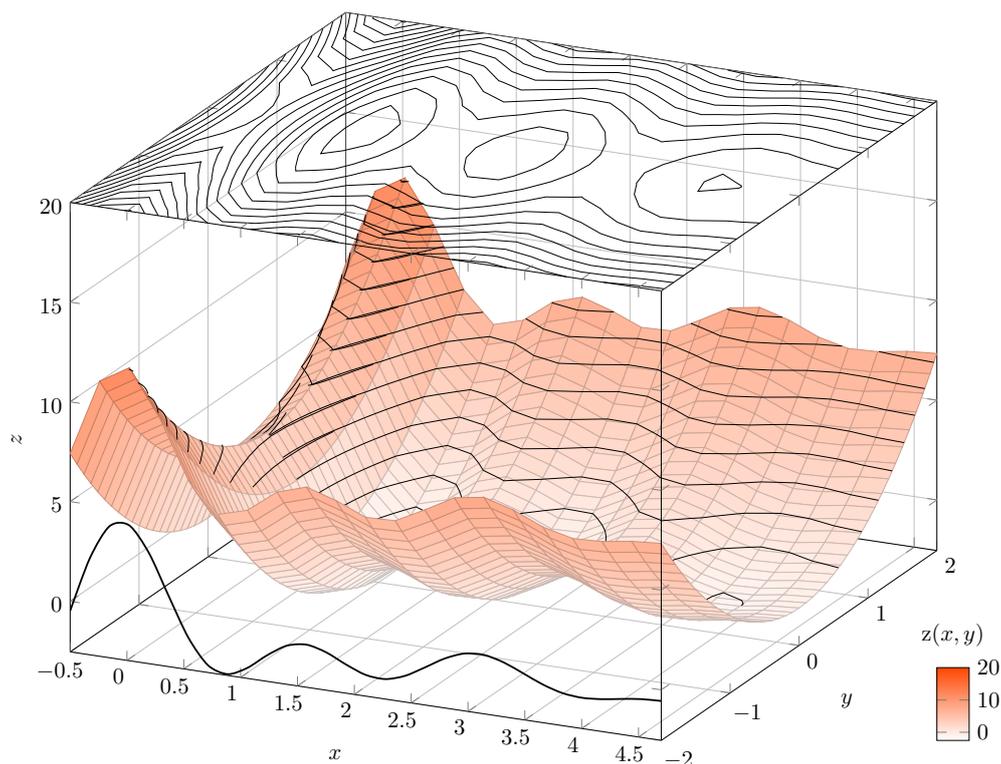


FIGURE 52.7 – L'altitude sur une carte comme champ scalaire.

En météorologie, en tout point  $(x, y, z)$  de l'atmosphère la température  $T$  est un champ scalaire  $T(x, y, z)$ . Souvent on traite la pression de même.

La température est alors renseignée par "tranche" d'altitude.

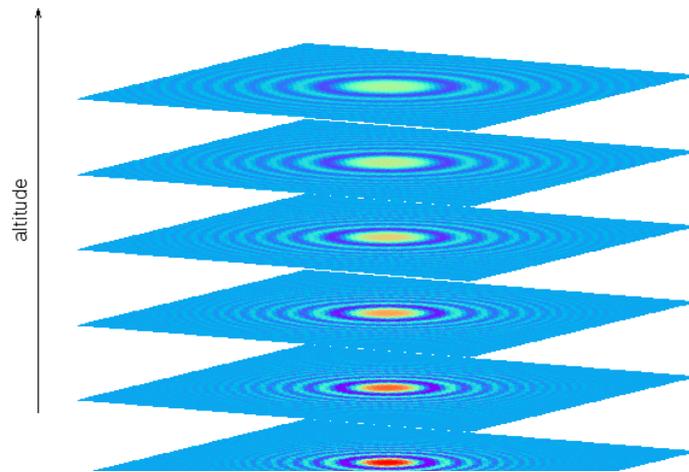


FIGURE 52.8 – La température dans un volume d'air : les fausses couleurs donnent la température.

La pression à une altitude donnée peut être donnée "en relief".

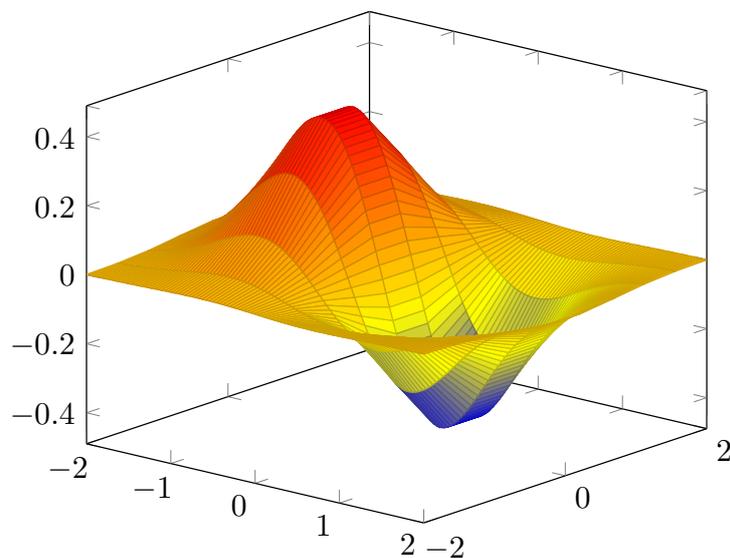


FIGURE 52.9 – La variation de pression à un altitude donnée : haute à gauche et basse à droite.

## B Champs vectoriels

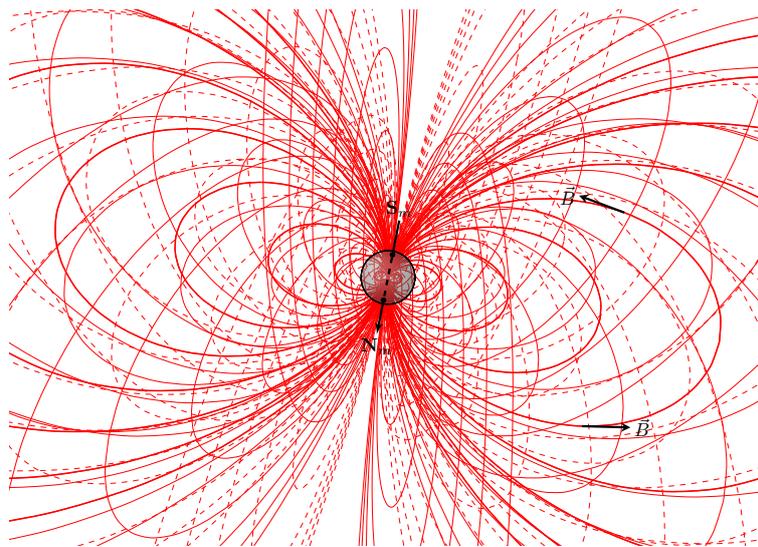


FIGURE 52.10 – Le champ magnétique terrestre est un champ vectoriel.

### a) Définition

**Définition 79** (Champ vectoriel).

Un champ vectoriel est un ensemble de couples  $(\vec{r}, \vec{v})$  :

1.  $\vec{r}$  est un vecteur de position, correspondant à un point  $(x, y, z)$  dans l'espace.

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \quad (52.3)$$

2. À chaque vecteur  $\vec{r}$  est associé un vecteur  $\vec{v}$  de composantes  $(v_x, v_y, v_z)$ . Ces composantes dépendent (sont fonction de)  $(x; y; z)$ .

$$v_x = v_x(x; y; z) \quad v_y = v_y(x; y; z) \quad v_z = v_z(x; y; z) \quad (52.4)$$

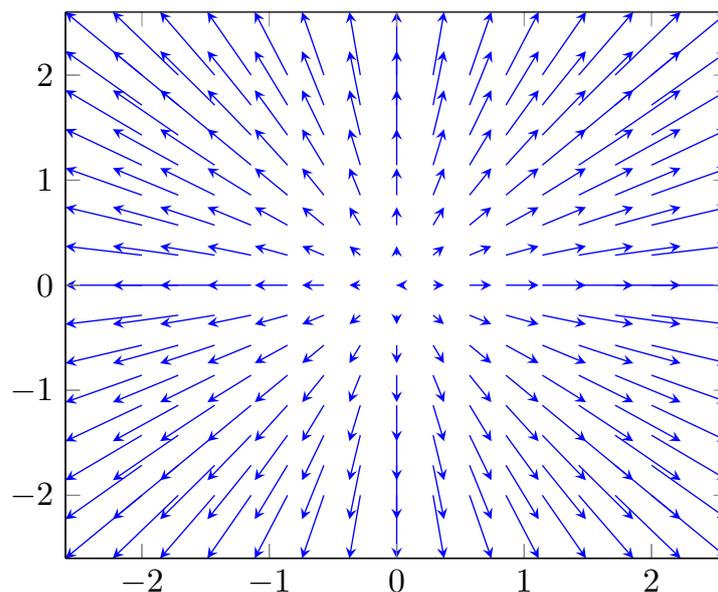
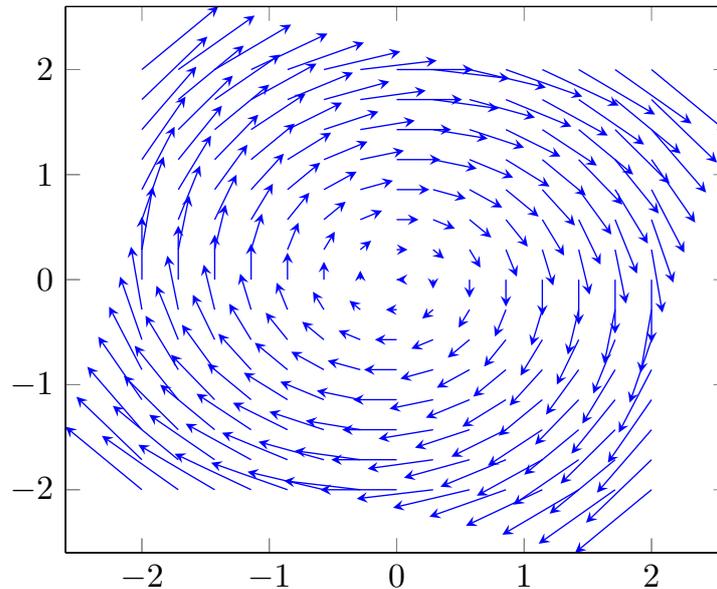


FIGURE 52.11 – Un champ vectoriel à deux dimensions :  $\vec{v} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$ .

## b) Exemples

FIGURE 52.12 – Un champ vectoriel à deux dimensions :  $\vec{v} = y\vec{e}_x - x\vec{e}_y$ .

En météorologie, en tout point  $(x; y; z)$  de l'atmosphère la vitesse  $\vec{v}$  du vent est un champ vectoriel.

### 3 Vecteur champ électrique

Le vecteur champ électrique dû à une charge électrique, ou à une distribution de charges, peut-être, dans un premier temps vu comme, la force en chaque point de l'espace que subirait une charge de 1 C placée en ce point.

#### A Charge ponctuelle

Si une charge de  $q$  C subit une force  $\vec{F}$  du fait d'une autre charge électrique, ou à une distribution de charges, alors le champ électrique  $\vec{E}$  sera déterminé par la relation suivante qui vaut définition :

**Définition 80** (Champ électrique engendré par une charge).

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (52.5)$$

où :

- $E$  = la grandeur du champ électrique ( $\text{NC}^{-1}$ )
- $F$  = la force subie par le corps qui subit le champ électrique (N)
- $q$  = la charge du corps qui subit le champ électrique (C)

Dans l'air,  $k_{\text{ai}} = 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$ ; dans le vide  $k_{\text{ei}} = 8,988 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$ .

Le sens du vecteur champ électrique est depuis une charge positive vers une charge négative.

## B Grandeur du champ électrique

Dès lors, en utilisant la relation précédente et la loi de Coulomb (voir 27 p 385) la grandeur  $E$  du champ électrique engendré par une charge  $Q$  à une distance  $r$  de cette charge se détermine via l'expression suivante par la relation suivante :

$$E = k_{\text{el}} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (52.6)$$

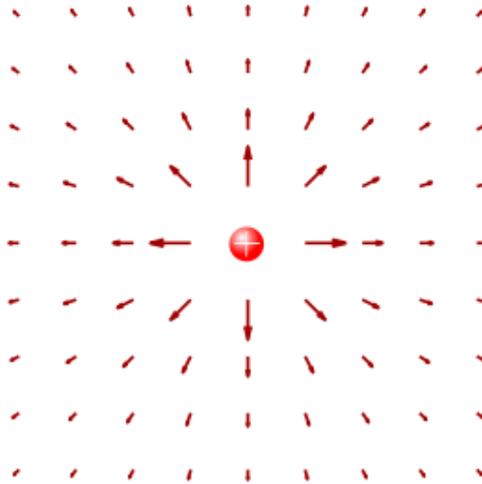


FIGURE 52.13 – Représentation du champ électrique engendré par une charge. (source : [Wikipedia](#))

## C Plusieurs charges ponctuelles

Si on désire connaître le champ électrique engendré par  $n$  charges ponctuelles sur une charge  $q_0$ , il faut combiner l'expression 52.5 p 401 avec l'expression 51.13 p 386 de la force de Coulomb engendrée par plusieurs charges ponctuelles.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (52.7)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n k_{\text{el}} \frac{q_i \cdot q_0}{d_{i,0}^2} \vec{1}_{i \rightarrow 0}}{q_0} \quad (52.8)$$

$$= \sum_{i=1}^n k_{\text{el}} \frac{q_i}{d_{i,0}^2} \vec{1}_{i \rightarrow 0} \quad (52.9)$$

Le champ électrique engendré par plusieurs charges est donc la somme de champs électriques engendrés par chacune des charges.

## 4 Visualisations du champ électrique

Dans certaines circonstances, le champ électrique peut être visualisé.

## A Dispositif

Pour ce faire, on saupoudre de la semoule dans de l'huile. Si cette huile est disposée dans un récipient plat transparent et que l'on plonge des électrodes reliées à une machine électrostatique, alors les grains de semoule vont porter des charges et subir la force de Coulomb.

## B Interprétation

Les grains de semoule vont se disposer en s'alignant selon les vecteurs des forces de Coulomb qu'ils subissent et donc s'aligner sur les vecteurs champs électriques .

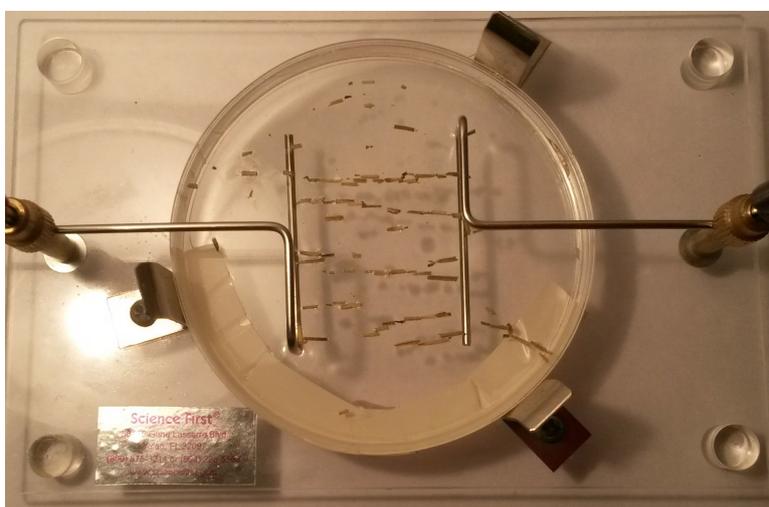


FIGURE 52.14 – Les grains s'alignent suivant les lignes de champ électrique.

## C Vecteurs et lignes du champs électrique

Les "lignes de champ" du champ électrique sont des courbes qui sont partout tangentes aux vecteurs du champ électrique. On retrouve ce concept avec le champ magnétique.

Pour clarifier la compréhension du concept, on peut représenter les "alignements" des vecteurs champ électrique dans différents cas.

### a) Deux charges

Représentons le champ électrique engendré par deux charges de signes opposés.

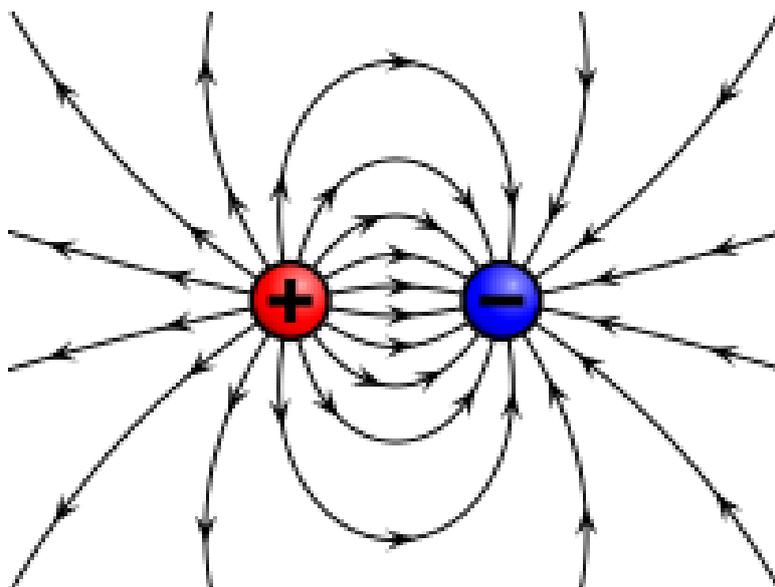


FIGURE 52.15 – Représentation du champ électrique entre deux charges de signes opposés.  
(source : Wikipedia)

Les courbes permettent de visualiser la direction du champ.

### b) Plusieurs corps chargés

Observons le champ électrique engendré par plusieurs corps chargés de signes opposés.

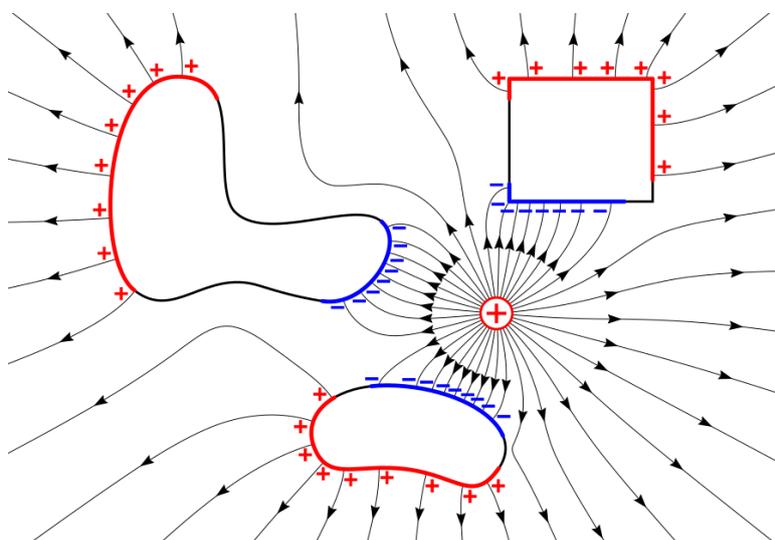


FIGURE 52.16 – Représentation du champ électrique engendré par plusieurs corps chargés.  
(source : Wikipedia)

## 5 Exercices

1. Quelle est la grandeur et le sens du champ électrique subie par un électron ( $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  kg,  $q_e = -1,6 \times 10^{-19}$  C), si il subit une accélération de  $10^8$  m m<sup>-2</sup> ?
2. Quelle est la force subie par un proton ( $m_p = 1,6 \times 10^{-27}$  kg,  $q_p = 1,6 \times 10^{-19}$  C), si on le place dans un champ uniforme de  $10^{-2}$  NC<sup>-1</sup> ?  
Quelle sera alors son accélération ?
3. Quelle est la charge (grandeur et signe) d'une charge portée par une particule de  $m = 2$  g, si un champ électrique de  $E = 5 \times 10^2$  NC<sup>-1</sup> dirigé vers le bas la maintient immobile à proximité de la surface de la Terre ?



# Chapitre 53

## Le magnétisme

### Sommaire

---

1	Historique	408	
	A	Les origines	408
	B	Les Chinois	408
	C	En Occident	408
	D	Les Lumières	408
2	Les aimants	408	
	A	La force magnétique	408
	B	Les pôles d'un aimant	409
3	Effet sur les matériaux	409	
4	L'analyse du magnétisme	410	
	A	Champ magnétique	410

---

## Introduction

Ici, nous discuterons essentiellement des effets magnétiques associés aux aimants. Nous serons dans le domaine de le "magnétostatique".

### 1 Historique

#### A Les origines

Dès le VI<sup>e</sup> siècle av. J.-C., les philosophes grecs décrivaient — et tentaient d'expliquer — l'effet de minerais riches en magnétite. Ces roches étaient issues entre autres de la cité de Magnésie : elle donna son nom au phénomène.

#### B Les Chinois

L'aiguille « Montre-sud » est mentionnée pour la première fois au XI<sup>e</sup> siècle par Chen Koua et, même s'il y a des attestations de la connaissance de l'aimant en Chine dès le III<sup>e</sup> siècle av. J.-C., le problème du magnétisme terrestre apparaît beaucoup plus tard.

L'utilisation de la boussole dans les techniques de navigation daterait du XII<sup>e</sup> siècle et son usage exact reste à préciser du fait d'une navigation essentiellement côtière à cette époque. Les boussoles faisaient usage du champ magnétique terrestre, qui se trouve être aujourd'hui à peu près aligné avec l'axe de rotation terrestre, raison pour laquelle une boussole, en indiquant le pôle magnétique, indique aussi (quoique approximativement) la direction du pôle géographique terrestre.

#### C En Occident

En Occident, Pierre de Maricourt fut l'un des premiers à travailler sur le magnétisme et publia son "Epistola de magnete" à peu près à la même époque que les savants chinois. Au-delà du simple problème des priorités, il serait intéressant de savoir comment certaines techniques ont pu voyager et s'il n'est pas possible que des développements parallèles, et chronologiquement presque concomitants, se soient produits.

#### D Les Lumières

Pour les encyclopédistes des Lumières, "*le magnétisme est le nom général qui est donné aux différentes propriétés de l'aimant*". Ils attribuent ses effets à une "*matière subtile, différente de l'air*" (parce que ces phénomènes ont également lieu dans le vide) qu'ils appellent magnétique. Plus loin ils affirment que "*c' est encore une question non moins difficile que de savoir s' il y a quelque rapport entre la cause du magnétisme et celle de l' électricité, car on ne connaît guère mieux l'une que l'autre*".

### 2 Les aimants

#### A La force magnétique

Les aimants exercent une force attractive à distance sur les matériaux magnétiques : la force magnétique.

## B Les pôles d'un aimant

L'attraction se fait principalement sentir auprès des 2 extrémités. Ce sont les *pôles*.

### a) Types de pôles

Le pôle correspondant à la pointe de l'aiguille de la boussole pointant vers le Nord est appelé le *pôle nord*, son complément le *pôle sud*.



FIGURE 53.1 – Un aimant droit

### b) Interaction entre pôles

Deux pôles de même nom se repoussent; deux pôles de noms contraires s'attirent. Une boussole est un aimant mobile dont le centre de gravité est posé sur un axe.

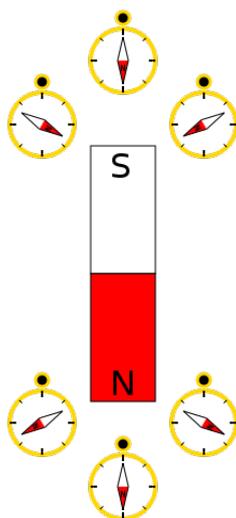


FIGURE 53.2 – Attraction entre aimant et boussoles

### c) Pas de monopôle magnétique

Contrairement aux charges électriques, il est impossible d'isoler un pôle d'un aimant. Si on brise un aimant en deux, on obtient deux aimants qui auront l'un comme l'autre un pôle nord et un pôle sud. Il est impossible d'obtenir un aimant avec un seul pôle! Les physiciens disent qu'il n'existe pas de monopôle magnétique.

## 3 Effet sur les matériaux

Remarquons finalement que les aimants attirent certains métaux (fer, acier, alliage de fer-nickel) et pas d'autres (Cu-Zn-Al). Ils n'exercent aucune force sur les matières non métalliques.

## 4 L'analyse du magnétisme

### A Champ magnétique

Un champ, en physique, c'est une manière de décrire l'influence d'un objet ou l'action d'un phénomène dans tout l'espace.

#### a) Lignes de champ magnétique

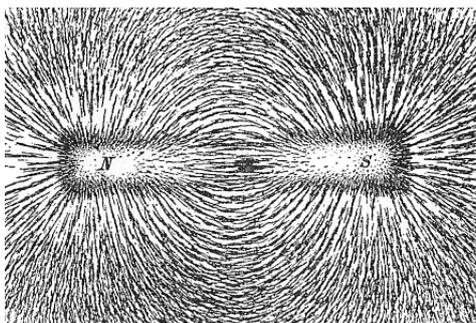


FIGURE 53.3 – La limaille de fer s'aligne selon le champ magnétique d'un aimant

Si nous plaçons une feuille de papier sur un aimant et que nous saupoudrons de la limaille de fer sur cette feuille, nous voyons la limaille se disposer selon des courbes reliant les deux pôles.

La limaille s'est alignée sur le *champ magnétique* de l'aimant.

Nous dirons que les courbes formées par la limaille sont les lignes de champ magnétique.

Si, en lieu et place de la limaille de fer, nous disposons des boussoles, nous les verrons s'aligner selon les lignes de champs.

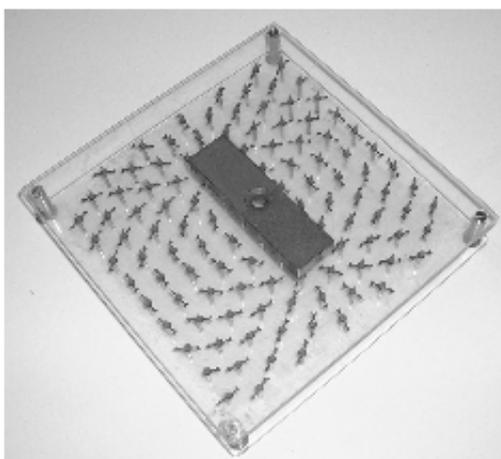


FIGURE 53.4 – Le champ magnétique d'un aimant droit

Ces lignes relient les pôles magnétiques, et par convention on les oriente de sorte que les lignes de champ d'un aimant entrent par le pôle sud et ressortent par le pôle nord.

Nous savons que la terre se comporte comme un aimant. Ainsi, si le pôle nord de nos boussoles pointe approximativement vers le Nord géographique, c'est parce que c'est le pôle sud de l'aimant terrestre qui se situe au Nord géographique!

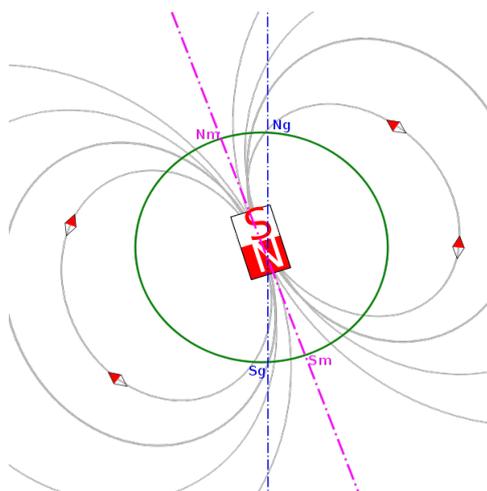


FIGURE 53.5 – Le champ magnétique terrestre

### b) Vecteur champ magnétique

Le champ magnétique est représenté, en chaque point de l'espace, par un vecteur, le vecteur champ magnétique<sup>1</sup>.

Celui-ci s'écrit  $\vec{B}$

- direction : tangente aux lignes du champ magnétique,
- sens : du Nord au Sud d'un aimant,
- grandeur : dépend de l'aimant (unité SI le tesla (T)).

Par définition, les lignes de champ du champ magnétique sont l'ensemble des courbes « en tout point » tangentes à  $\vec{B}$ .

D'autres unités sont aussi utilisées : le gauss par exemple pour des champs plus faibles (1 gauss =  $10^{-4}$  tesla).

**(i) Ordres de grandeur de champs magnétiques** Un aimant NdFeB (néodyme-fer-bore) de la taille d'une pièce de monnaie (créant un champ de l'ordre de 1,25 T) peut soulever un objet de 9 kg et effacer les informations stockées sur une carte de crédit ou une disquette. Les utilisations médicales, comme l'IRM<sup>2</sup>, impliquent des champs d'intensité allant jusqu'à 6 T. Les spectromètres RMN peuvent atteindre jusqu'à 23,5 T.

1. Le lecteur physicien va ici, peut-être, hurler. Nous faisons un abus de notation entre  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$ . L'auteur connaît la différence entre le champ et l'induction magnétique mais cet abus est commun dans les manuels destinés au secondaire et nous assumons cette "faute". Il s'agit ici d'une première introduction aux concepts du magnétisme pas d'un cours universitaire.

2. Imagerie par Résonance Magnétique



FIGURE 53.6 – Une vue du crâne en IRM

La Terre, comme la plupart des planètes du système solaire, possède un champ magnétique. Ce champ magnétique terrestre — qui protège la Terre en déviant les particules chargées issues du Soleil dans une région appelée magnétosphère — est principalement d'origine interne. On suppose qu'il est issu d'effets de convection de la matière située dans le noyau interne de la Terre, principalement composé de fer et de nickel liquide. En particulier, des courants (bien que très faibles) parcourant le noyau induiraient ce champ magnétique, par un processus appelé "effet dynamo".

La valeur moyenne du champ magnétique terrestre est d'environ  $5 \cdot 10^{-5} T$  (soit 0,5 gauss). Le champ magnétique terrestre fluctue au cours du temps : sa direction et son intensité ne sont pas constantes. De plus, il n'est pas homogène en tout point du globe.

Au niveau des pôles magnétiques de ces planètes, le champ a tendance à guider les particules chargées, issues par exemple du vent solaire. Celles-ci, très énergétiques, interagissent parfois avec l'atmosphère de la planète : c'est ce que l'on peut observer sous la forme des aurores polaires.



FIGURE 53.7 – Une aurore boréale

La magnétosphère est la région entourant un objet céleste dans laquelle les phénomènes physiques sont dominés ou organisés par son champ magnétique.

Toute planète dotée d'un champ magnétique (la Terre, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) possède sa propre magnétosphère. Mercure et Ganymède, une lune de Jupiter, en possèdent également une, mais ces magnétosphères sont trop faibles pour capturer le vent solaire ionisé. Sur Mars, on a observé des anomalies magnétiques locales dans l'écorce planétaire, restes présumés

d'un champ magnétique ancestral de nos jours disparu. Le terme « magnétosphère » est aussi utilisé pour décrire une région dominée par des champs magnétiques de plusieurs objets célestes.

La magnétosphère terrestre est située au-delà de l'ionosphère, c'est-à-dire au-dessus de 800 à 1 000 km d'altitude. S'il n'y avait pas de vent solaire, le spectre magnétique de la Terre serait semblable à celui d'un aimant droit isolé. En réalité, la magnétosphère agit comme un écran et protège la surface terrestre des excès du vent solaire, nocif pour la vie. Elle s'oppose au vent solaire comme une culée de pont dévie le courant d'une rivière. En contrepartie le vent solaire déforme le spectre magnétique de la Terre en lui donnant une forme de comète, comme le montre schématiquement la figure ci-dessous.

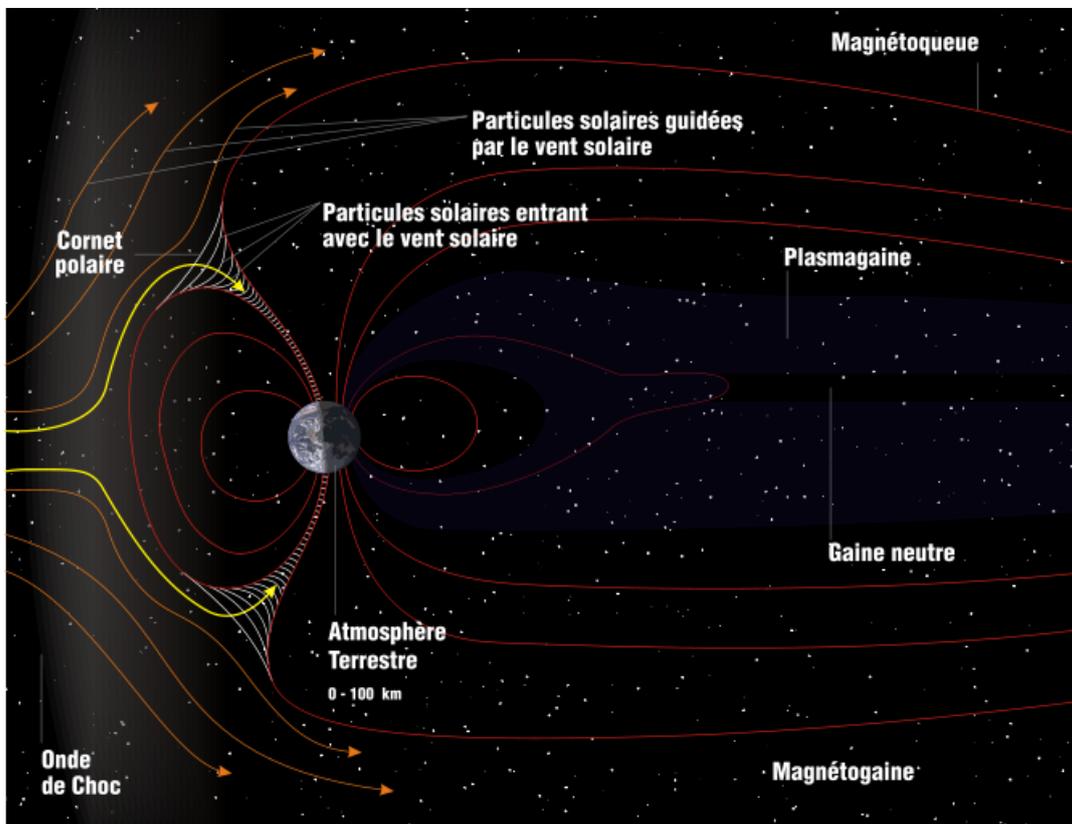


FIGURE 53.8 – La magnétosphère protège la Terre

En particulier, les champs magnétiques des planètes Jupiter et Saturne, les plus intenses après celui du Soleil, sont actuellement beaucoup étudiés afin notamment de comprendre le décalage entre l'orientation du champ magnétique et l'axe de rotation de la planète, ainsi que ses variations.

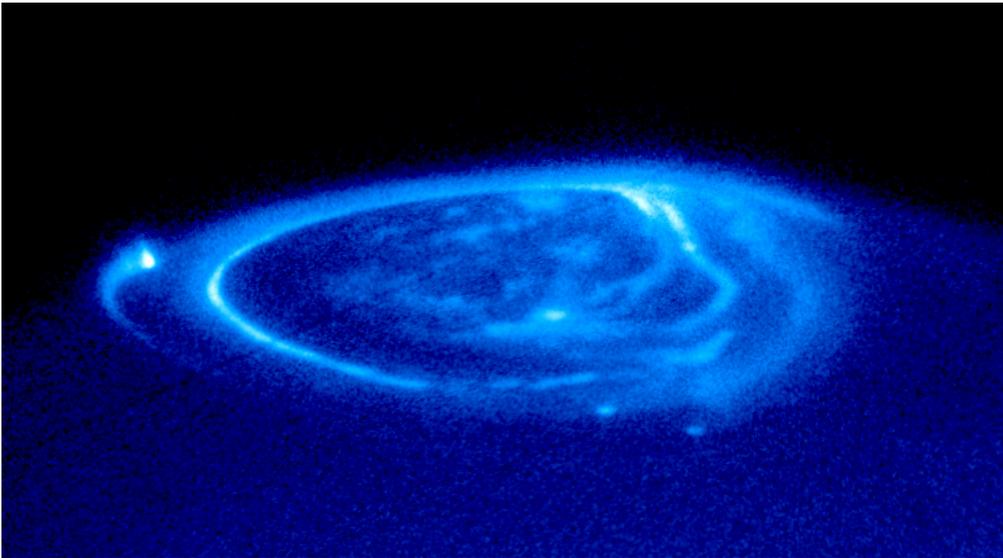


FIGURE 53.9 – Une aurore polaire sur Jupiter

Dans l'espace interplanétaire, le champ magnétique est compris entre  $10^{-10}$  et  $10^{-8}$  T.

Les étoiles, à l'instar des planètes, possèdent aussi un champ magnétique, qui peut être mis en évidence par spectroscopie (effet Zeeman).

# Chapitre 54

## Les champs magnétiques induits

### Sommaire

---

1	Historique	416
	A Électricité et magnétisme	416
2	Champ magnétique créé par un courant	416
	A Courant dans un fil droit	416
	B Courant dans une spire	417
	C Courant dans une bobine	418

---

## Introduction

Un premier lien va être établi entre électricité et magnétisme : les courants électriques engendrent des champs magnétiques.

## 1 Historique

### A Électricité et magnétisme

#### a) Ørsted et Faraday

Jusqu'au début des années 1820, on ne connaissait que le magnétisme des aimants naturels à base de magnétite. Hans Christian Ørsted montra en 1821 qu'un courant électrique parcourant un fil influence l'aiguille d'une boussole située à proximité. Il fut cependant incapable d'expliquer ce phénomène à la lumière des connaissances de l'époque. La même année, Michael Faraday énonce la loi de Faraday, qui trace un premier lien entre électricité et magnétisme.

#### b) Les premiers moteurs électriques

En 1822, le premier moteur électrique est inventé : la roue de Barlow.

André-Marie Ampère proposa peu après une loi phénoménologique, aujourd'hui démontrée dans le cadre général de l'électromagnétisme, appelé théorème d'Ampère, qui relie le champ magnétique aux courants. Peu après, en 1825, l'électricien William Sturgeon crée le premier électroaimant.

En 1873, l'ingénieur belge Zénobe Gramme découvre le premier moteur électrique à courant continu, utilisable à grande échelle.

#### c) Maxwell

En 1873, James Clerk Maxwell unifie le champ magnétique et le champ électrique, au sein de la théorie de l'électromagnétisme.

En 1944, Lars Onsager propose le premier modèle (dit modèle d'Ising) décrivant le phénomène de ferromagnétisme.

En 1968 sont découverts les pulsars, cadavres d'étoiles extraordinairement denses, siège des champs magnétiques les plus intenses existant aujourd'hui dans la nature ( $4 \cdot 10^8$  teslas pour le pulsar du Crabe, par exemple).

En 1983, une équipe internationale crée des aimants néodyme-fer-bore, les plus puissants aimants permanents connus à ce jour (environ 1,25 tesla).

En 1998, une équipe russe crée un champ magnétique pulsé par une explosion qui atteint 2 800 T.

Le 12 décembre 1999, une équipe américaine crée un champ magnétique continu d'une intensité de 45 T.

En 2006, des champs magnétiques pulsés ont atteint 100 T sans destruction.

## 2 Champ magnétique créé par un courant

### A Courant dans un fil droit

Si un courant circule dans un conducteur droit, une boussole située à proximité va être déviée. En effet, un champ magnétique apparaît qui entoure le conducteur.

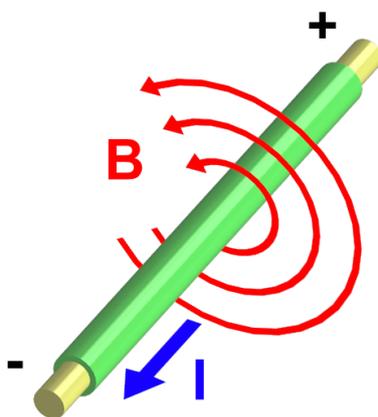


FIGURE 54.1 – Le champ magnétique créé par un courant dans un fil droit

Ceci peut se déduire par la *règle du pouce droit*. Si le pouce droit pointe dans le sens du courant, le vecteur champ magnétique est orienté selon les sens des autres doigts de la main.



FIGURE 54.2 – La règle du pouce droit pour un courant dans un conducteur droit

Le champ magnétique sera d'autant plus fort que l'on est proche du conducteur et que l'intensité du courant est élevée. Ceci s'exprime par la relation suivante :

$$\vec{B} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{d} \quad (54.1)$$

## B Courant dans une spire

Un conducteur enroulé en anneau s'appelle une spire.

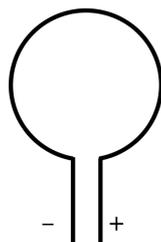


FIGURE 54.3 – Une spire

Un courant circulant dans une spire va provoquer l'apparition d'un champ magnétique.

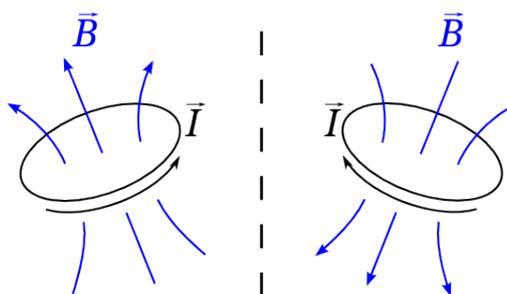


FIGURE 54.4 – Le champ magnétique dû au courant dans une spire

Le sens du champ magnétique peut se déduire par la *règle du pouce droit*. Si les doigts de la main pointent dans le sens du courant, le vecteur champ magnétique est orienté selon le sens du pouce droit.

$$\vec{B} = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{r} \quad (54.2)$$

### C Courant dans une bobine

Un conducteur enroulé en cylindre s'appelle un solénoïde. On dira aussi bobine ou bobinage.

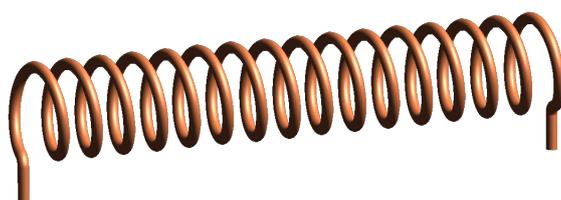


FIGURE 54.5 – Un solénoïde

Un courant circulant dans un solénoïde va provoquer l'apparition d'un champ magnétique.

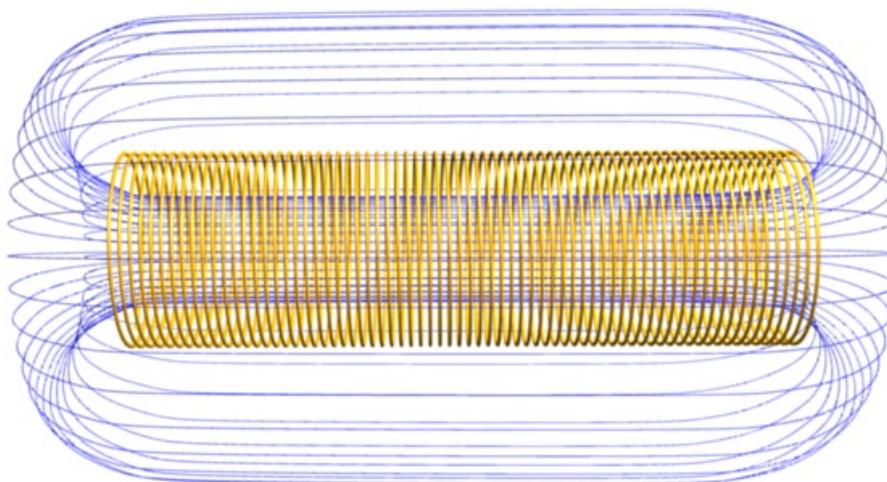


FIGURE 54.6 – Le champ magnétique dû au courant dans un solénoïde

Le champ magnétique  $B$  à l'intérieur du solénoïde est d'autant plus fort que le courant électrique  $I$  est intense et que le nombre de tours  $N$  est important. Le champ magnétique  $B$  sera d'autant plus faible que le solénoïde est long.

Ceci s'exprime via la relation suivante :

$$\vec{B} = \mu \cdot I \cdot \frac{N}{l} \quad (54.3)$$

$\mu$  est la perméabilité magnétique du milieu.

Si le solénoïde est dans le vide (ou dans l'air), alors  $\mu$  vaut approximativement  $1,25 \cdot 10^{-6}$ .

#### a) Les électroaimants

Mais, si dans le solénoïde, on place un métal bien choisi, le champ magnétique peut devenir beaucoup plus fort.

$\mu$  peut valoir jusqu'à approximativement  $5,0 \cdot 10^{-3}$  pour certains aciers.

Ce renforcement du champ magnétique induit par le courant dans le solénoïde est exploité dans la technologie des électroaimants.

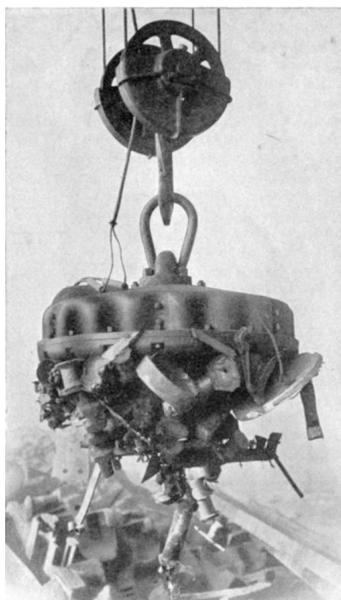


FIGURE 54.7 – Un électroaimant industriel

# Chapitre 55

## Force électromagnétique

### Sommaire

---

1	Force, courant et magnétisme . . . . .	422
	A    Expérience . . . . .	422
	B    Interprétation de l'expérience . . . . .	424
2	Lois de la force électromagnétique . . . . .	425
	A    Loi de Laplace . . . . .	425

---

## Introduction

Si nous approchons un aimant d'un conducteur parcouru par un courant électrique ou si nous approchons deux conducteurs parcourus par des courants électriques, une force apparaît. Cette interaction agit sur les deux objets en présence. Il s'agit de la force électromagnétique.

C'est cette force qui va nous permettre de comprendre le fonctionnement d'un moteur électrique ou d'accélérateurs de particules comme ceux du CERN.

## 1 Force, courant et magnétisme

Explorons ici, le lien entre courants, magnétisme et la force électromagnétique.

### A Expérience

#### a) Dispositif

Réalisons une balançoire avec des conducteurs :

- les deux "fils" sont des fils électriques suspendus à deux potences et chacun relié à une borne d'un générateur de courant continu;
- le "trapèze" est constitué d'une barre métallique horizontale.

Cet ensemble réalise un circuit fermé dans lequel circule un courant électrique. Pour l'instant, éteignons le générateur. Aucun courant ne circule dans le circuit.

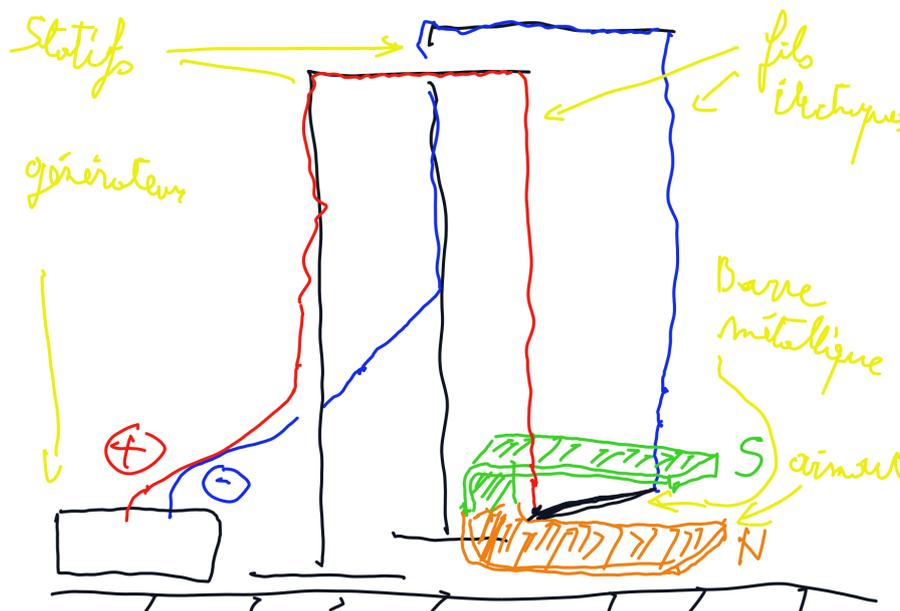


FIGURE 55.1 – La balançoire électromagnétique : pas de courant.

Plaçons un aimant en U pour qu'il "pince" la barre métallique du trapèze (sans la toucher).

- l'axe de l'aimant est perpendiculaire à la barre;
- Le pôle nord est posé au sol sous la barre métallique;
- le pôle sud est lui au dessus de la barre;
- il y a donc un champ magnétique  $\vec{B}$  (que nous supposons uniforme) qui part du bas vers le haut et qui est perpendiculaire à la barre.

## b) Visualisation de la force

Allumons maintenant le générateur, un courant  $I$  parcourt le barreau métallique de la borne + vers la borne -.

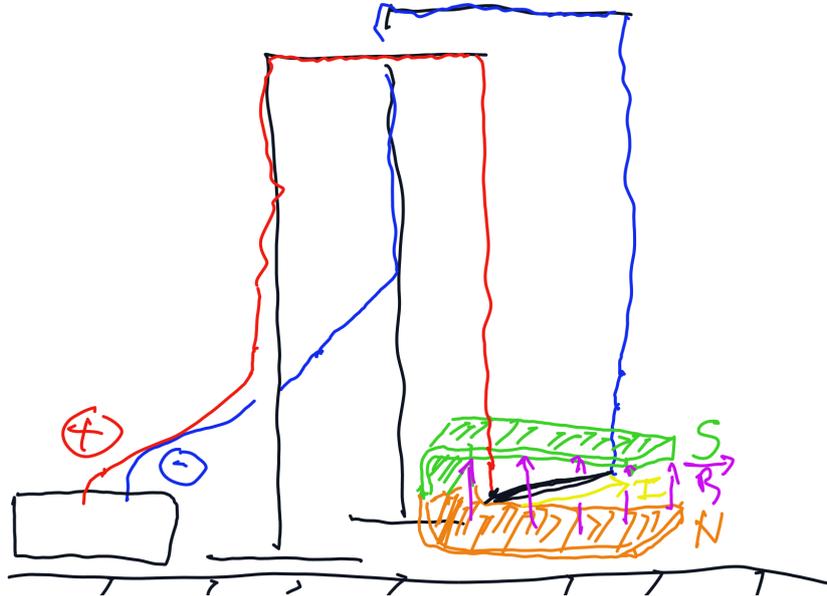


FIGURE 55.2 – La balançoire électromagnétique : avec courant.

À ce moment, la balançoire est poussée. Si elle est poussée, c'est qu'il y a une force!

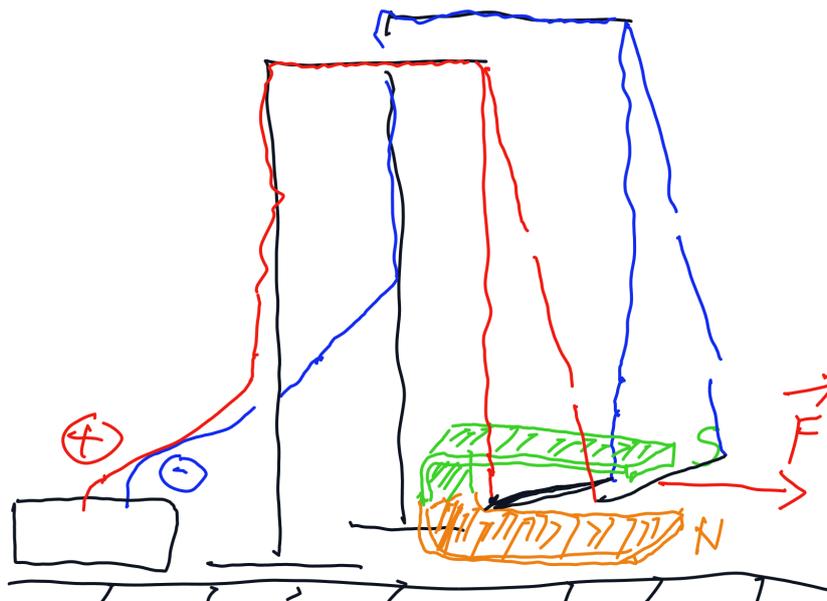


FIGURE 55.3 – La balançoire électromagnétique : la force visualisée.

Cette force, c'est la force électromagnétique.

## B Interprétation de l'expérience

Analysons ici le résultat de l'expérience précédente.

### a) Norme de la force électromagnétique

Dans notre expérience, des mesures permettent de déduire l'expression suivante pour la norme de la force :

$$F = B.I.l \quad (55.1)$$

où :

- $F$  = la norme de la force électromagnétique (N),
- $B$  = la grandeur du champ magnétique (T),
- $I$  = l'intensité de courant électrique (A),
- $l$  = la longueur de la barre métallique (m).

### b) Direction et sens de la force électromagnétique

Reprenons la figure 55.3 et ne retenons que l'intensité de courant  $I$ , le champ  $\vec{B}$  et la force  $F$ . Représentons les dans un repère direct (voir a) p 165).

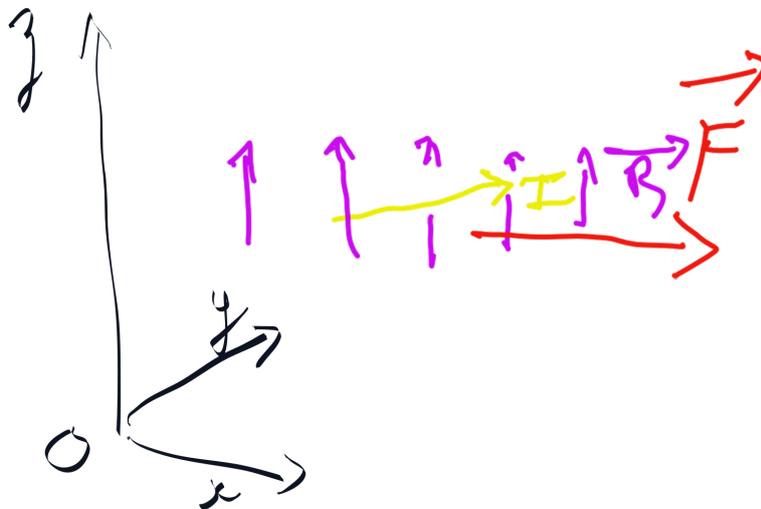


FIGURE 55.4 – Courant  $I$ , champ  $\vec{B}$  et force  $F$  dans un référentiel.

#### (i) Direction

Par construction, on voit que tous trois ( $I$ ,  $\vec{B}$  et  $F$ ) sont perpendiculaires deux à deux.

#### (ii) Sens

Reprenons  $\vec{I}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{F}$  (que nous traitons explicitement ici comme des vecteurs) et faisons tourner le système de référence pour aligner  $\vec{I}$  avec l'axe  $x$ ,  $\vec{B}$  avec l'axe  $y$  et  $\vec{F}$  avec l'axe  $z$ .

Le sens de la force  $\vec{F}$  sera donné par la "règle de la main droite"<sup>1</sup>.

1. Cette astuce mnémotechnique connaît différentes formes : "règle de la main gauche", "FBI" ... Elles sont toutes équivalentes ; choisissez une et retenez la.

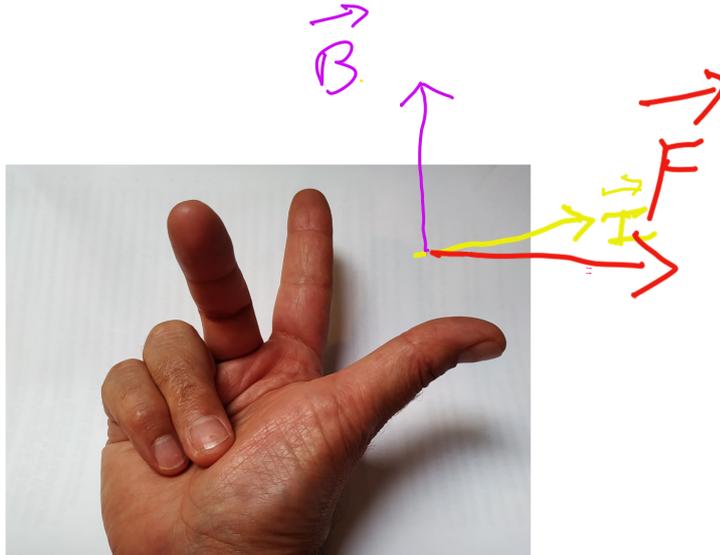


FIGURE 55.5 – Courant  $I$ , champ  $\vec{B}$  et force  $F$  : règle de la main droite.

- Si l'index pointe dans la direction et le sens du courant  $I$
- et si le majeur pointe dans la direction et le sens du champ magnétique  $B$ ,
- alors la force  $F$  pousse dans la direction et le sens du pouce.

### (iii) Courant et champ magnétique non parallèle

Si on fait varier l'angle entre  $B$  et  $I$ , on remarque que

- $F$  est nulle si  $B$  et  $I$  sont parallèles,
- $F$  est maximale si  $B$  et  $I$  sont perpendiculaires.

En faisant des mesures plus précises, on obtient

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\theta \quad (55.2)$$

où  $\theta$  est l'angle entre  $B$  et  $I$ .

### (iv) Produit vectoriel

Mathématiquement, cette dernière expression peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\vec{F} = (\vec{I} \wedge \vec{B}) \cdot l \quad (55.3)$$

L'opération mathématique " $\wedge$ " est le produit vectoriel (voir [A p 165](#)).

C'est une forme concaténée de l'expression [55.2 p 425](#) et de la règle de la main droite représentée à la figure [55.5 p 425](#).

## 2 Lois de la force électromagnétique

La force électromagnétique s'exprime sous deux formes différentes selon la situation rencontrée.

### A Loi de Laplace



# Chapitre 56

## Les courants induits

### Sommaire

---

1	Historique	428
	A Electricité et magnétisme	428
2	Courants engendrés par le magnétisme	428
	A Expérience	428
	B Loi	428

---

## Introduction

Voici un deuxième lien entre électricité et magnétisme : les champs magnétiques peuvent, dans certaines conditions, engendrer des courants électriques.

### 1 Historique

#### A Electricité et magnétisme

### 2 Courants engendrés par le magnétisme

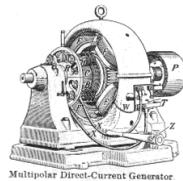


FIGURE 56.1 – Un générateur de courant continu

#### A Expérience

#### B Loi

Le courant est lié à la variation au cours du temps du champ magnétique. C'est la dérivée du champ magnétique  $B$  par rapport au temps qui est liée à l'intensité de courant induit.

# **Onzième partie**

## **Les ondes**



# Chapitre 57

## Mouvement harmonique

### Sommaire

---

1	Expériences . . . . .	432
2	Phénomènes périodiques . . . . .	433
3	Mouvement harmonique . . . . .	433
	A      Caractéristiques du mouvement harmonique . . . . .	433
	B      Cinématique du mouvement harmonique . . . . .	435
	C      Énergie du mouvement harmonique . . . . .	438
	D      Dynamique du mouvement harmonique . . . . .	440
	E      Amortissement du mouvement harmonique . . . . .	440
	F      Déphasage et mouvement harmonique . . . . .	441
4	Exercices . . . . .	443
	A      Cinématique du mouvement harmonique . . . . .	443
	B      Dynamique du mouvement harmonique . . . . .	444
	C      Énergie du mouvement harmonique . . . . .	444

---

## Introduction

Nous allons, dans cette première approche des phénomènes oscillatoires, acquérir un vocabulaire et des concepts de base qui nous serviront tout au long de notre étude des ondes.

### Travail : analyse de texte

consignes :

- Répondre aux questions
- Faire le problème à la fin
- Étudier les encadrés.

## 1 Expériences

Réalisons différentes expériences :

1. Suspendons une extrémité d'un ressort à un statif et à l'autre une masse. Tirons la masse vers le bas et relâchons là. Nous appellerons désormais cet ensemble un **pendule élastique**.

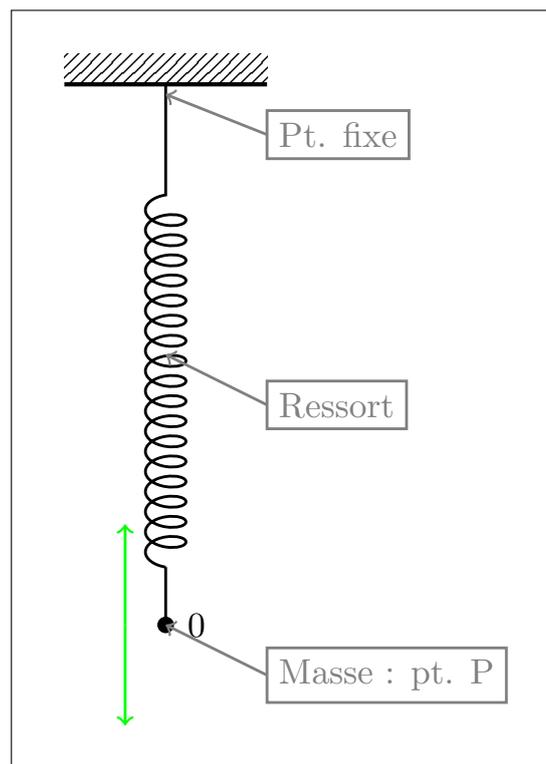


FIGURE 57.1 – Le mouvement de l'oscillateur élastique.

2. Une lame en acier fixée à un support par une extrémité et frappée latéralement à l'autre extrémité.
3. Fixons une masse à une extrémité d'un fil, l'autre extrémité est suspendue à un statif. Écartons la masse de la verticale tout en maintenant le fil droit et lâchons la masse. Nous appellerons désormais cet ensemble un **pendule simple**.

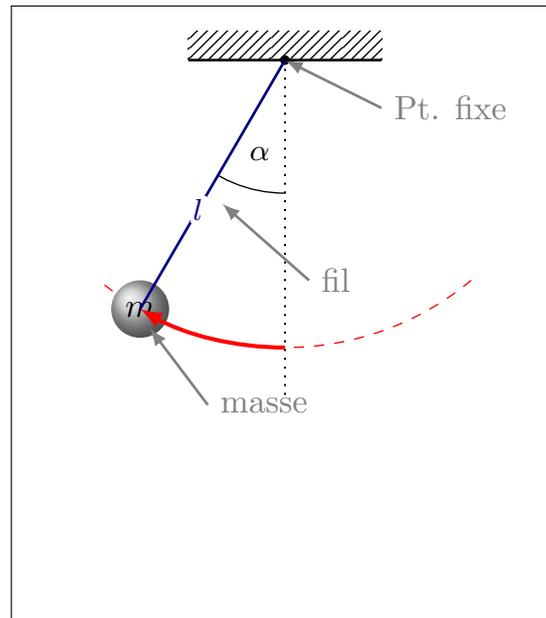


FIGURE 57.2 – Le mouvement du pendule simple.

## 2 Phénomènes périodiques

Clairement, tous les phénomènes décrits au point précédent ont des caractéristiques communes. Définissons ces phénomènes.

**Définition 81** (Phénomène périodique).

Un phénomène est **périodique** s'il se reproduit exactement avec des intervalles de temps égaux.

*Exemple 3* (Phénomènes périodiques).

- La rotation de la Terre autour du soleil,
- La rotation de la Lune autour de la Terre,
- La rotation de la Terre sur elle-même,
- le courant alternatif,
- le pendule simple,
- le pendule élastique
- ...

## 3 Mouvement harmonique

**Définition 82** (Mouvement harmonique).

Le mouvement de l'oscillateur élastique est celui que nous nommerons désormais **mouvement harmonique (MH)**.

C'est le mouvement d'un objet effectuant un mouvement périodique de va-et-vient par rapport à une position d'équilibre.

### A Caractéristiques du mouvement harmonique

L'étude d'un mouvement implique le choix d'un système de référence.

Le MH étant un mouvement rectiligne, un seul axe est suffisant.  
 La masse est ramenée à un point P.  
 La position de la masse à l'équilibre est choisie comme origine.

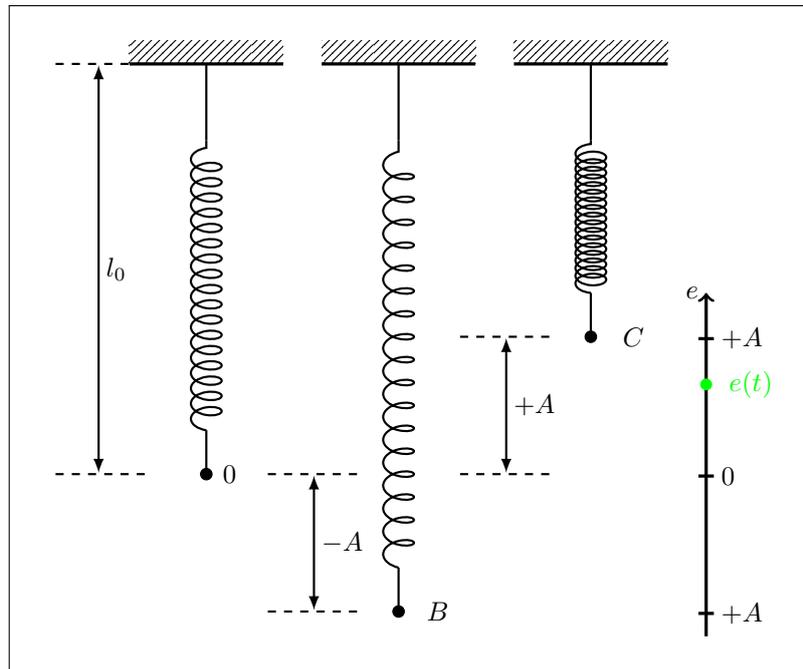


FIGURE 57.3 – Les caractéristiques de l'oscillateur élastique.

**Définition 83** (Élongation).

L'**élongation**  $e$  d'un point P est la valeur de l'écart de P par rapport à la position d'équilibre 0.  
 C'est la position instantanée du centre de masse de l'objet suspendu au ressort.

- Symbole :  $e$
- Unité : mètre (m)

"A" et "-A" sont les élongations maximale et minimale.

**Définition 84** (Amplitude).

L'**amplitude**  $A$  est l'élongation maximale de P.

- Symbole :  $A$
- Unité : mètre (m)

**Définition 85** (Période).

La **période** est la durée d'une oscillation complète.

- Symbole :  $T$
- Unité : seconde (s)

**Définition 86** (Fréquence).

La **fréquence** est le nombre d'oscillations complètes par seconde.

- Symbole :  $f$  ou  $\nu$
- Unité : le hertz (Hz) ou  $s^{-1}$

**Équation 2** (Relation fréquence-période).

$$f = \frac{1}{T} \quad (57.1)$$

## B Cinématique du mouvement harmonique

### a) Équations horaires

Étudions l'évolution de l'élongation  $e$  en fonction du temps.

Notons déjà que, pour des raisons pratiques, on considère l'origine du temps comme étant le premier instant où la masse repasse par la position d'équilibre.

Pour ce faire, portons sur un graphique les différentes valeurs de l'élongation  $e$  tout au long d'une période  $T$ .

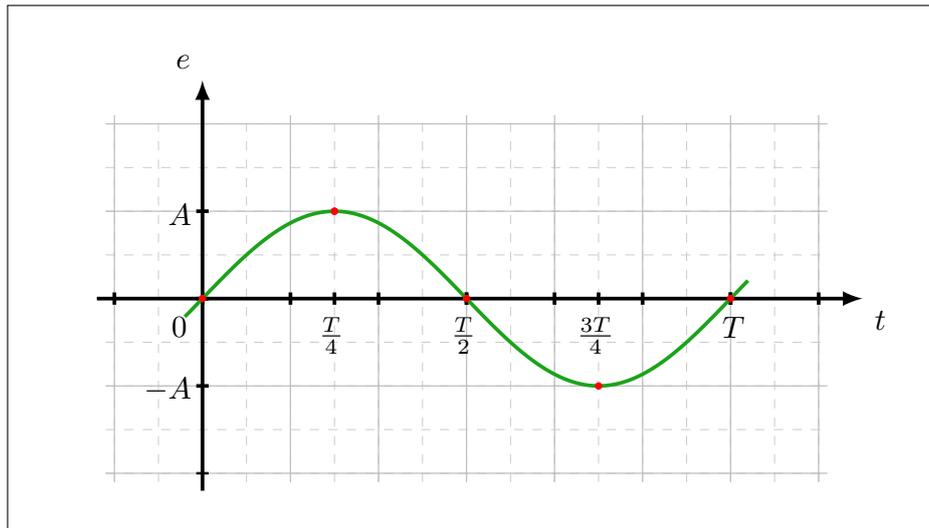


FIGURE 57.4 – L'évolution temporelle de l'élongation de l'oscillateur élastique.

C'est une sinusoïdale.

La même courbe peut être obtenue en représentant le sinus d'un angle en fonction de cet angle.

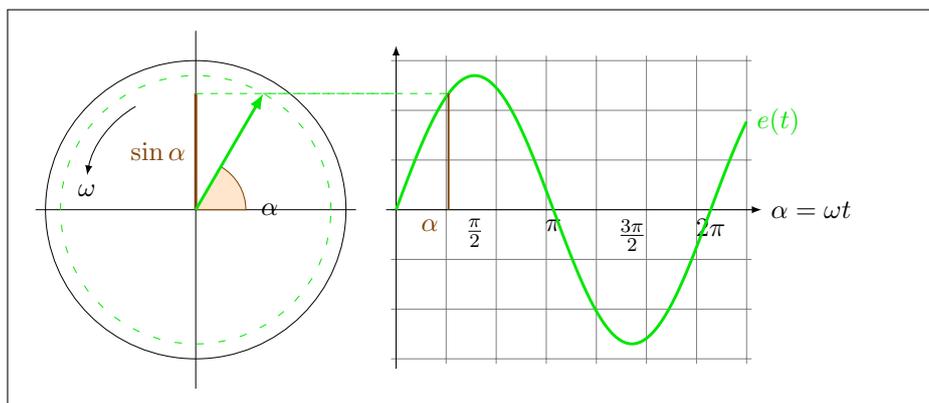


FIGURE 57.5 – Le sinus d'un angle en fonction de cet angle.

De nombreux systèmes peuvent être modélisés grâce à ce type de relation : la hauteur des marées, les températures journalières ...

Pour obtenir les valeurs particulières (renseignées par un point rouge sur la figure 57.4), Il faut écrire l'équation suivante :

**Équation 3** (Équation horaire du mouvement harmonique (1)).

$$e = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \quad (57.2)$$

Vérifions cette équation :

$t = 0$	$e(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 0\right)$	
	$= 0$	OK
$t = \frac{T}{4}$	$e = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right)$	
	$= A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$	
	$= A$	OK
$t = \frac{T}{2}$	$e = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}\right)$	
	$= A \cdot \sin(\pi)$	
	$= 0$	OK
	...	

En tenant compte de la relation 57.1 p 434 , l'équation 57.2 p 435 peut se réécrire comme suit :

**Équation 4** (Équation horaire du mouvement harmonique(2)).

$$e(t) = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad (57.3)$$

Définissons une nouvelle grandeur (cfr. le MCU) :

**Définition 87** (Fréquence angulaire).

La fréquence angulaire  $\omega$  est définie comme suit :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (57.4)$$

où :

- $\omega$  est la vitesse angulaire <sup>a</sup> (unité : rad s<sup>-1</sup>);
- $T$  est la période (unité : s).

a.  $\omega$  est aussi appelé la **pulsation**.

Alors

**Équation 5** (Équation horaire du mouvement harmonique).

$$e(t) = A \cdot \sin(\omega t) \quad (57.5)$$

Voir l'exercice 1 A p 443

## b) Vitesse et accélération

### (i) Vitesse instantanée

Souvenons-nous de la définition de la vitesse instantanée :

**Définition 88** (Vitesse instantanée).

$$v_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (57.6)$$

où

- $v_{inst}$  est la vitesse instantanée (Unité SI :  $\text{ms}^{-1}$ );
- $\Delta r$  est le déplacement (Unité SI : m);
- $\Delta t$  est la durée tendant vers zéro (Unité SI : s).

La conséquence de cette définition est que la vitesse instantanée est la **dérivée** du déplacement.

L'élongation  $e(t)$  est un déplacement par rapport à l'origine 0.

Dès lors, en utilisant l'équation horaire 57.5 p 436 :

$$\begin{aligned} v(t) &= \text{dérivée de } e(t) \text{ par rapport à } t \\ &= (A \cdot \sin(\omega t))' \\ &= A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (57.7)$$

Donc

**Définition 89** (Vitesse en MH).

Dans le mouvement harmonique, la vitesse instantanée est définie par :

$$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \quad (57.8)$$

où :

- $v(t)$  est la vitesse instantanée ( $\text{ms}^{-1}$ );
- $A$  est l'amplitude (m);
- $\omega$  est la fréquence angulaire ( $\text{rads}^{-1}$ );
- $t$  est la date (s);

### (ii) Accélération instantanée

De même, sachant que l'accélération instantanée est la dérivée de la vitesse instantanée :

$$\begin{aligned} a(t) &= \text{dérivée de } v(t) \text{ par rapport à } t \\ &= (A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t))' \\ &= -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (57.9)$$

Donc

**Définition 90** (Accélération en MH).

Dans le mouvement harmonique, l'accélération instantanée est définie par :

$$a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \quad (57.10)$$

où :

- $a(t)$  est l'accélération instantanée ( $\text{ms}^{-2}$ );
- $A$  est l'amplitude (m);
- $\omega$  est la fréquence angulaire ( $\text{rads}^{-1}$ );
- $t$  est la date (s);

La relation suivante est immédiate :

**Équation 6** (Accélération et élongation en MH).

$$a(t) = -\omega^2 \cdot e(t) \quad (57.11)$$

**(iii) Relations entre élongation, vitesse et accélération instantanées**

Les relations entre élongation, vitesse et accélération instantanées peuvent se visualiser comme suit :

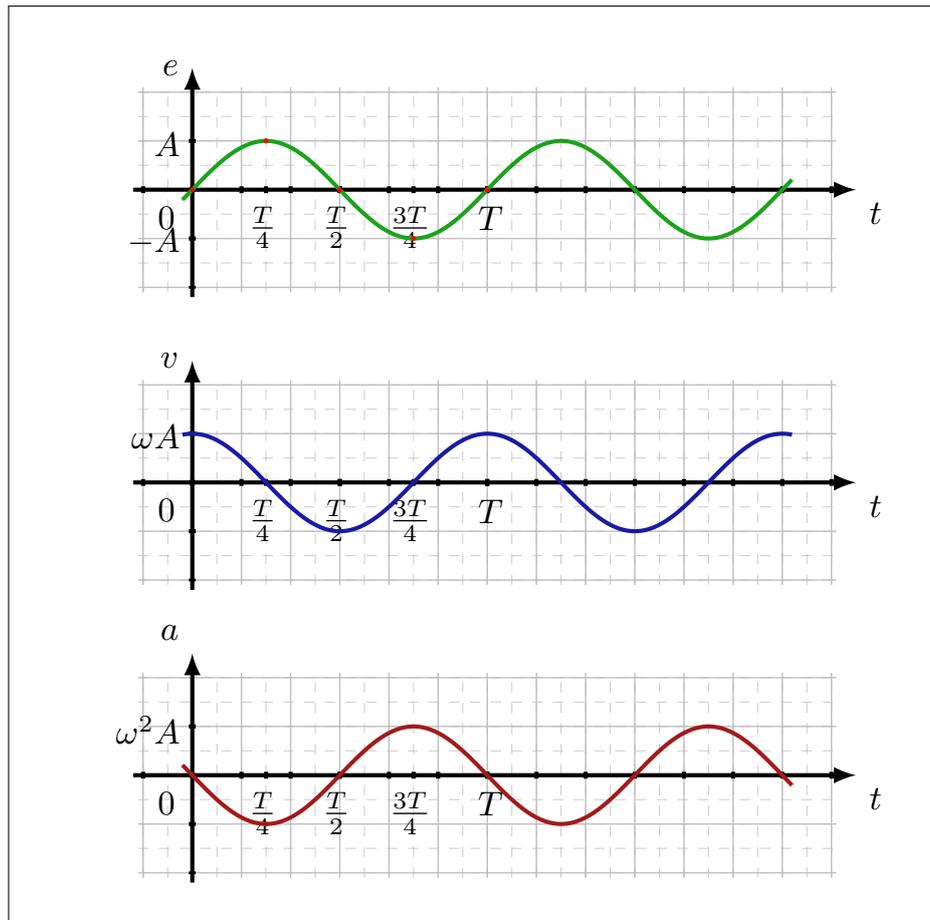


FIGURE 57.6 – Comparaison des élongation, vitesse et accélération de l'oscillateur élastique.

### C Énergie du mouvement harmonique

Dans ce qui suit, nous assumerons que l'on peut négliger les frottements.

Nous savons que l'énergie mécanique totale peut être vue comme la somme des énergies potentielle et cinétique.

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} \quad (57.12)$$

Lorsque l'énergie cinétique est maximale, l'énergie potentielle est nulle.

Dès lors, l'énergie totale est égale à l'énergie cinétique maximale.

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{cin max}} \quad (57.13)$$

Dès lors calculons l'énergie cinétique :

$$\begin{aligned}
 E_{\text{cin}} &= \frac{1}{2} m v^2 \\
 &= \frac{1}{2} m (A \cdot \omega \cdot \cos \omega t)^2 \\
 &= \frac{m A^2 \omega^2 \cos^2 \omega t}{2} \\
 &= \frac{m A^2 4 \pi^2 \cos^2 \omega t}{2 T^2} \\
 &= \frac{2 m A^2 \pi^2 \cos^2 \omega t}{T^2} \\
 &= 2 \pi^2 m A^2 f^2 \cos^2 \omega t
 \end{aligned} \tag{57.14}$$

Cette énergie est maximale lorsque la vitesse est maximale c.à.d. lorsque  $\cos(\omega t) = 1$ .  
Dès lors :

$$\begin{aligned}
 E_{\text{tot}} &= E_{\text{cin max}} \\
 &= \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \\
 &= \frac{1}{2} m (A \cdot \omega \cdot 1)^2 \\
 &= \frac{m A^2 \omega^2}{2} \\
 &= \frac{m A^2 4 \pi^2}{2 T^2} \\
 &= \frac{2 m A^2 \pi^2}{T^2}
 \end{aligned} \tag{57.15}$$

donc

**Équation 7** (Énergie en MH).

$$\begin{aligned}
 E_{\text{tot}} &= \frac{2 \pi^2 m A^2}{T^2} \\
 &= 2 \pi^2 m A^2 f^2
 \end{aligned} \tag{57.16}$$

Il est dès lors facile de calculer l'énergie potentielle :

$$\begin{aligned}
 E_{\text{pot}} &= E_{\text{tot}} - E_{\text{cin}} \\
 &= \frac{m A^2 \omega^2 (1 - \cos^2 \omega t)}{2} \\
 &= \frac{m A^2 4 \pi^2 \sin^2 \omega t}{2 T^2} \\
 &= \frac{2 m A^2 \pi^2 \sin^2 \omega t}{T^2} \\
 &= 2 \pi^2 m A^2 f^2 \sin^2 \omega t
 \end{aligned} \tag{57.17}$$

## D Dynamique du mouvement harmonique

Souvenons-nous de la loi des ressorts :

**Définition 91** (Rappel de la loi des ressorts).

$$F = -k \cdot e \quad (57.18)$$

où

- $F$  est la force que subit la masse  $m$  (N);
- $e$  est l'écart par rapport à la position d'équilibre (ici l'élongation) (m);
- $k$  est la constante de raideur du ressort ( $\text{N m}^{-1}$ ).

Par ailleurs, en nous souvenant du principe fondamental de la dynamique, nous savons que :

**Définition 92** (Rappel du principe fondamental de la dynamique).

$$F = m \cdot a \quad (57.19)$$

où

- $F$  est la force que subit la masse  $m$  (N);
- $a$  est l'accélération ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ );
- $m$  est la masse de l'objet (kg).

Dès lors en nous souvenant de la relation [57.11 p 438](#), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} m \cdot a(t) &= -k \cdot e(t) \\ m \cdot (-\omega^2) \cdot e(t) &= -k \cdot e(t) \\ m \cdot \omega^2 &= k \\ \omega^2 &= \frac{k}{m} \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned} \quad (57.20)$$

La période de l'oscillateur harmonique est donc :

**Équation 8** (période de l'oscillateur harmonique).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (57.21)$$

où

- $T$  est la période de l'oscillateur (s);
- $k$  est la constante de raideur du ressort ( $\text{N m}^{-1}$ )
- $m$  est la masse de l'objet (kg).

Notons que la période (et donc la fréquence) ne dépend pas de l'amplitude.

## E Amortissement du mouvement harmonique

Lorsqu'il y a des frottements, l'énergie totale de l'oscillateur diminue et l'amplitude va en décroissant.

On dit que les oscillations sont **amorties**.

La variation de l'élongation ressemble à la figure ci-dessous :

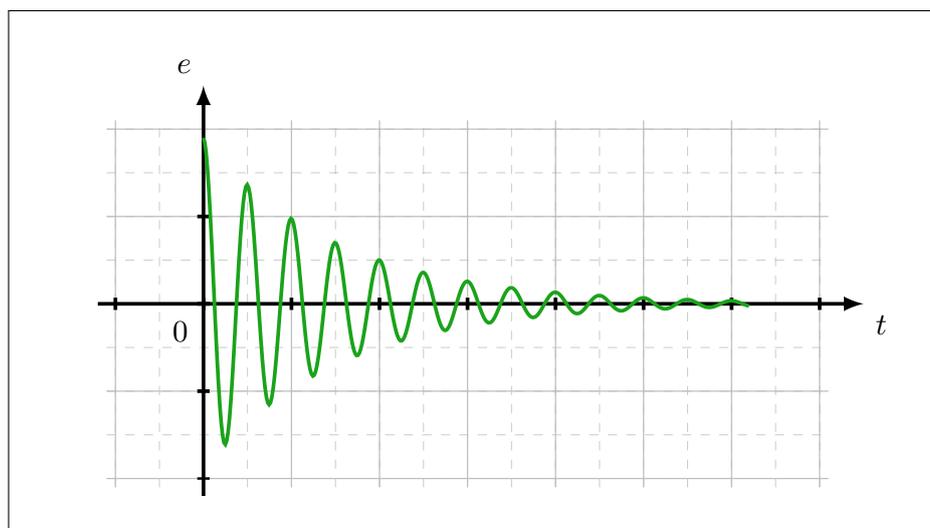


FIGURE 57.7 – Oscillations amorties.

Remarquons que la fréquence ne change pas.

La fonction choisie ici pour modéliser le phénomène est le produit d'une fonction sinusoïdale et d'une exponentielle décroissante.

**Équation 9** (Modélisation d'une oscillation amortie).

$$e(t) = A_0 \cdot e^{-bt} \cdot \sin(\omega t) \quad (57.22)$$

où

- $A_0$  est l'amplitude initiale à  $t = 0$  ;
- $b$  est une constante liée aux frottements.

## F Déphasage et mouvement harmonique

Envisageons les élongations instantanées de deux oscillateurs harmoniques. Supposons que les oscillateurs soient de même fréquence mais que les deux oscillateurs n'aient pas commencé leurs mouvements simultanément.

Différentes situations peuvent se présenter :

### a) Déphasage

Dans le cas général, les oscillations sont clairement décalées. Les deux oscillateurs n'atteignent pas leur maximum en même temps.

On dit que les oscillateurs sont **déphasés**.

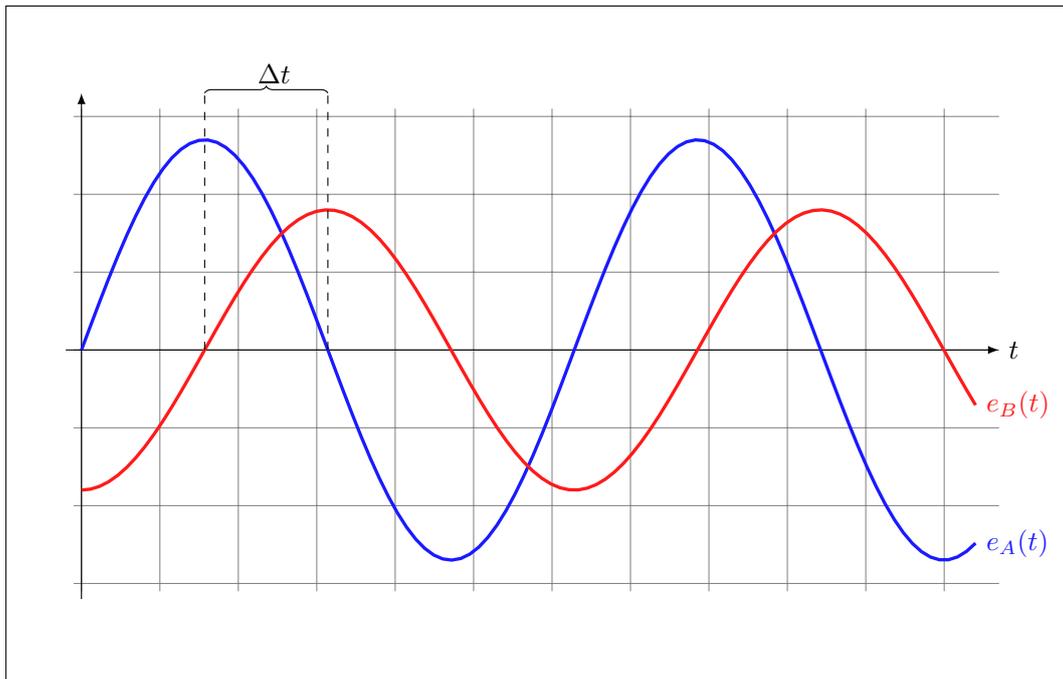


FIGURE 57.8 – Déphasage : cas général.

Ce déphasage peut être évalué en mesurant la durée  $\Delta t$  entre les passages respectifs à l'élongation maximale des oscillateurs.

### b) Concordance de phase

Envisageons maintenant une situation où les deux oscillateurs ne commencent pas leur mouvement nécessairement en même temps mais où leurs maxima d'élongations respectifs ont lieu simultanément. Notons qu'alors leurs minima sont aussi simultanés et qu'il en est de même pour leurs valeurs moyennes.

Ceci peut correspondre à une situation telle que représentée par la figure 57.9.

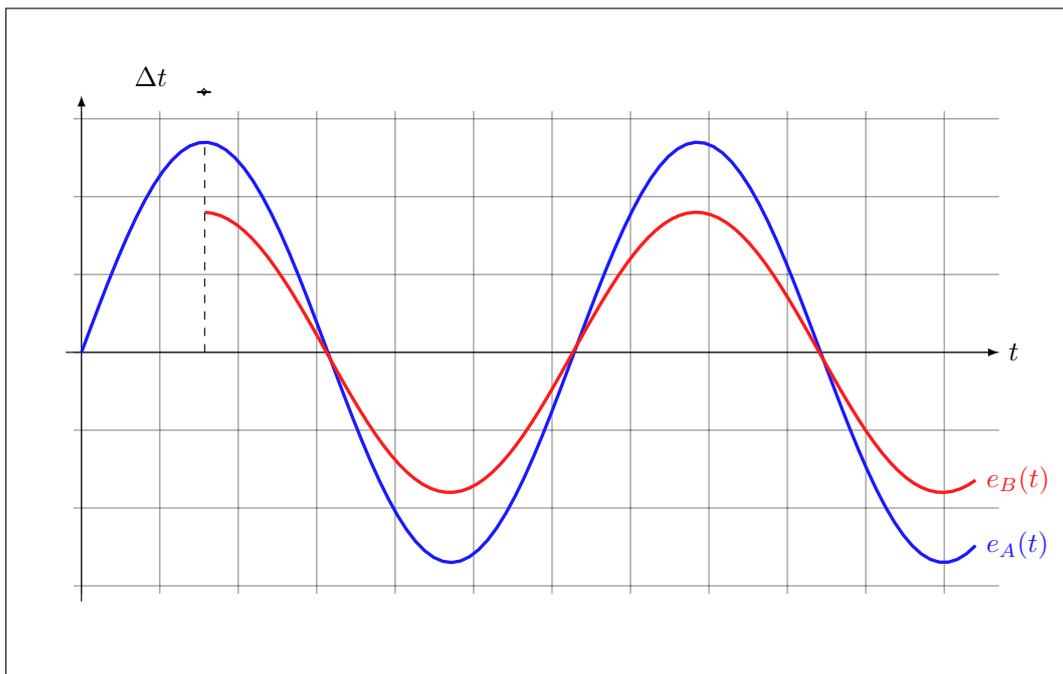


FIGURE 57.9 – Déphasage : Concordance de phase.

Dans ce cas, on dit que les oscillateurs sont en **concordance de phase** et soit  $\Delta t = 0$ , soit le décalage temporel entre eux est égal à un nombre entier de périodes :

$$\Delta t = k \cdot T \quad \text{où } k \in \mathbb{N} \quad (57.23)$$

### c) Opposition de phase

Finalement, imaginons une situation où l'écart  $\Delta t$  entre deux maxima les plus proches de chacun des oscillateurs est exactement égal à une demi période :  $\Delta t = \frac{T}{2}$ .

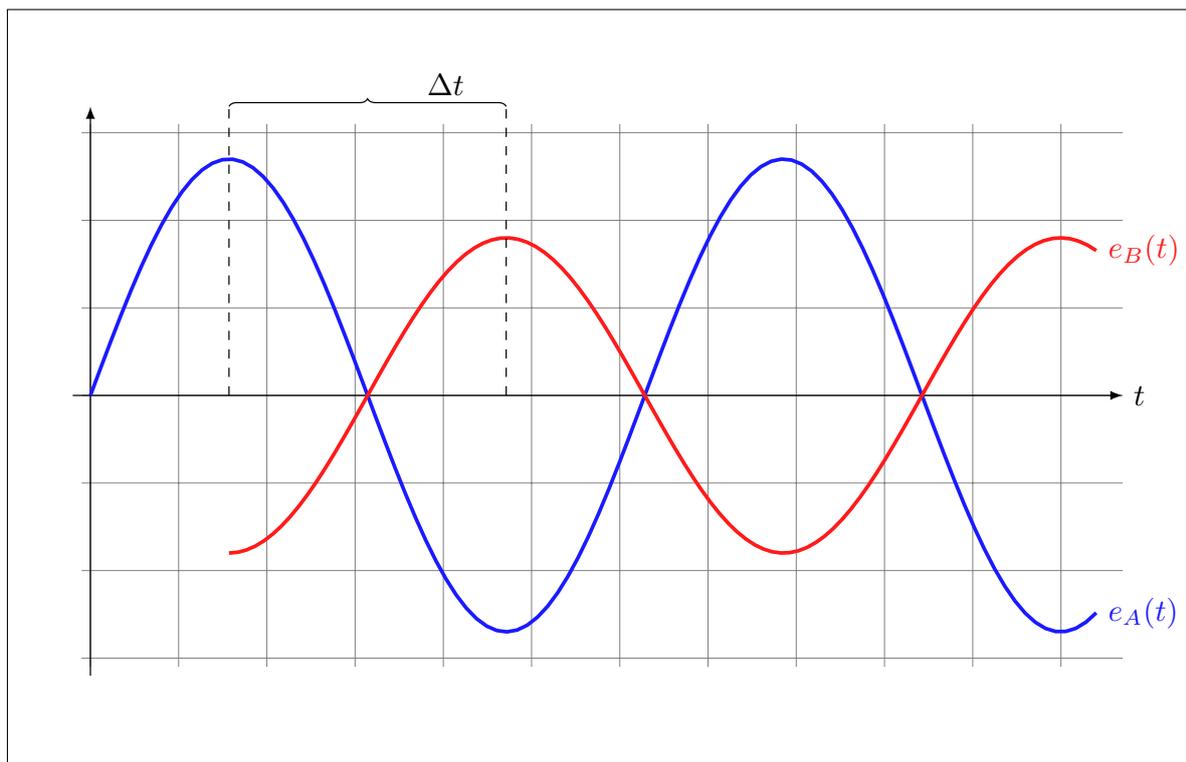


FIGURE 57.10 – Déphasage : Opposition de phase.

Dans ce cas, on dit que les oscillateurs sont en **opposition de phase**.

Le décalage temporel entre eux est égal à un nombre impair de demi-périodes :

$$\Delta t = (2k + 1) \cdot \frac{T}{2} \quad \text{où } k \in \mathbb{N} \quad (57.24)$$

## 4 Exercices

### A Cinématique du mouvement harmonique

1. Calculez les élongations du mobile en MH si  $A = 3 \text{ cm}$  et  $T = 2 \text{ s}$  pour les différents instants suivants :

t(s)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	1	1,2	1,5	1,6	2	2,1
e(m)												

## B Dynamique du mouvement harmonique

1. Dans le cas d'un pendule harmonique, on peut modifier  $A$ ,  $m$  ou  $k$ .
  - (a) Lesquels de ces paramètres peuvent-ils modifier  $f$ ?
  - (b) Indiquez dans un tableau comment  $f$  est modifié si on fait croître chacune de ces grandeurs?
  - (c) Lesquelles de ces grandeurs peuvent-elles modifier la vitesse maximum?
  - (d) Indiquez dans un tableau comment  $v^{\max}$  est modifiée si on fait croître chacune de ces grandeurs?
2. Un oscillateur harmonique fait vingt (20) allers-retours en 5,64 s. La masse de l'objet oscillant est de 145 g. Que vaut la constante de raideur du ressort?
3. Une force de 0,068 N a pour effet d'allonger un ressort de 4 cm. Si on attache une masse de 200 g à ce ressort et qu'on la fait osciller, quelles seront la période et la fréquence du MH?
  - (a) Quelle est la période de cet oscillateur?
  - (b) Quelle est la fréquence de cet oscillateur?
4. Un moteur à explosion tourne à 3000 tours par minute. On peut assimiler le mouvement d'un piston de ce moteur à celui d'un oscillateur harmonique.
  - (a) Calculez fréquence et période du MH.
  - (b) Si l'amplitude de son mouvement est de 5 cm, déterminez la vitesse maximale  $v^{\max}$  du piston.
  - (c) Que vaut alors son accélération maximale  $a^{\max}$ ?
  - (d) Si la masse du piston est de 100 g, que vaut la force maximale  $f^{\max}$  qui s'exerce sur lui?

## C Énergie du mouvement harmonique

1. Faites un graphique de l'évolution temporelle des énergies totale, cinétique et potentielle d'un oscillateur harmonique sur trois périodes. (échelle arbitraire)
2. Sur base du graphique précédent, précisez quand l'énergie cinétique est égale à l'énergie potentielle dans le MH.
3. L'élongation  $e(t)$  d'un oscillateur harmonique vaut la moitié de l'amplitude. Quelle fraction de l'énergie totale, l'énergie cinétique représente-t-elle alors?

# Chapitre 58

## Les résonances

### Sommaire

---

1	Expériences	446
	A	
	Oscillateurs couplés	446
2	Définitions	447
3	Conclusion	448
4	Applications	448
	A	
	Deux diapasons	448
	B	
	Balançoire	448
	C	
	Systèmes en rotation	449
	D	
	Baignoire	450

---

## Introduction

Les effets dûs à la résonance sont omniprésents autour de nous.

Nous allons ici apprendre à les reconnaître, à les définir et à les analyser.

### 1 Expériences

#### A Oscillateurs couplés

##### a) Deux pendules de même longueur

Fixons deux pendules de même longueur à deux points de fixation. Relions ces deux pendules par une ficelle légère (celle-ci va réaliser ce que nous appellerons le couplage des deux pendules). Et, pour assurer la rigidité de cette connexion, suspendons une petite masse à cette dernière ficelle.

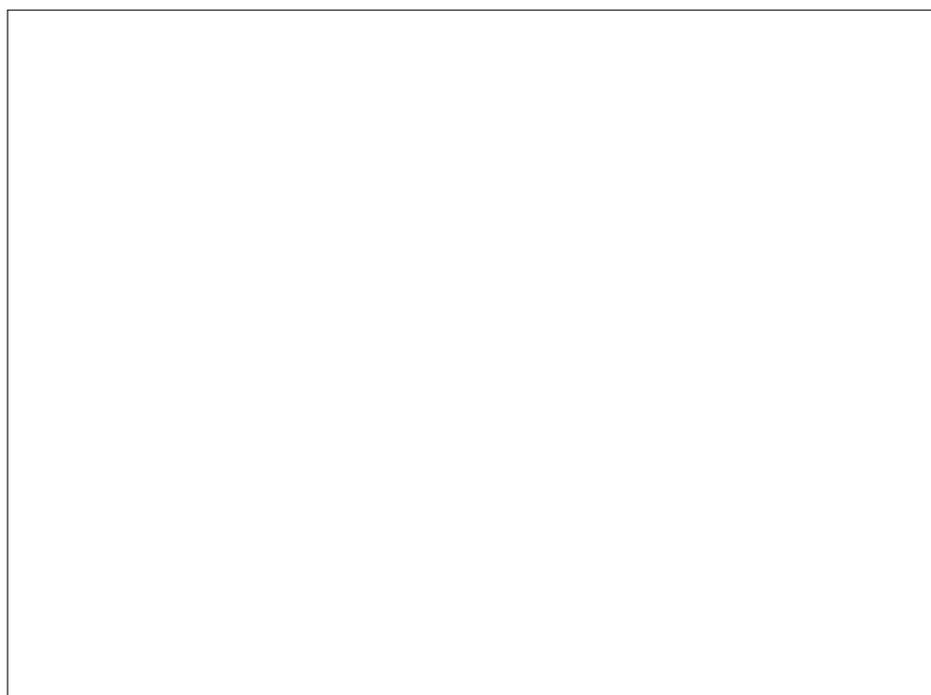


FIGURE 58.1 – Deux pendules de même longueur couplés.

Si les deux pendules sont identiques alors ils ont une même fréquence propre.

Si on met en mouvement un des pendules, on observe une série de comportements :

- Le deuxième pendule se met progressivement en mouvement avec la même fréquence que le premier.
- Au fur et à mesure que l'amplitude de l'oscillation du deuxième pendule augmente, l'amplitude de l'oscillation du premier pendule diminue.
- Ceci jusqu'à l'arrêt de l'oscillation du premier pendule.
- Alors le premier pendule se remet progressivement en mouvement avec la même fréquence.
- Au fur et à mesure que l'amplitude de l'oscillation du premier pendule augmente, l'amplitude de l'oscillation du second pendule diminue.
- Ceci jusqu'à l'arrêt de l'oscillation du second pendule.
- Le cycle se répète.

#### (i) Conclusion

Si les deux pendules couplés sont de même longueur et donc de même fréquence propre, ils échangent de l'énergie.

### b) Deux pendules de différentes longueurs

Fixons deux pendules de longueurs différentes à deux points de fixation. Relions ces deux pendules par une ficelle légère (celle-ci va réaliser ce que nous appellerons le couplage des deux pendules). Et, toujours pour assurer la rigidité de cette connexion, suspendons une petite masse à cette dernière ficelle.

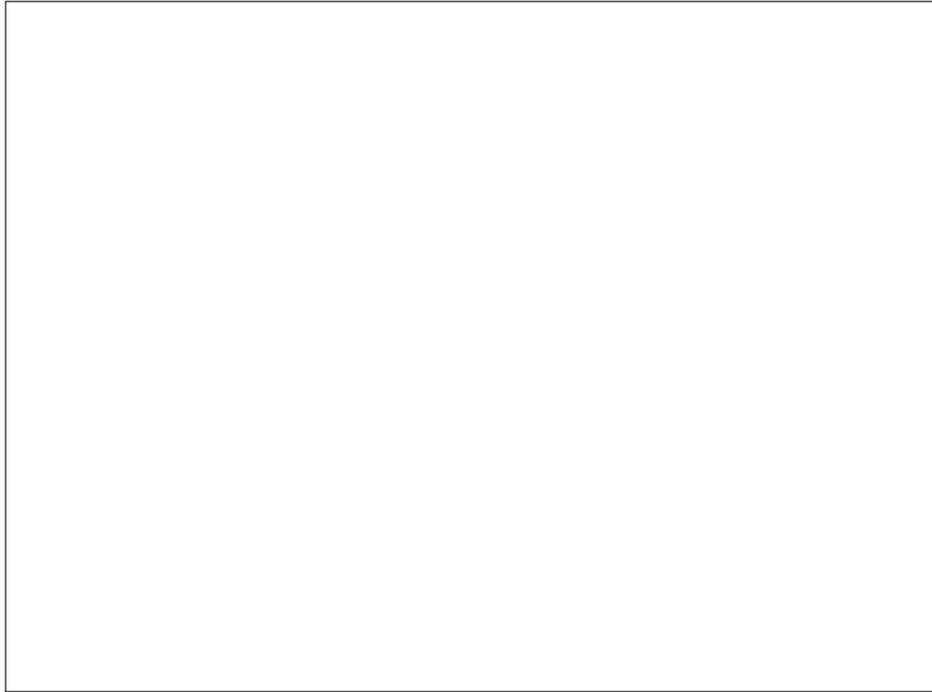


FIGURE 58.2 – Deux pendules de longueurs différentes couplés.

Si les deux pendules ne sont pas identiques alors ils ont des fréquences propres différentes. Si on met en mouvement un des pendules, qu'observe-t-on?

- Le deuxième pendule se met peu en mouvement .

#### (i) Conclusion

Si les deux pendules couplés sont de longueurs différentes, le transfert d'énergie est faible.

## 2 Définitions

**Définition 93** (Couplage). Nous appellerons *couplage* le lien entre deux oscillateurs.

**Définition 94** (Excitateur). Nous appellerons *excitateur* l'oscillateur qui donne son énergie.

**Définition 95** (Résonateur). Nous appellerons *résonateur* l'oscillateur qui reçoit de l'énergie.

**Définition 96** (Résonance). Nous dirons qu'il y a *résonance* lorsque le transfert d'énergie est maximum.

### 3 Conclusion

**Conclusion 3** (Résonance et fréquences propres). *Il y a résonance lorsque la fréquence propre du résonateur est égale à celle de l'excitateur*

**Conclusion 4** (Transfert d'énergie sélectif en fréquence). *Le résonateur absorbe l'énergie de façon préférentielle à sa fréquence propre.*

### 4 Applications

#### A Deux diapasons

Plaçons face à face deux diapasons de même fréquence propre.

Si on frappe le premier puis que l'on pose sa main dessus pour le rendre "muet", on peut alors entendre le deuxième émettre un son. Ceci sans que le deuxième n'ait été frappé.

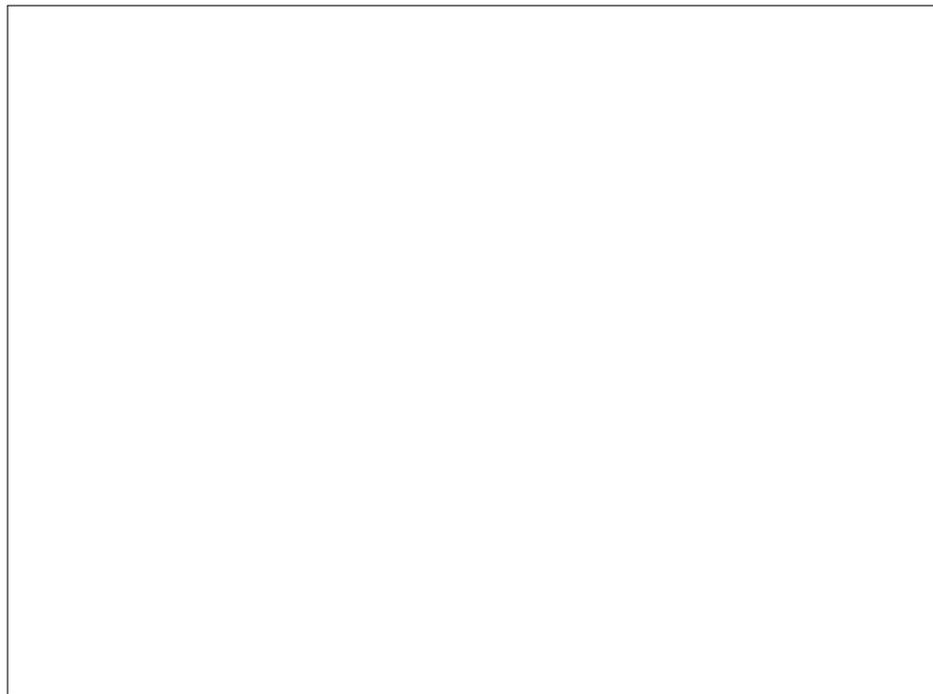


FIGURE 58.3 – Deux diapasons.

Si on place un cavalier sur le deuxième diapason, celui-ci n'émettra aucun son lorsque nous arrêterons le premier.

#### B Balançoire

Si nous sommes seul, la fréquence du mouvement des jambes doit correspondre à la fréquence propre de la balançoire.

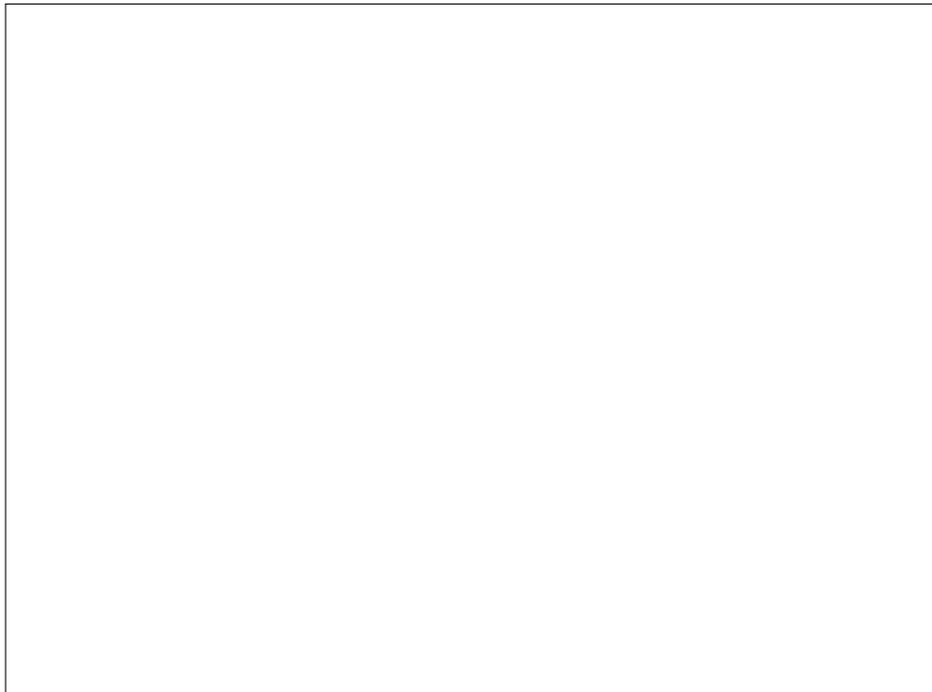


FIGURE 58.4 – Balancoire.

Si quelqu'un nous pousse, cette personne est l'excitateur et doit donner ses impulsions à la fréquence propre de la balançoire. La balançoire est alors le résonateur.

Remarquons qu'il suffit que la balançoire soit poussée avec une fréquence proche de sa fréquence propre pour que le transfert d'énergie ait lieu.

## C Systèmes en rotation

Un système en rotation mal équilibré va engendrer des vibrations.

Ceci est bien connu des mécaniciens et des garagistes. De petites masses sont disposées sur les jantes des roues de voitures pour les "équilibrer". Une roue mal équilibrée fait vibrer toute la voiture. Ces vibrations peuvent rapidement avoir de graves conséquences : vis, boulons et écrous qui se défont mais aussi contraintes sur les axes des roues qui peuvent alors se déformer.



FIGURE 58.5 – Roue équilibrée.

Les hélices d'avions doivent aussi être "équilibrées" avec soin pour le même type de raisons.

## D Baignoire

Qui n'a jamais joué à faire déborder une baignoire en y créant des vagues?

Ici aussi il faut que la fréquence des mouvements d'eau soit à une fréquence bien précise pour que le phénomène ait lieu.

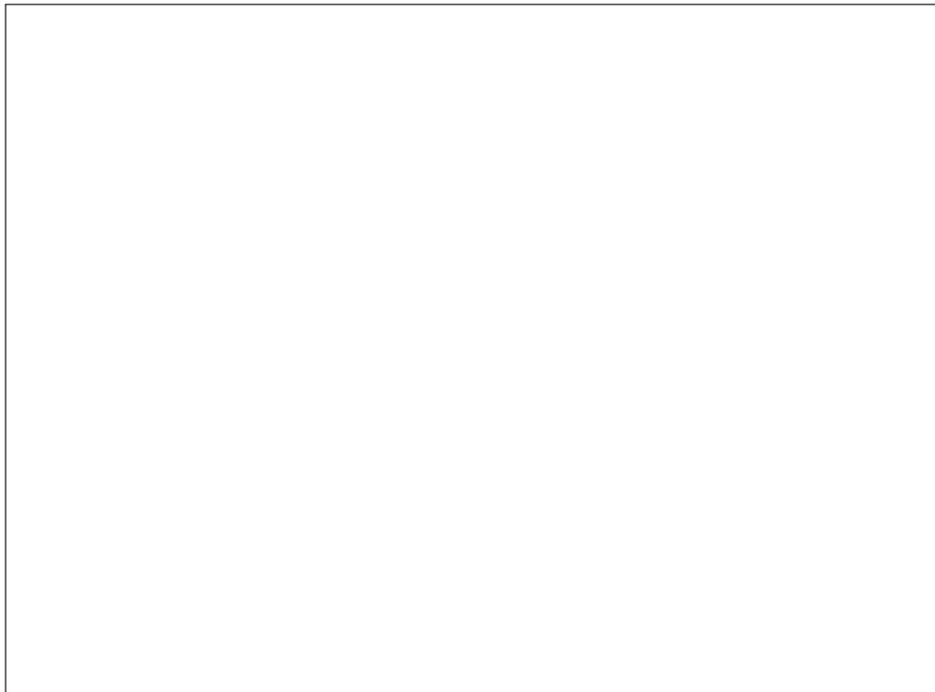


FIGURE 58.6 – Baignoire.

# Chapitre 59

## Les ondes : généralités

### Sommaire

---

1	Onde : définition	452
2	Autres définitions	453
	A    Élongation et amplitude	453
	B    Vitesse de propagation	453
	C    Ondes transversales et longitudinales	453
	D    Ondes sinusoïdales	455
	E    Progression d'une onde transversale	457
	F    La longueur d'onde	458
3	Onde progressive : approche mathématique	459
	A    Périodicités	460
4	Exercices	461

---

## Introduction

Nous commençons d'habitude ce chapitre par un texte à lire et à analyser.

### Travail : analyse de texte

consignes :

- Répondre aux questions
- Faire le problème à la fin
- Étudier les encadrés.

## 1 Onde : définition

### Définition 97 (Élongation).

Une **onde** est un **transfert d'énergie sans transfert de matière**.

Une **onde** est la propagation d'un signal (à travers un milieu).

Il y a modification d'une (ou de plusieurs) grandeur(s) physique(s) dans le milieu de propagation. (ex. : pression, position, vitesse, ...)

### Exemple 4 (Ondes mécaniques).

- Une goutte d'eau tombant dans un étang ou un évier. Des rides circulaires et concentriques se propagent à la surface de l'étang.
- Une locomotive heurte un autre train. Tous les wagons du train vont ressentir le choc et sortir des rails. Pourtant la locomotive n'a heurté qu'une extrémité du train. (onde de choc)
- Deux plaques tectoniques qui glissent l'une sur l'autre et une onde sismique se propage dans la croûte terrestre. C'est un tremblement de terre.
- Un bruit, une explosion causent de minuscules déplacements de molécules d'air et de faibles variations de pression. (Onde sonore)

### Définition 98 (Oscillations).

Des **oscillations** (ou des vibrations) sont des mouvements de va-et-vient périodiques effectués par un objet de part et d'autre d'une position d'équilibre.

### Exemple 5 (Oscillations).

- Le piston d'un moteur (rpm).
- une corde de guitare ou d'un autre instrument de musique qui est frappée ou pincée.
- une lame en acier fixée à une extrémité et frappée latéralement à l'autre extrémité.
- Un corps suspendu à un ressort.

La **période** est la durée d'une oscillation complète.

Symbole : **T**

Unité : **s**

La **fréquence** est le nombre d'oscillations complètes par seconde.

Symbole : **f** ou  $\nu$

Unité : le hertz **Hz** ou  $s^{-1}$

$$f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow T = \frac{1}{f}$$

Exemples :

- Si  $T = 0,5s$  Alors  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5s} = 2Hz$
- 

## 2 Autres définitions

### A Élongation et amplitude

L'**élongation**  $e$  d'un point P est la valeur de l'écart de P par rapport à la position d'équilibre 0.

$$e(t) = \|OP\|$$

L'élongation a des unités variables selon le type d'ondes.

Pour l'instant, nous considérons que l'unité de  $e$  est le mètre, mais ce ne sera pas toujours le cas.

L'**amplitude**  $A$  est la valeur maximale de l'élongation. C'est l'écart maximal par rapport à la position d'équilibre.

L'élongation est toujours comprise entre  $A$  et  $-A$ . L'unité de  $A$  et de  $e$  est la même.

### B Vitesse de propagation

La vitesse de propagation dépend de plusieurs variables :

- Le milieu de propagation et ses caractéristiques.
  - $v = 331 \text{ m/s}$  ds l'air à  $0^{\circ}C$
  - $v = 340 \text{ m/s}$  ds l'air à  $15^{\circ}C$
  - $v = 1500 \text{ m/s}$  ds l'eau à  $15^{\circ}C$
  - $v = 3570 \text{ m/s}$  ds la fonte à  $20^{\circ}C$
- La nature du signal :  
Pour un même milieu, (ex. : l'air), la vitesse des ondes sonores est très différente des ondes radios ( $\approx 3.10^8 \text{ m/s}$ )

Rmq. : La vitesse de propagation ne dépend pas de l'amplitude.

### C Ondes transversales et longitudinales

Nous allons classer les ondes selon la direction de la perturbation.

#### a) Ondes transversales

Le mouvement d'un bouchon sur une vague se fait dans la direction perpendiculaire au déplacement de la vague.

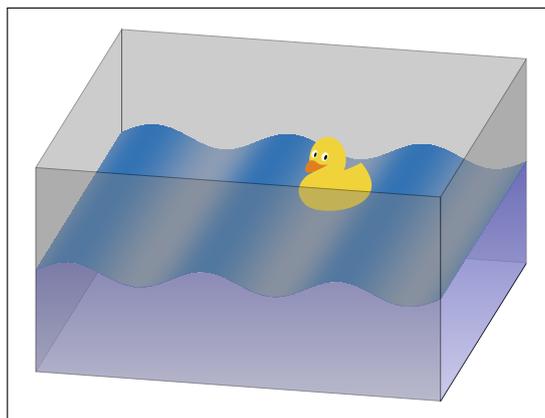


FIGURE 59.1 – Mouvement d'un canard en plastique sur une vague.

**Définition 99** (Onde transversale).

On parle d'*onde transversale* dans le cas où la direction de la perturbation est **perpendiculaire** à la direction de propagation de l'onde.

Comme autre exemple, on peut s'imaginer l'onde produite sur une corde ou dans un ressort en lui imprimant un mouvement perpendiculaire.



FIGURE 59.2 – Onde transversale dans un ressort.

**b) Ondes longitudinales**

Comme autre exemple, on peut s'imaginer l'onde produite dans un ressort en lui imprimant un mouvement de détente-compression.



FIGURE 59.3 – Mouvement dans un ressort.

**Définition 100** (Onde longitudinale).

On parle d'*onde longitudinale* dans le cas où la direction de la perturbation est **parallèle** à la direction de propagation de l'onde.

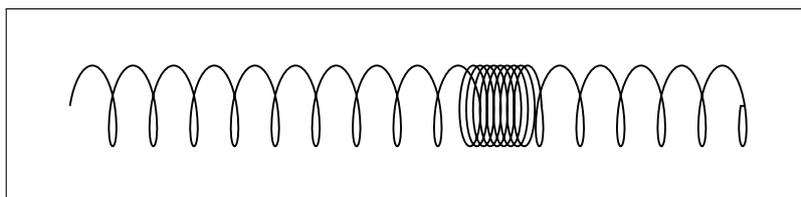
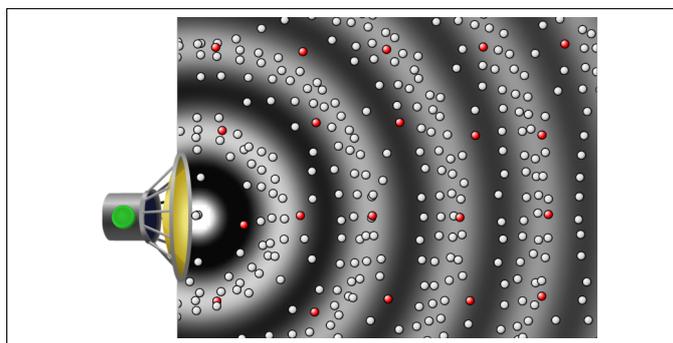


FIGURE 59.4 – Mouvement dans un ressort (2).

C'est, par exemple, le cas des ondes sonores. En effet, dans ce cas, l'oscillation est produite par la variation de la densité des molécules d'air. Celles-ci se déplacent alors dans la même direction que l'onde.

FIGURE 59.5 – Onde sonore. (Image produite avec [Phet](#))**D Ondes sinusoïdales**

L'onde peut être du type "onde de choc" avec une seule perturbation.

Si ce qui cause l'onde, la perturbation, se répète périodiquement (au sens de période), on a alors une onde entretenue. Un cas particulier est l'**onde sinusoïdale entretenue**.

Faisons osciller un poids suspendu à un ressort. Au repos le centre de masse du ressort se situe en P, la position d'équilibre. Je tire ou je compresses le ressort, soit jusqu'à la position A soit jusqu'à la position -A.

C'est l'oscillateur élastique du mouvement harmonique.

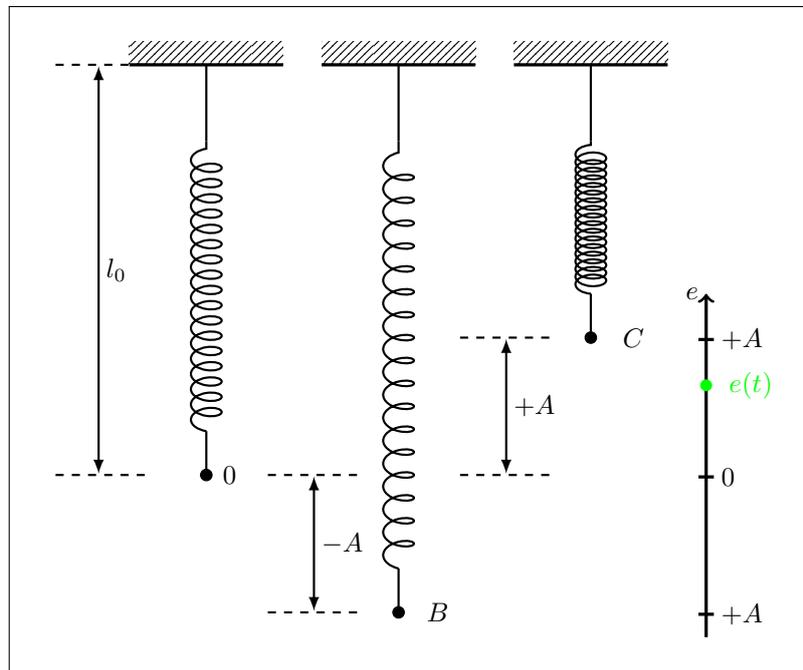


FIGURE 59.6 – Oscillateur élastique.

Si j'attache une corde au ressort, je peux alors imaginer prendre des photos de la corde tous les quarts de période ( $t_0 = 0$ ;  $t_1 = \frac{T}{4}$ ;  $t_2 = \frac{T}{2}$ ;  $t_3 = \frac{3T}{4}$ ; ...).

Analysons le mouvement de la corde à ( $t_0 = 0$ ;  $t_1 = \frac{T}{4}$ ;  $t_2 = \frac{T}{2}$ ;  $t_3 = \frac{3T}{4}$ ; ...)

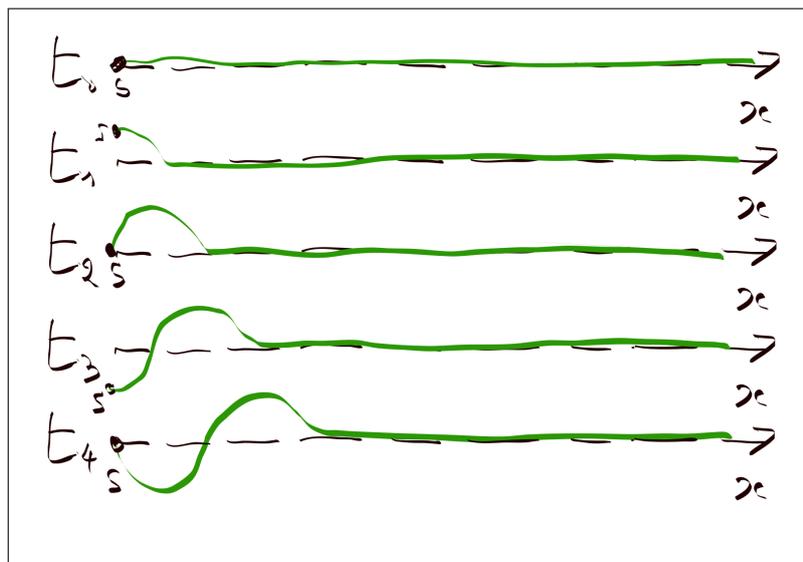


FIGURE 59.7 – Oscillateur et onde entretenue.

Le point S est source d'une onde sinusoïdale.

Les briques élémentaires de l'étude des ondes sont donc les ondes sinusoïdales. L'exemple caractéristique est à nouveau la vague sur l'eau, pour autant qu'elle ne déferle pas. Une telle onde

prend une allure de sinus si on considère la surface de l'eau en coupe dans son extension spatiale, comme le montre la figure 59.8.

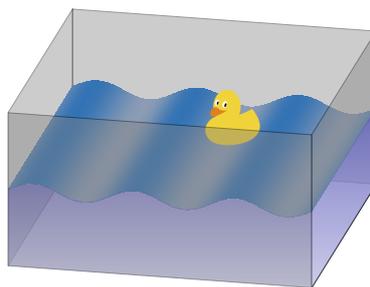


FIGURE 59.8 – L'onde sinusoïdale dans l'eau.

Extension spatiale

**Définition 101** (Crêtes et creux).

1. Les parties de l'onde correspondant à un **maximum** seront désignées comme les **crêtes**.
2. Les parties de l'onde correspondant à un **minimum** seront désignées comme les **creux**.

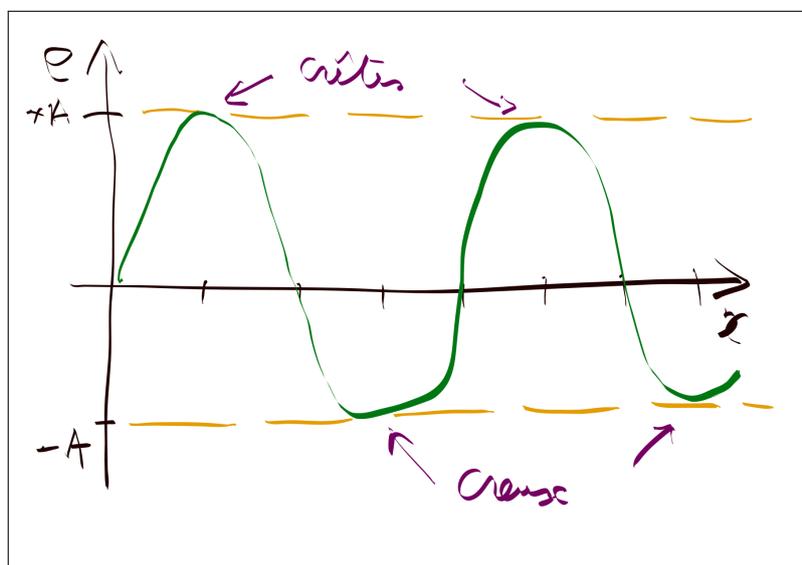


FIGURE 59.9 – Sinus spatial.

## E Progression d'une onde transversale

Si nous attendons suffisamment, nous voyons l'onde avancer dans la corde. Sur notre figure, ce mouvement va de la gauche vers la droite.

Elle avance à une vitesse régulière  $v$ . Cette vitesse est appelée la vitesse de propagation de l'onde ou encore sa célérité.

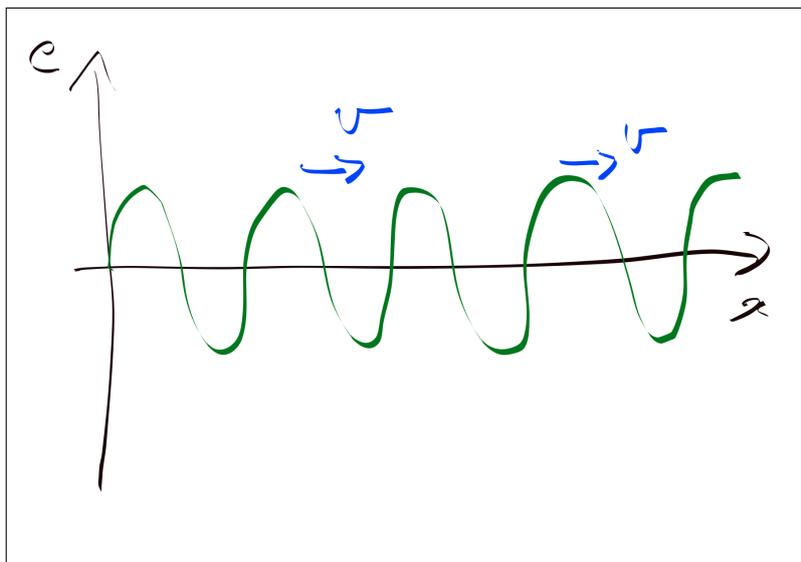


FIGURE 59.10 – Progression d'une onde transversale.

## F La longueur d'onde

**Définition 102** (Longueur d'onde (1)).

La **longueur d'onde**  $\lambda$  est la distance parcourue par l'onde pendant une période.

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} \quad (59.1)$$

où

- $\lambda$  est la longueur d'onde (m),
- $T$  est la période (s),
- $f$  est la fréquence (Hz),
- $v$  est la vitesse de propagation de l'onde.

**Définition 103** (Longueur d'onde (2)).

La **longueur d'onde**  $\lambda$  correspond à la distance entre deux crêtes de la vague comme on peut le voir sur la figure 59.11. Cela peut être la distance entre deux maxima ou deux minima consécutifs.

La longueur d'onde dépendant et de la fréquence  $f$  (ou de la période) d'oscillation de la source et de la vitesse de propagation dans le milieu,  $\lambda$  dépend donc et de la source et du milieu.

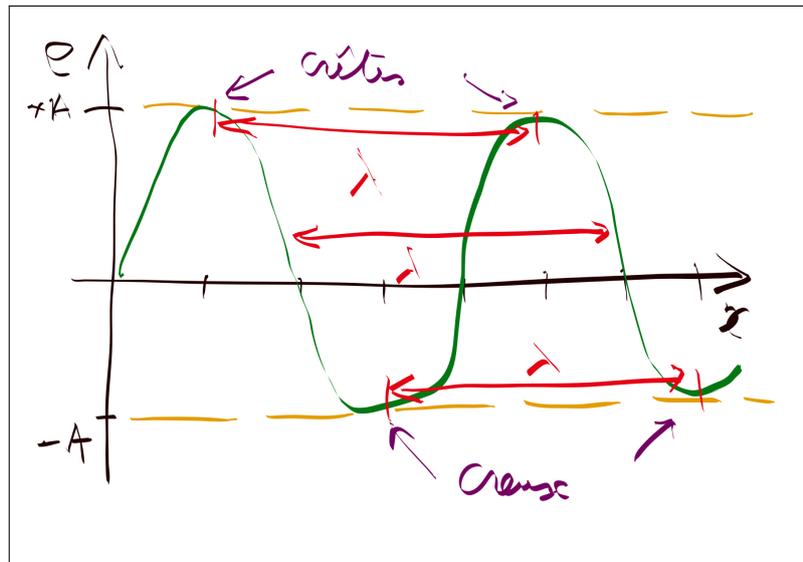
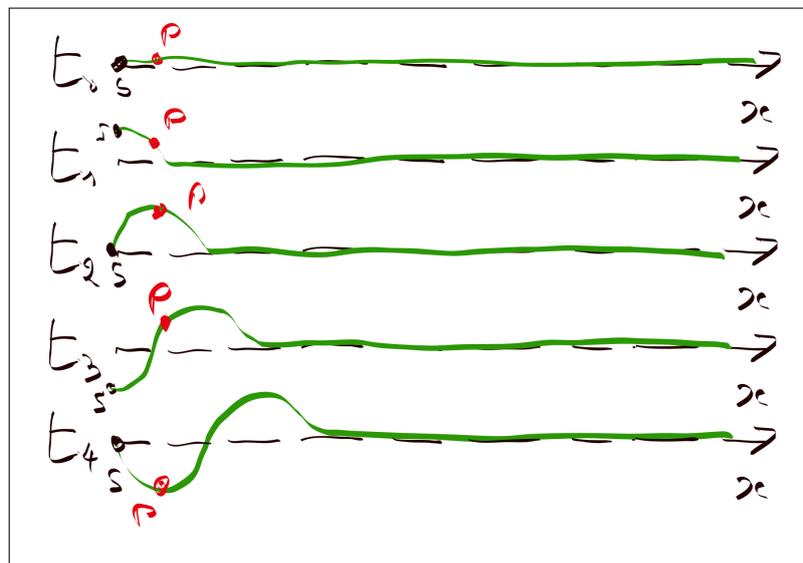


FIGURE 59.11 – Longueur d'onde.

### 3 Onde progressive : approche mathématique

Envisageons une corde dans laquelle se propage une onde sinusoïdale générée depuis une source  $S$ . Assumons que la situation est sans frottement et que les ondes ne sont pas amorties.

Soit un point  $P$  situé à une distance  $d$  de la source  $S$ .

FIGURE 59.12 – Le point  $P$  sur une corde.

Déterminons l'équation exprimant l'élongation  $e_P(t)$  du point  $P$  en fonction du temps.

Assumons que l'élongation de la source correspond à celle donnée par l'expression 57.5 p 436 :

$$e_S(t) = A \cdot \sin(\omega t) \quad (59.2)$$

Le point  $P$  va reproduire l'oscillation de la source  $S$  avec un retard  $\Delta t$ .

Ce  $\Delta t$  dépend de la vitesse  $v$  de l'onde et de la distance  $d$  entre  $S$  et  $P$  :

$$\Delta t = \frac{d}{v} \quad (59.3)$$

L'élongation  $e_P(t)$  du point  $P$  à l'instant  $t$  est égale à l'élongation de la source  $S$  à l'instant  $t - \Delta t$  :

$$e_P(t) = e_S(t - \Delta t) \quad (59.4)$$

$$= A \cdot \sin(\omega(t - \Delta t)) \quad (59.5)$$

$$= A \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\omega d}{v}\right) \quad (59.6)$$

$$= A \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d}{vT}\right) \quad (59.7)$$

$$= A \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \quad (59.8)$$

$$= A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \quad (59.9)$$

$$= A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right) \quad (59.10)$$

Ces derniers résultats sont importants et peuvent s'exprimer sous deux formes :

**Équation 10** (Élongation  $e_P(t)$  en un point  $P$ ).

$$e_P(t) = A \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \quad (59.11)$$

$$= A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right) \quad (59.12)$$

## A Périodicités

Ces deux dernières expressions de l'élongation nous amènent à montrer que l'onde a une double périodicité.

### a) Périodicité temporelle

Pour un point  $P$  donné se trouvant à une distance  $d$  de la source  $S$ , l'élongation peut s'écrire :

$$e_P(t) = A \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\omega d}{v}\right) \quad (59.13)$$

$$= A \cdot \sin \omega(t - \text{cste.}) \quad (59.14)$$

L'écart spatial  $d$  entre  $P$  et  $S$  provoque un déphasage dans l'équation du mouvement harmonique.

**Propriété 9** (Déphasage de l'onde progressive).

*Lorsqu'on a une onde progressive, chaque point oscille avec la même amplitude et la même fréquence que la source mais avec un déphasage directement proportionnel à la distance  $d$  entre la source et le point.*

$$\Delta t = \frac{d}{v} \quad (59.15)$$

**b) Périodicité spatiale**

Envisageons deux points  $P_1$  et  $P_2$  sur la corde distants d'une distance  $D$ .  
Le retard de l'oscillateur en  $P_2$  par rapport à  $P_1$  est de

$$\Delta t = \frac{D}{v} \quad (59.16)$$

Les deux points vont osciller en concordance de phase si

$$\Delta t = kT \quad (59.17)$$

$$\iff \frac{D}{v} = kT \quad (59.18)$$

$$\iff D = kvT \quad (59.19)$$

$$= k\lambda \quad (59.20)$$

$$(k \in \mathbb{Z}) \quad (59.21)$$

**Propriété 10** (Concordance de phase entre deux points).

*Deux points oscillent en concordance de phase si la distance entre eux est un multiple entier de la longueur d'onde.*

Ceci nous permet de formuler une nouvelle définition de la longueur d'onde :

**Définition 104** (Longueur d'onde (3)).

La **longueur d'onde** est la distance minimale entre deux points en concordance de phase.

Si la distance  $D$  est un nombre impair de demi-longueurs d'onde, les deux points oscillent en opposition de phase.

Alors :

$$D = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (59.22)$$

**4 Exercices**

1. On joue un La à 440 Hz sur une guitare. Quelle est la longueur d'onde correspondante ( $v_{\text{son}} = 343 \text{ m/s}$  à 20°) ?

On a que  $v = \lambda \cdot \nu$ . Ainsi :

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{343}{440} = 78 \text{ cm}$$

2. Une lampe émet de la lumière rouge d'une longueur d'onde de 759,4 nm. Quelle est sa fréquence et sa pulsation ?

On sait que  $v = \lambda \cdot \nu$ . Ainsi, dans l'air où la vitesse de la lumière vaut  $c = 300\,000 \text{ km/s}$  :

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{759,4 \cdot 10^{-9}} = 3,95 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Sa pulsation est alors donnée par :

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot 3,95 \cdot 10^{14} = 2,48 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$



# Chapitre 60

## La propagation des ondes dans l'espace

### Sommaire

---

1	La cuve à ondes . . . . .	<b>464</b>
	A    Ondes circulaires . . . . .	465
	B    Ondes planes . . . . .	466
	C    Conclusion . . . . .	467
2	Le principe de Huygens . . . . .	<b>467</b>
	A    Ondes circulaires . . . . .	467
	B    Ondes planes . . . . .	468
3	Exercices . . . . .	<b>469</b>

---

## Introduction

Nous savons que les chauves-souris se repèrent grâce aux échos des ultrasons qu'elles ont émis. Les sonars naturels des dauphins comme celui des bateaux fonctionnent sur le même principe.

Nous étudierons ici la propagation des ondes non plus à une dimension mais dans l'espace.

Pour l'essentiel, et par commodité, nous nous limiterons aux ondes à deux dimensions mais ce qui sera vu ici peut s'étendre à trois dimensions.

### 1 La cuve à ondes

La cuve à ondes est un large récipient dont le fond plat est aussi transparent et que nous remplissons d'une fine épaisseur d'eau.

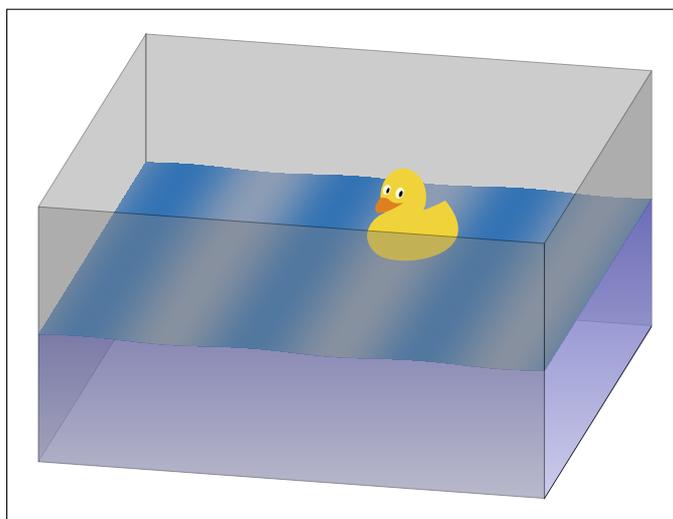


FIGURE 60.1 – Cuve à ondes : une cuve remplie d'eau .

Ce récipient est posé sur un rétroprojecteur. L'image des mouvements de l'eau à la surface est projetée sur un écran

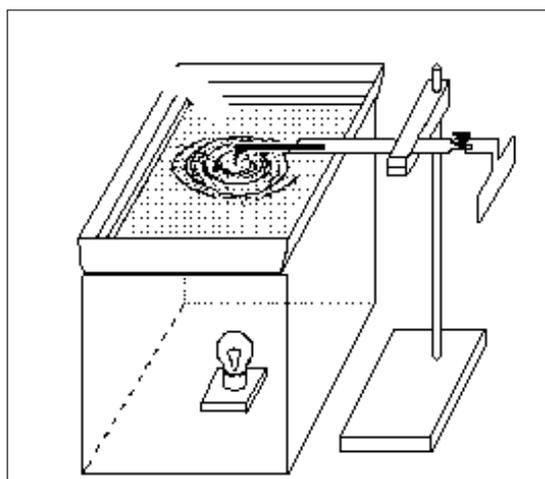


FIGURE 60.2 – Cuve à ondes : Projection des mouvements à la surface de l'eau.

Un vibreur relié à une pointe (ou d'autres accessoires) touche la surface de l'eau et y provoque des déformations.

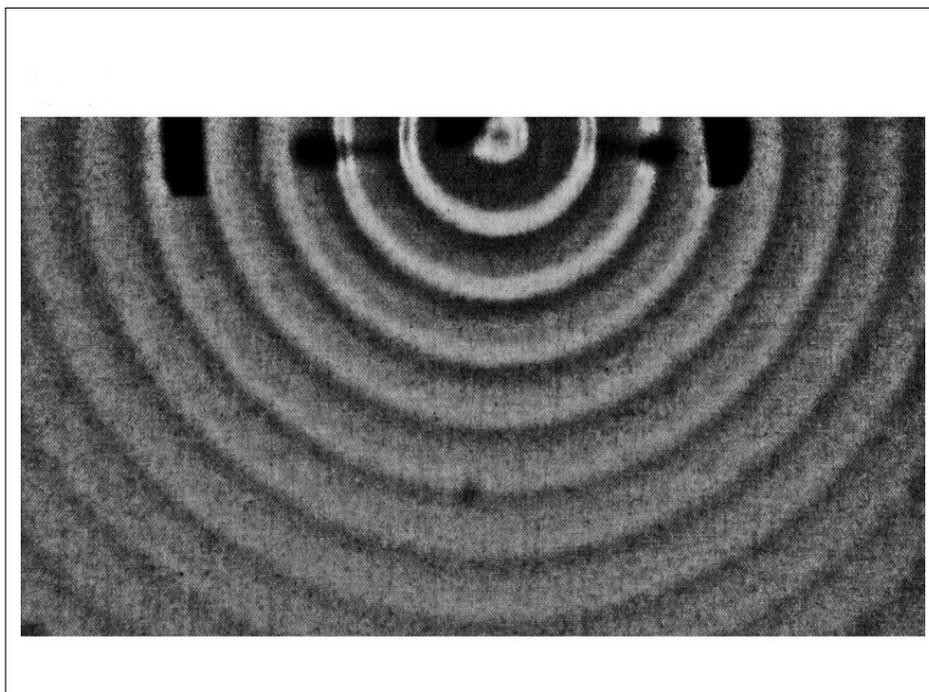


FIGURE 60.3 – Cuve à ondes : exemple d'observation .

La vitesse des ondes y sera de quelques décimètres par seconde. Les vagues observées à la surface sont des ondes transversales.

### A Ondes circulaires

Une goutte d'eau tombant à la surface de la cuve provoque des plissements à la surface de l'eau. Nous utiliserons plutôt une pointe reliée au vibreur pour provoquer des ondes circulaires entretenues.

Ces plissements circulaires s'éloignent dû point de chute. Ceci est dû au fait que la vitesse de propagation est la même dans toutes les directions.

En tout point la direction de propagation des ondes circulaires est radiale (càd dirigée selon les rayons du cercle dont le point de chute est le centre).

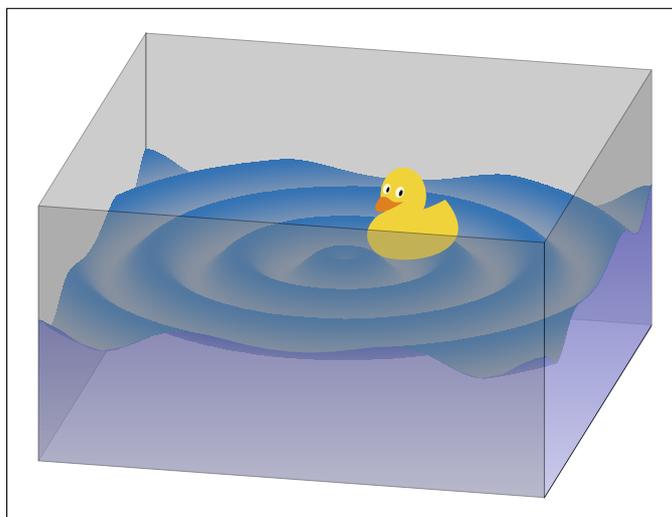


FIGURE 60.4 – Cuve à ondes : Ondes circulaires.

Représentons la propagation des ondes à la surface de l'eau.

Le lieu où les gouttes d'eau (ou la pointe du vibreur) touchent la surface est désigné par la lettre  $S$  car c'est la source des ondes. Les traits pleins correspondent aux crêtes des ondes, les traits pointillés aux creux.

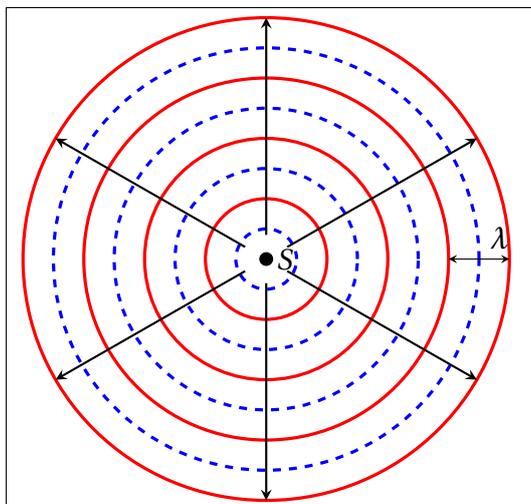


FIGURE 60.5 – Onde circulaire et longueur d'onde.

*Remarque 14* (Distance entre deux crêtes).

La distance entre deux crêtes consécutives est **égale à la longueur d'onde  $\lambda$** .

Tous les points d'une même circonférence sont à une même distance de la source et sont simultanément atteints par la perturbation. On dit qu'ils sont dans un même état de vibration.

*Remarque 15* (Direction de propagation et crêtes).

$R$  est perpendiculaire à la circonférence. La direction de propagation est donc perpendiculaire aux crêtes.

## B Ondes planes

Si nous substituons à la pointe une tige (ou barre) horizontale, le vibreur produit maintenant des ondes **planes**.

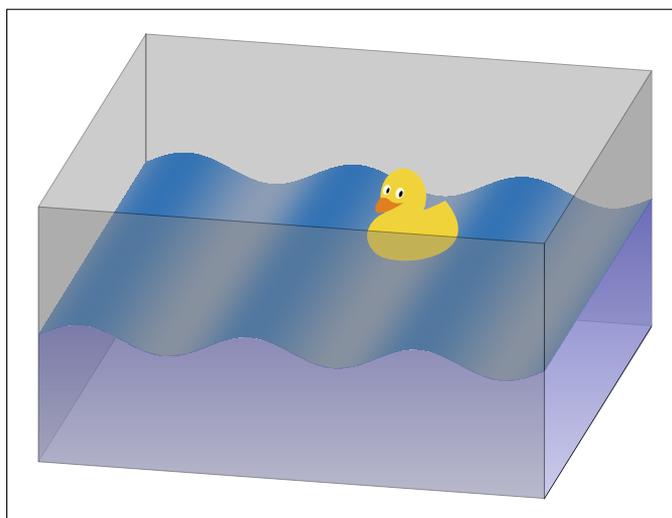


FIGURE 60.6 – Cuve à ondes : Ondes Planes.

En effet crêtes et creux sont clairement rectilignes.

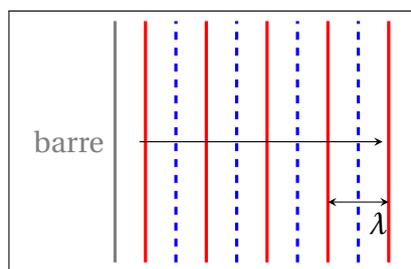


FIGURE 60.7 – Onde plane et longueur d'onde.

*Remarque 16* (Distance entre deux crêtes : ondes planes).

Ici aussi, la distance entre deux crêtes consécutives est **égale à la longueur d'onde  $\lambda$** .

*Remarque 17* (Direction de propagation et crêtes : ondes planes).

De même, la direction de propagation est **perpendiculaire** aux crêtes.

## C Conclusion

Dans les deux cas, **les ondes se propagent en ligne droite**, car les perpendiculaires aux crêtes sont des droites.

## 2 Le principe de Huygens

Ce principe, très important, va nous permettre d'expliquer la propagation rectiligne des ondes. Il va aussi nous introduire au concept d'addition des ondes.

### A Ondes circulaires

$S$  est source d'ondes circulaires. Depuis la source  $S$ , une perturbation se propage à tous les points de la surface. Cette perturbation se communique de proche en proche à vitesse constante (la célérité de l'onde).

Le principe de Huygens généralise ce concept en considérant que chaque point est une source d'onde circulaire.

**Principe 5** (Principe de Huygens).

*Si un point  $M$  reçoit une onde, il va réémettre une onde circulaire de même fréquence, de même amplitude et de même phase.*

Représentons ceci :

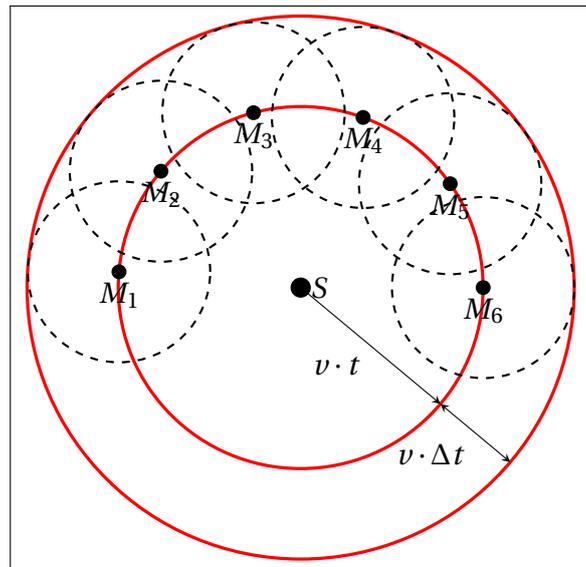


FIGURE 60.8 – Onde circulaire et principe de Huygens.

La perturbation est partie de la source  $S$  à  $t = 0$ . Après un temps  $t$ , l'onde a donc parcouru une distance  $v \cdot t$  et atteint les points  $M_i$  situés sur une circonférence. Chacun de ces points devient source d'ondes circulaires. Après un temps  $\Delta t$ , ces nouvelles ondes vont atteindre une nouvelle circonférence de rayon  $v \cdot (t + \Delta t)$ . Notons que l'onde partie de  $S$  atteint cette même circonférence simultanément. L'**enveloppe** des nouvelles ondes se confond avec l'onde partie de  $S$ .

L'onde circulaire peut être vue comme l'addition des ondes circulaires intermédiaires.

## B Ondes planes

Le principe de Huygens peut aussi s'appliquer aux ondes planes.

Illustrons ceci :

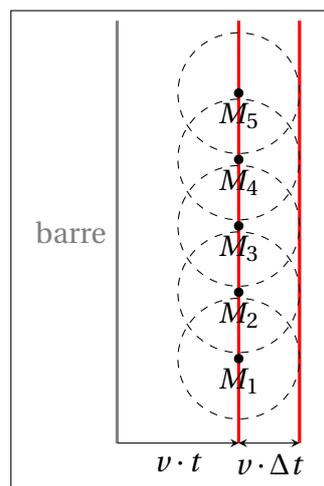


FIGURE 60.9 – Onde plane et principe de Huygens.

La perturbation est partie de la barre  $T$  à  $t = 0$ . Après un temps  $t$ , l'onde a donc parcouru une distance  $v \cdot t$  et atteint les points  $M_i$  situés sur une droite. Chacun de ces points devient source d'ondes circulaires. Après un temps  $\Delta t$ , ces nouvelles ondes vont atteindre une nouvelle droite distante de  $T$  d'une distance  $v \cdot (t + \Delta t)$ . Notons que l'onde partie de  $T$  atteint cette même droite simultanément.

L'**enveloppe** des nouvelles ondes se confond avec l'onde partie de  $S$ .

L'onde plane peut être vue comme l'addition des ondes circulaires intermédiaires.

### **3 Exercices**



# Chapitre 61

## Les ondes sonores

### Sommaire

---

1	Création d'une onde sonore . . . . .	472
2	Propagation du son . . . . .	472
3	Visualisation du son avec l'oscilloscope . . . . .	473
	A       Matériel et méthode . . . . .	473
	B       Types de son . . . . .	474
4	Hauteur du son . . . . .	474
	A       Expériences . . . . .	474
	B       Conclusion . . . . .	474
5	Intensité du son . . . . .	475
	A       Expérience . . . . .	475
6	Définition d'intensité de l'onde sonore . . . . .	475
	A       rappel . . . . .	475
7	L'échelle décibel . . . . .	476
8	Le timbre en musique . . . . .	477
	A       Oscillogramme . . . . .	477
	B       Fondamentale et harmoniques . . . . .	477
9	Exercices . . . . .	477

---

## Introduction

Déjà dans l'utérus, le bébé perçoit des sons. Le son est un phénomène si familier que nous n'y pensons plus. Redécouvrons-le ici sous l'éclairage des ondes et voyons comment toutes les caractéristiques vues en général s'appliquent à ce type d'onde.

### 1 Création d'une onde sonore

Faisons vibrer

- un diapason,
- un couteau coincé sur un bord de table,
- une corde de guitare, ...

Chaque fois, un son est émis. Il faut faire vibrer un objet pour produire un son.

Comme annoncé précédemment, le son est perçu en fonction du milieu et de ses caractéristiques.

- La présence d'un milieu matériel est nécessaire à la transmission de cette vibration. Placé sous vide, le réveil n'est plus entendu.
- Si l'on parle après avoir respiré de l'hélium, les sons émis sont plus aigus.
- Une règle en bois ou en métal, un tuyau mis en contact avec une montre mécanique d'un côté et notre oreille de l'autre nous font percevoir le son de la montre avec une plus grande clarté.

### 2 Propagation du son

Le son se propage dans l'air comme une variation de pression par rapport à la pression atmosphérique moyenne.

Les molécules de l'air se rapprochent et s'éloignent les unes des autres. Lorsque la densité en molécules est plus élevée, on a une pression plus haute que la moyenne, lorsqu'elle est plus basse, on a une pression plus basse.

Ces "vagues" de haute et de basse pression progressent en s'éloignant de la source.

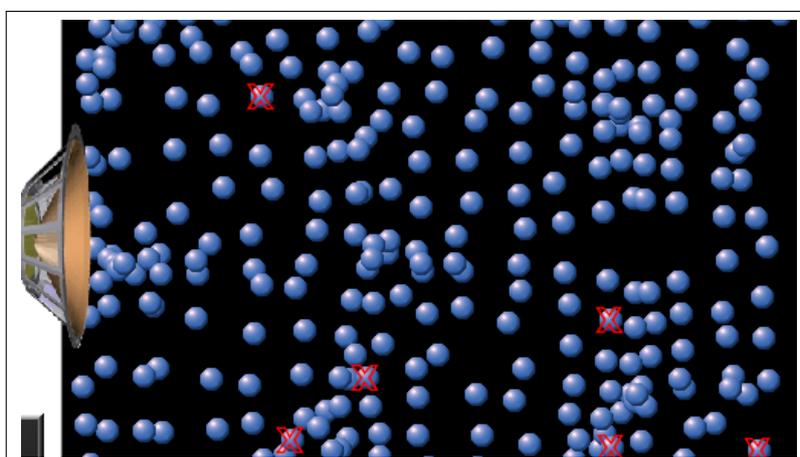


FIGURE 61.1 – Propagation des ondes sonores.

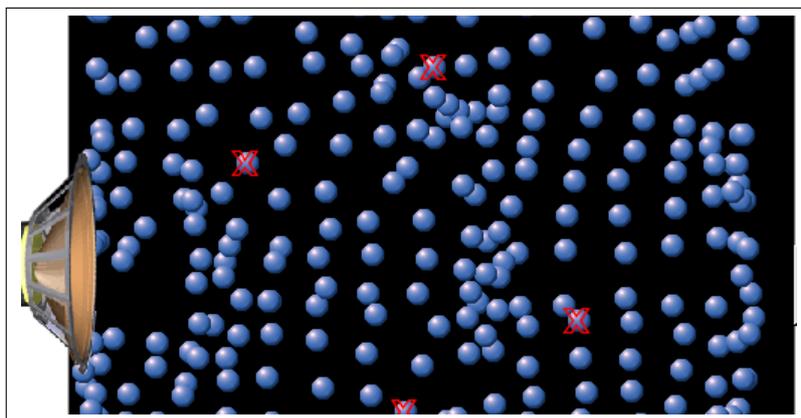


FIGURE 61.2 – Propagation des ondes sonores : un court instant plus tard.

### 3 Visualisation du son avec l'oscilloscope

#### A Matériel et méthode

Pour visualiser et étudier l'onde sonore, nous aurons recours au couple microphone-oscilloscope.

Le **microphone** transforme les variations de pression sur une membrane en variation de différence de potentiel à ses bornes.

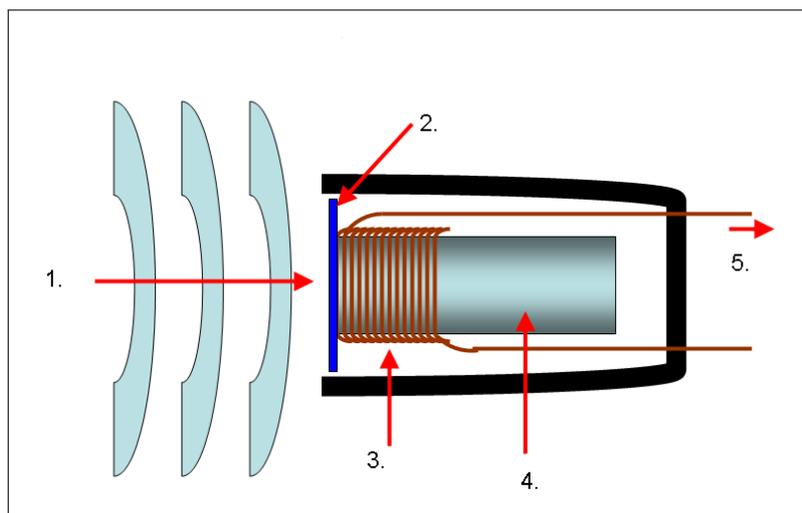


FIGURE 61.3 – Schéma d'un microphone. (Source : Wikipedia)

Légende :

- 1.) Ondes Sonores,
- 2.) membrane vibrant avec les ondes sonores,
- 3.) bobinage,
- 4.) aimant,
- 5.) signal électrique.

L'oscilloscope visualise le signal électrique en fonction du temps.

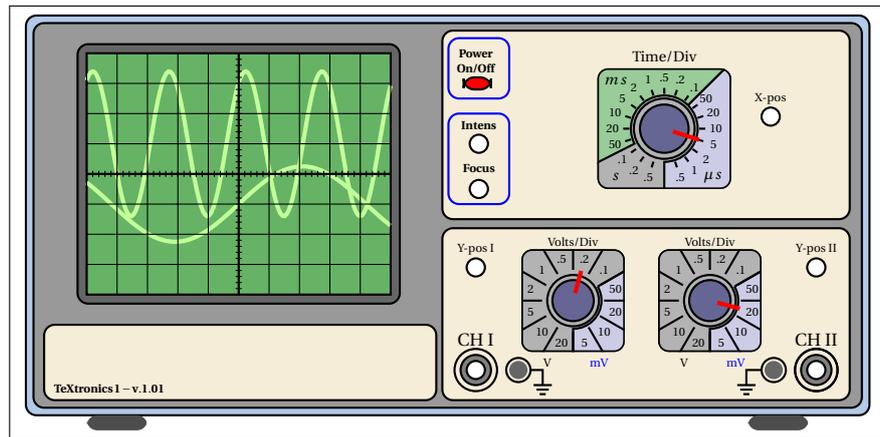


FIGURE 61.4 – Un oscilloscope. (Source : H. Vermeiren)

Nous étudierons les sons grâce à la combinaison du microphone et de l'oscilloscope.

- Le micro sera connecté à l'oscilloscope.
- La source sonore sera placée à proximité du micro.
- La courbe observée à l'oscilloscope s'appelle l'**oscillogramme**.
- L'axe y de l'**oscillogramme** est l'axe de l'élongation.
- L'axe x de l'**oscillogramme** est celui du temps.
- Nous pourrons observer sur l'**oscillogramme**, l'élongation, l'amplitude, la période, la fréquence, ...

## B Types de son

- L'oscillogramme du son émis par un diapason est sinusoïdal. Ce type de son est nommé par convention : **son sinusoïdal**.
- L'oscillogramme du son émis par un instrument de musique est périodique mais non sinusoïdal. Ce type de son est nommé par convention : **son musical**.
- L'oscillogramme du son émis par un claquement de main, un objet qui tombe, ... n'est ni sinusoïdal ni périodique. Ce type de son est nommé par convention : **bruit**.

## 4 Hauteur du son

### A Expériences

Cavalier sur diapason

- son + grave
- oscillogramme : distance entre maxima + grande
- longueur d'onde + grande
- Or  $v_{son} = cste.$ , période T + grand
- Fréquence f + grande

### B Conclusion

La hauteur du son est la sensation d'aigu ou de grave. Elle est liée à la fréquence de l'onde sonore :

- Son grave = fréquence basse
- Son aigu = fréquence haute

## 5 Intensité du son

### A Expérience

Diapason

- Son de + en + faible
- Évolution de l'oscillogramme après quelques secondes : atténuation.
- C'est l'**amplitude** qui décroît!

L'intensité du son est petite lorsque l'amplitude de l'onde sonore est petite (et inversement).

L'intensité du son peut dépendre

- de la distance entre la source et notre oreille,
- du type de source (un moteur d'avion fait plus de "bruit" qu'une guitare qui en fait plus qu'un moustique!).

## 6 Définition d'intensité de l'onde sonore

### A rappel

Une onde est un transfert d'énergie (sans transfert de matière). L'onde sonore transporte donc de l'énergie dans l'espace.

Si la source est ponctuelle, l'onde se propage dans toutes les directions. L'énergie issue de la source est répartie uniformément lors de la propagation de l'onde. A la surface de toute sphère centrée sur la source, pour une même surface la quantité d'énergie est la même.

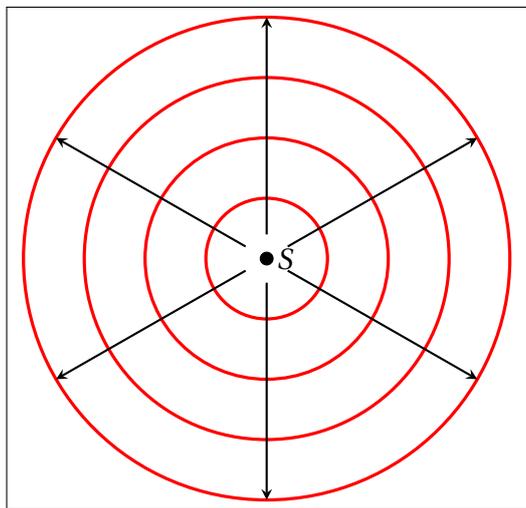


FIGURE 61.5 – Ondes sonores circulaires.

Plus nous nous éloignons de la source, plus la quantité d'énergie doit se répartir sur une surface plus grande. Ce qui explique que le son perçu soit plus faible.

**Définition 105** (Intensité sonore).

L'intensité  $I$  de l'onde sonore est définie comme l'**énergie par unité de temps et par unité de surface** traversant cette surface.

Unité S.I. : watt par  $m^2$  ( $W/m^2$ )

Par convention, on mesure à 1000 Hz l'intensité sonore minimale que peut percevoir une oreille humaine "moyenne".

Cette intensité sonore minimale (appelée par ailleurs le seuil d'audition) à 1000 Hz vaut  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ .

Faisons un tableau pour représenter quelques intensités sonores typiques, les pressions leur correspondant, l'amplitude du mouvement des molécules d'air et une autre information que nous précisons de suite.

Type de son	intensité ( $\text{W/m}^2$ )	pression (Pa)	amplitude (m)	dB
Seuil d'audition	$10^{-12}$	$3.10^{-5}$	$10^{-11}$	0
Conversation normale	$3.10^{-6}$	0,05	$2.10^{-8}$	65
Douleur	0,1	10	$3,5.10^{-6}$	110

## 7 L'échelle décibel

Comme vu au point précédent, les intensités sonores s'étalent sur une plage très large ( $10^{-12} \text{ W/m}^2$ ,  $3.10^{-6} \text{ W/m}^2$ ,  $0,1 \text{ W/m}^2$ ).

De ce fait, les professionnels du son (ingénieurs du son, médecins ORL, musiciens, spécialistes de nuisances sonores, logopèdes,...) utilisent une échelle logarithmique, l'échelle décibel.

### Définition 106 (décibel).

Le décibel est l'unité de niveau d'intensité sonore.

Le niveau d'intensité sonore ( $\beta$ ) et l'intensité sonore sont liés par la relation suivante :

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad (61.1)$$

Où

- $I$  = l'intensité sonore
- $I_0$  = l'intensité de référence  $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$  (Seuil d'audition à 1000 Hz)
- Unité S.I. : Le décibel (dB) (*Attention, c'est nombre pur (sans unité).*)

Graham Bell, l'inventeur du téléphone, est celui qui a donné son nom au décibel!

Rappel sur les logarithmes :

Nombre	0,001	0,01	1	2	3,16	10	100	200	316
Nombre ( $10^n$ )	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^0$	$10^{0,3}$	$10^{0,5}$	$10^{-1}$	$10^2$	$10^{2,3}$	$10^{2,5}$
Logarithme	-3	-2	0	0,3	0,5	1	2	2,3	2,5

La fonction logarithme est définie comme la fonction qui à un nombre  $x$  fait correspondre un nombre  $y$  tel que :  $x = 10^y$

Règle :

- $\log(A \cdot B) = \log A + \log B$
- Ex :  $\log 20 = \log(2 \cdot 10) = \log 2 + \log 10$

Ex :

- Si  $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ , alors  $\beta = 10 \cdot \log 10^7 = 70 \text{ dB}$
- Si 2 haut-parleurs émettent une onde de  $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ , alors  $I_{tot} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$  et  $\beta = 10 \cdot \log(2 \cdot 10^7) = 73 \text{ dB}$
- Si 4 haut-parleurs émettent une onde de  $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ , alors  $I_{tot} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$  et  $\beta = 10 \cdot \log(4 \cdot 10^7) = 76 \text{ dB}$
- Si 8 haut-parleurs émettent une onde de  $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ , alors  $I_{tot} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$  et  $\beta = 10 \cdot \log(8 \cdot 10^7) = 79 \text{ dB}$
- Si 10 haut-parleurs émettent une onde de  $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ , alors  $I_{tot} = 10 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2 = 10^{-4} \text{ W/m}^2$  et  $\beta = 10 \cdot \log(10^8) = 80 \text{ dB}$

- Si 100 haut-parleurs émettent une onde de  $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ , alors  $I_{tot} = 10^{-3} \text{ W/m}^2$  et  $\beta = 10 \cdot \log(10^9) = 90 \text{ dB}$

Tableau d'exemples

## 8 Le timbre en musique

Nous savons maintenant que 2 instruments de musique peuvent émettre des ondes sonores de même hauteur (ou de même fréquence) et de même intensité. Pourtant un piano, un hautbois, une harpe, une flûte, une trompette et une guitare qui jouent la même note avec une même intensité sont tout à fait identifiables.

C'est qu'il existe une troisième caractéristique de l'onde sonore : le timbre.

### A Oscillogramme

Si nous comparons l'oscillogramme de 3 instruments de musique différents, nous pouvons constater que si les 3 ondes ont même fréquence, leurs ondes complexes n'ont pas la même forme. C'est cette forme que nous appellerons désormais le timbre.

### B Fondamentale et harmoniques

C'est cette forme de l'oscillogramme que nous appellerons désormais le timbre. Il est possible de montrer que tout son complexe de fréquence  $f$  est le mélange de sons sinusoïdaux de fréquence  $f, 2f, 3f, 4f, \dots, nf, \dots$

**Définition 107** (Fondamentale et harmoniques).

La fréquence  $f$  est appelée la **fondamentale**.

Les fréquences  $2f, 3f \dots$  sont appelées les **harmoniques**.

Les proportions d'amplitudes respectives des différentes fréquences (fondamentale et harmoniques) déterminent le timbre d'un instrument, d'une voix, ...

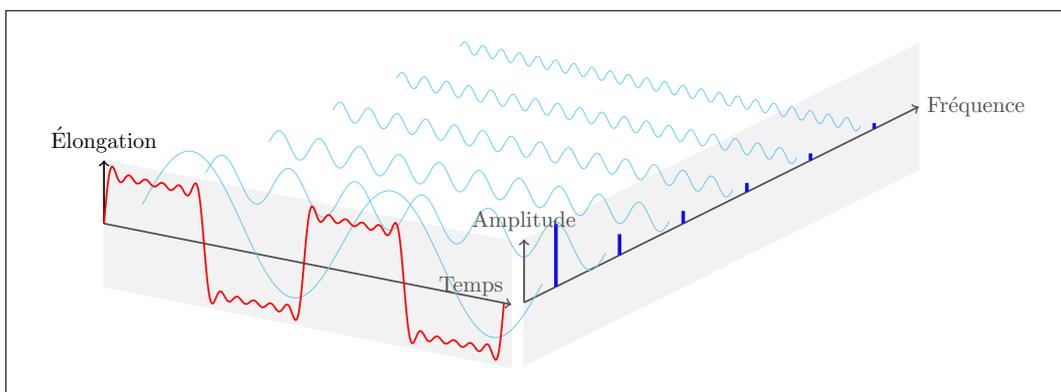


FIGURE 61.6 – Fondamentale et harmoniques : une onde carrée (en rouge) comme somme d'ondes sinusoïdales (en bleu) dont les fréquences sont des multiples entiers de celle de l'onde carrée.

## 9 Exercices



# Chapitre 62

## Propriétés des ondes : réflexion

### Sommaire

---

1	La réflexion des ondes	480
	A Ondes circulaires	480
	B Ondes planes	481
	C Conclusions	482
2	Applications	484
	A Réflexion du son dans une pièce	484
	B Échos	485
	C Sonar	485
	D Échographie	486
3	Exercices	487

---

## Introduction

Jusqu'à présent, nous avons considéré la propagation des ondes comme si elles se propageaient sans limite. Nous allons ici leur imposer des obstacles et retrouver des lois déjà vues dans un autre contexte.

### 1 La réflexion des ondes

Pour des raisons d'efficacité, nous nous limiterons, dans un premier temps, à l'étude de la réflexion des ondes sur des obstacles rectilignes.

La cuve à ondes va nous permettre d'expérimenter les phénomènes de réflexion.

Nous allons placer des obstacles rectilignes dans la cuve à ondes. Ces obstacles dépasseront de l'eau. Nous représenterons ces obstacles par un segment  $MN$ .

#### A Ondes circulaires

Allumons un court instant le générateur de la cuve à ondes. Partant de la source ponctuelle  $S$ , des ondes circulaires incidentes se dirigent vers l'obstacle.

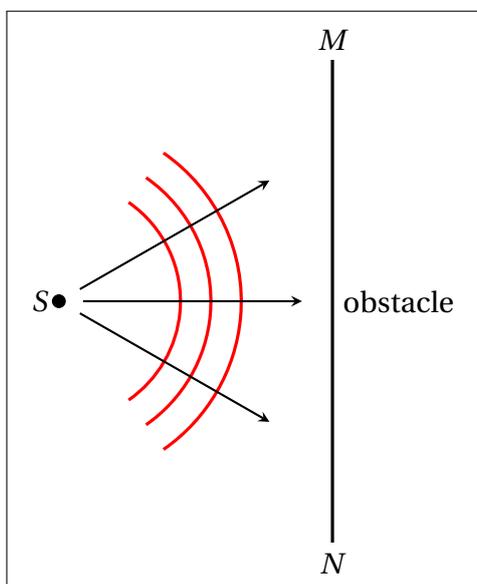


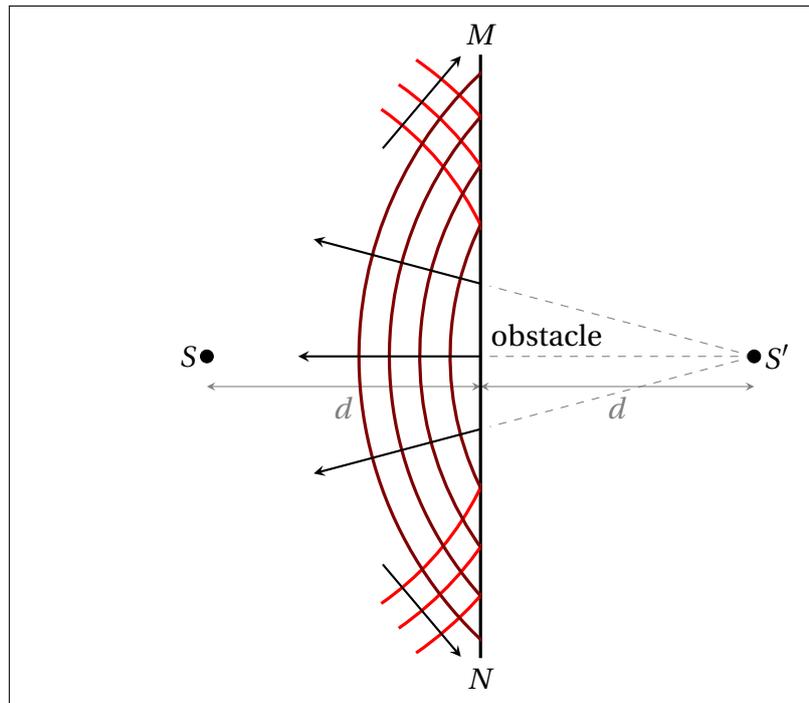
FIGURE 62.1 – Ondes circulaires incidentes et obstacle  $MN$ .

Les ondes incidentes rencontrent l'obstacle  $MN$ . Issues de l'obstacle  $MN$ , nous voyons apparaître des ondes circulaires **réfléchies** (représentées ici en rouge plus sombre).

Ces ondes réfléchies se propagent en sens inverse des ondes incidentes et semblent issues d'un point  $S'$  derrière l'obstacle.

$S'$  est le symétrique de  $S$  par rapport à la droite définie par l'obstacle  $MN$ .

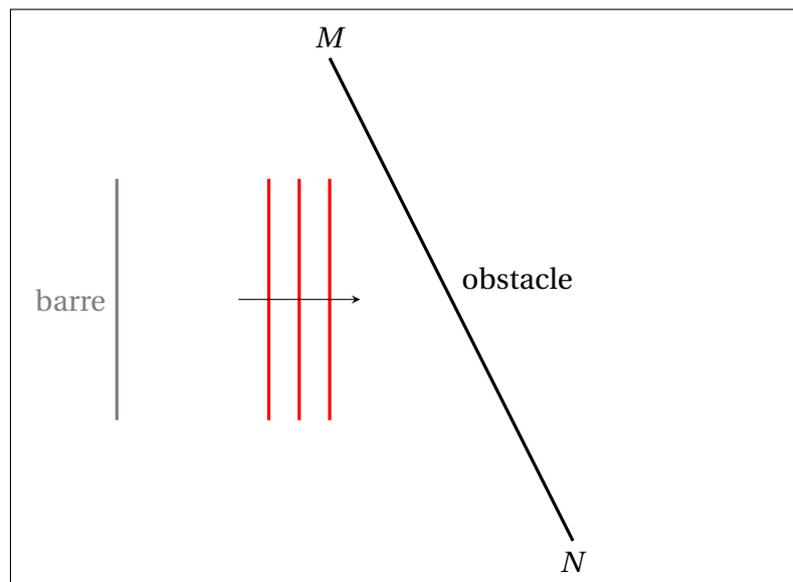
Leur longueur d'onde (et donc leur fréquence) est la même que celle des ondes incidentes.

FIGURE 62.2 – Ondes circulaires réfléchies et source  $S'$ .

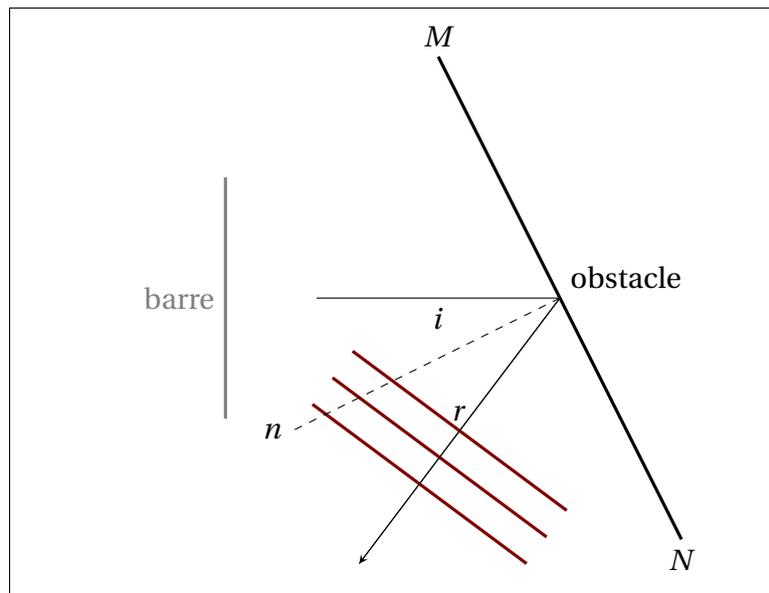
## B Ondes planes

Générons maintenant des ondes planes à nouveau pendant un court instant de sorte que seules quelques crêtes soient visibles.

Plaçons un obstacle **en oblique** par rapport à la direction de propagation des ondes.

FIGURE 62.3 – Ondes planes incidentes et obstacle  $MN$ .

Comme pour les ondes circulaires, nous pouvons observer des ondes réfléchies. Si la longueur d'onde et la phase sont inchangées, le sens et la direction de propagation ont changé.

FIGURE 62.4 – Ondes planes réfléchies et obstacle  $MN$ .

Pour des raisons de clarté, définissons quelques nouveaux termes et symboles :

**Définition 108** (Normale, angles d'incidence, de réflexion).

- $n$  est la direction de la normale à l'obstacle; nous la nommerons la *normale*  $n$ ;
- l'angle entre la direction de propagation des ondes incidentes et la normale  $n$  sera appelé *l'angle d'incidence*  $i$ .
- l'angle entre la direction de propagation des ondes réfléchies et la normale  $n$  sera appelé *l'angle de réflexion*  $r$ .

Nous remarquons que les amplitudes de l'angle  $i$  et de l'angle  $r$  sont égales.

**Loi 29** (Angles d'incidence et de réflexion des ondes planes).

$$i = r \quad (62.1)$$

## C Conclusions

**Conclusion 5** (Réflexion des ondes).

- Les ondes sont réfléchies par des obstacles.
- La vitesse des ondes n'est pas modifiée par la réflexion.
- La fréquence des ondes n'est pas modifiée par la réflexion.
- Si fréquences et vitesses ne sont pas modifiées, la longueur d'onde n'est pas modifiée par la réflexion.

Remarquons ici une analogie importante :

**Conclusion 6** (Réflexion des ondes et optique géométrique).

Les directions des ondes réfléchies (circulaires comme planes) obéissent aux mêmes lois que celles des faisceaux de lumière dans les lois des miroirs plans :

- A.) La réflexion des ondes circulaires se déroule comme si une source virtuelle apparaissait symétriquement à l'obstacle.  
 B.) La réflexion des ondes planes sur un obstacle rectiligne obéit à la loi :

$$i = r$$

(62.2)

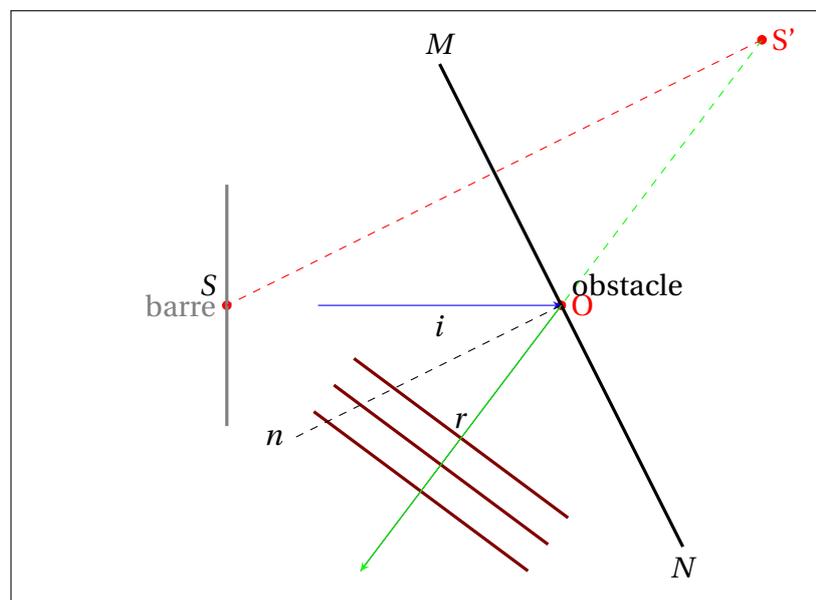


FIGURE 62.5 – Ondes planes réfléchies et obstacle  $MN$  : construction géométrique.

Prenons un point  $S$  sur la barre oscillante. Soit le point  $O$  qui est l'intersection de la perpendiculaire à la barre partant de  $S$  et de l'obstacle  $MN$ .

Les ondes incidentes se propagent dans la direction  $SO$ .

Le point  $S'$  est l'image de  $S$  par la symétrie orthogonale d'axe  $MN$ .

Dès lors, les ondes planes réfléchies peuvent être considérées comme issues de  $S'$ . Leur direction de propagation est selon la droite  $S'O$ .

**Remarque 18** (Réflexion des ondes et principe de Huygens).

Toutes les observations et conclusions précédentes concernant la réflexion des ondes peuvent s'expliquer par le principe de Huygens.

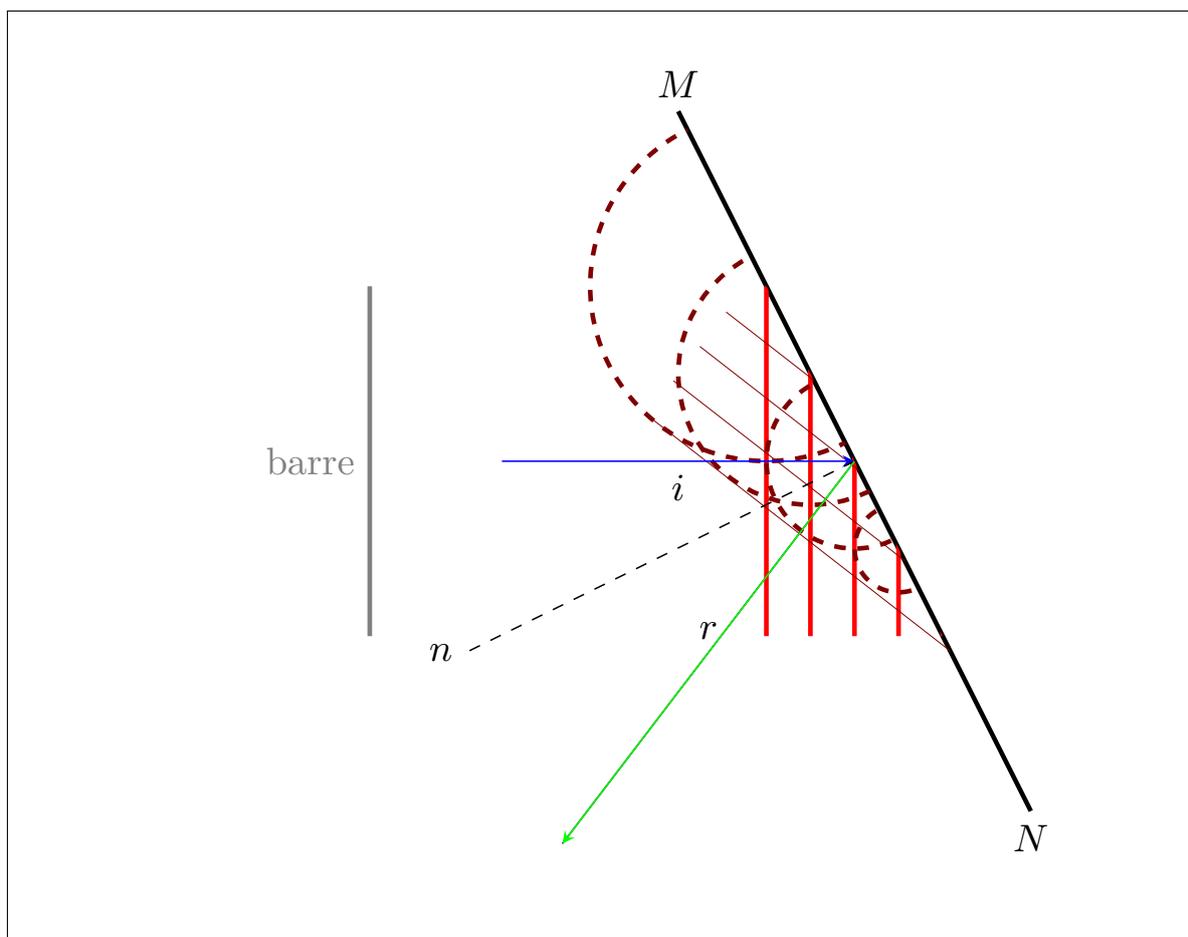


FIGURE 62.6 – Réflexion des ondes planes et principe de Huygens.

Les ondes circulaires (en tirets gras) engendrent les ondes réfléchies (traits continus fins). L'enveloppe des ondes circulaires (en tirets gras) engendrées par la rencontre de la première onde incidente avec l'obstacle correspond à la première onde réfléchie (trait continu fin).

## 2 Applications

### A Réflexion du son dans une pièce

Lorsque nous parlons dans une pièce vide, il y a beaucoup de réverbération. Ceci est dû à la réflexion des ondes sonores sur les parois (murs, fenêtres).

Pour rendre l'acoustique d'une pièce plus agréable, on suspend des tentures, on pose des tapis au sol. Les ondes sonores seront absorbées par ces matériaux non rigides.

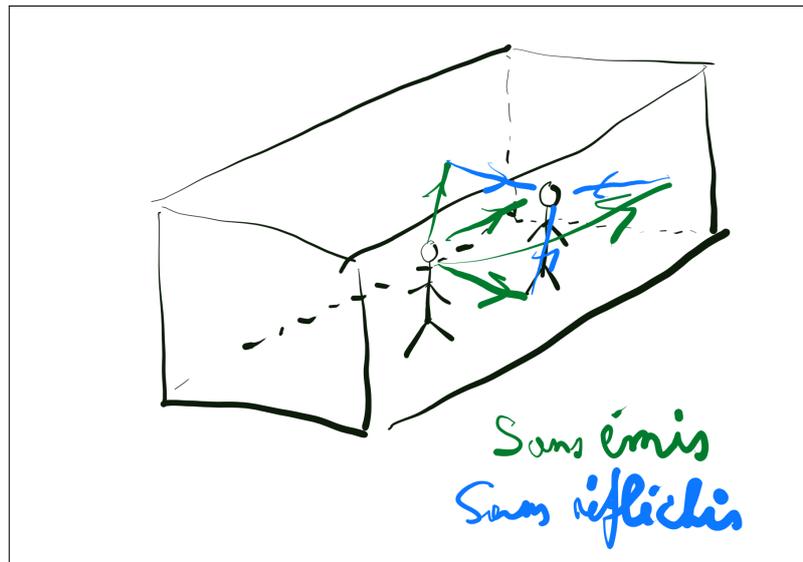


FIGURE 62.7 – Ondes réfléchies et réverbération.

## B Échos

Nous n'entendons pas toujours un écho. Ceci est dû à l'incapacité de l'oreille humaine de distinguer deux sons très semblables s'ils se succèdent à moins d'un  $\frac{1}{10}$  de seconde.

Déterminons ici la distance minimale pour distinguer un écho :

- $\Delta t = 0,1 \text{ s}$
- $v_{\text{son}} = 340 \text{ m s}^{-1}$
- Donc :  $d_{\text{min}} = v \cdot t = 0,1 \cdot 340 = 34 \text{ m}$

Comme le son doit faire un aller-retour, la distance minimale est de 17 m.

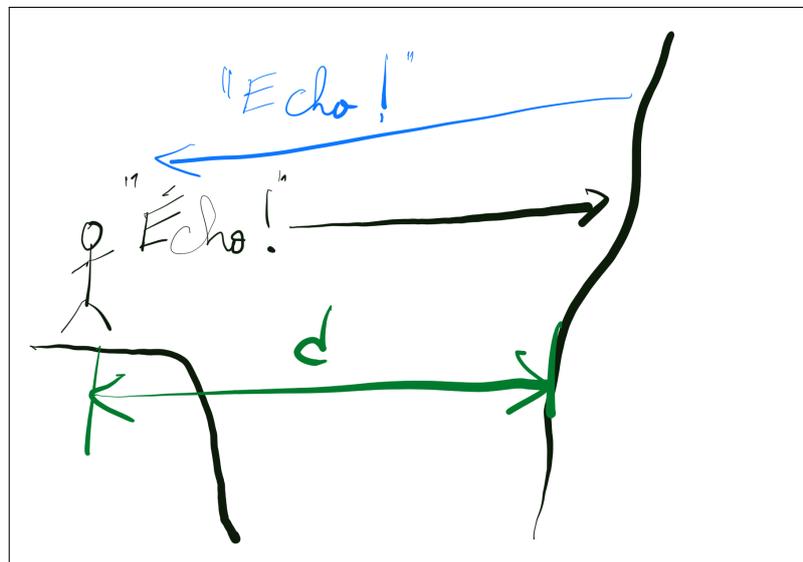


FIGURE 62.8 – Ondes réfléchies et écho.

## C Sonar

Comme les chauves-souris, les sonars des bateaux envoient des ondes à des fréquences de plusieurs dizaines de kilohertz. L'émission du signal se fait par paquets d'impulsions très courtes.

La mesure de la durée entre l'envoi d'une impulsion et la réception de l'onde réfléchie permet de mesurer la distance entre le bateau et l'objet à détecter.

**Remarque 19 (Sonar).**

Comme il s'agit d'un aller-retour, la durée correspond à deux fois la distance.

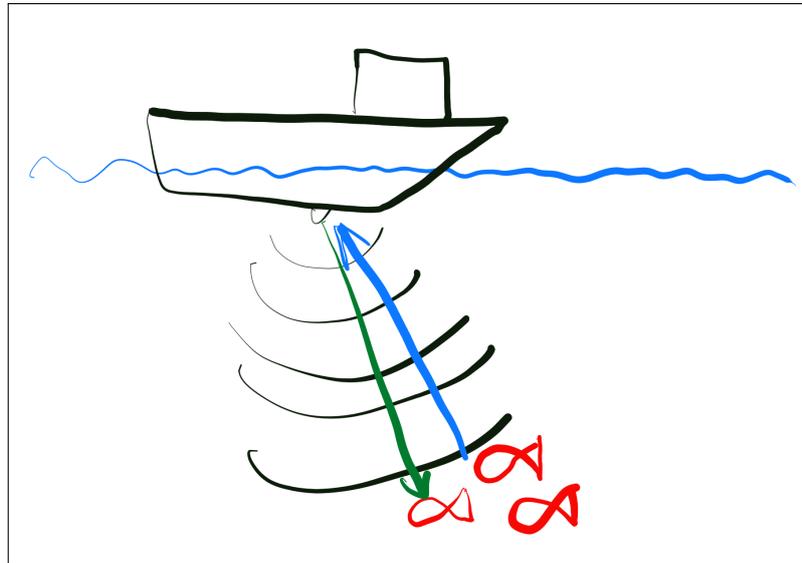


FIGURE 62.9 – Ondes réfléchies et sonar.

## D Échographie

La technique médicale de l'échographie utilise la technique du sonar. La réflexion se fait partiellement chaque fois que l'onde rencontre un milieu différent (en passant de l'intérieur de l'abdomen à un organe par exemple).

La sonde échographique est constituée de céramiques. On envoie un très bref signal électrique à haute fréquence dans ces céramiques qui émettent des ultrasons.

La réflexion se fait à l'interface entre les différents milieux.

Les mêmes céramiques servent de récepteurs et transforment les échos ultrasonores en signaux électriques qui sont envoyés à l'électronique de mesure.

Ici, aussi les délais entre l'impulsion et les échos sont mesurés et servent à calculer les distances entre la sonde et chacun des organes.

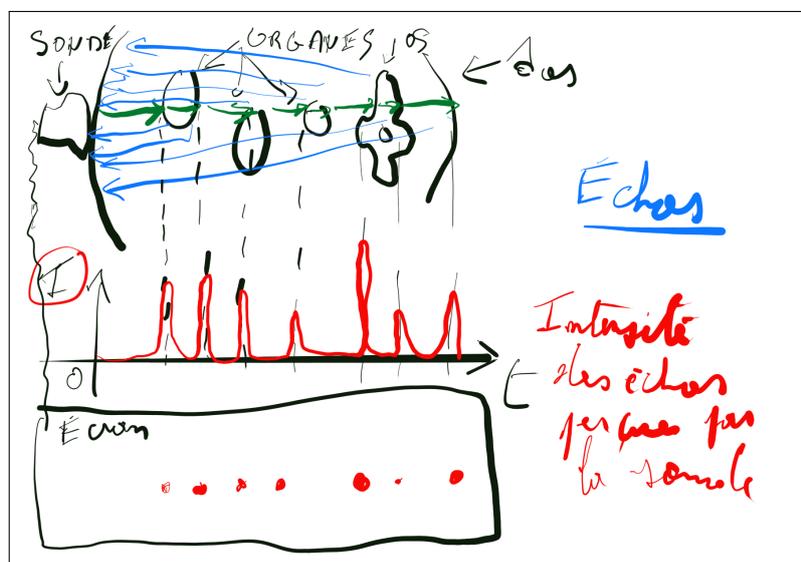


FIGURE 62.10 – Ondes réfléchies et échographie : une sonde avec un seul élément.

Le fait que la sonde soit constituée de multiples éléments permet de construire une image.

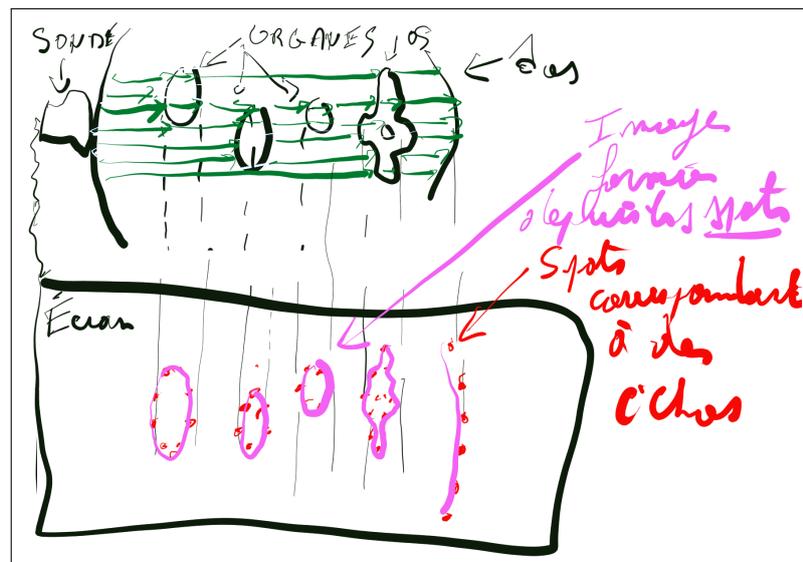


FIGURE 62.11 – Ondes réfléchies et échographie : Construction d'une image.

### 3 Exercices



# Chapitre 63

## Propriétés des ondes : réfraction

### Sommaire

---

1	Vitesses des ondes . . . . .	<b>490</b>
	A    Première expérience avec la cuve à ondes . . . . .	490
	B    Deuxième expérience avec la cuve à ondes . . . . .	491
	C    Troisième expérience avec la cuve à ondes . . . . .	492
2	Lois de la réfraction des ondes . . . . .	<b>494</b>
	A    Longueurs d'onde . . . . .	494
	B    Angles . . . . .	494
	C    En résumé . . . . .	496
3	Application : sismographie . . . . .	<b>496</b>
4	Exercices . . . . .	<b>497</b>

---

## Introduction

Nous allons maintenant nous intéresser à ce qui se passe si des ondes se propagent dans un premier milieu et atteignent un deuxième milieu dans lequel elles peuvent aussi se propager.

Plus spécifiquement, nous allons étudier le cas où les vitesses de propagation sont différentes dans ces deux milieux.

$$v_1 \neq v_2$$

## 1 Vitesses des ondes

### A Première expérience avec la cuve à ondes

Surélevons légèrement un des bords de la cuve à ondes de sorte que l'eau soit moins profonde de ce côté et de plus en plus profonde vers l'autre bord.

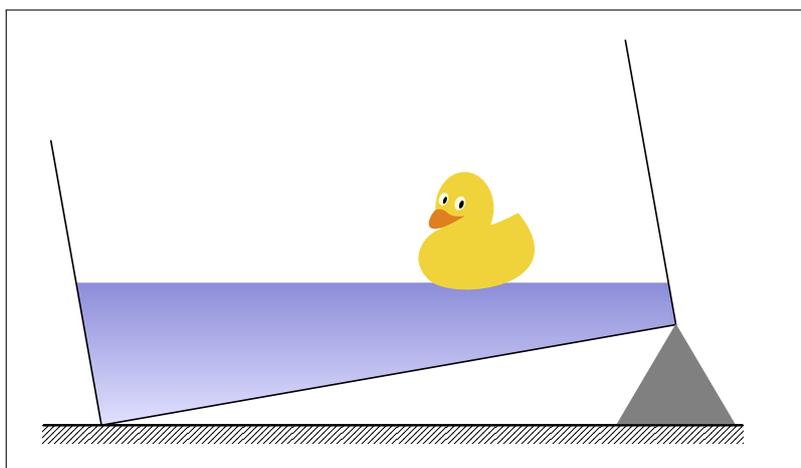


FIGURE 63.1 – Cuve à ondes inclinée : vue de profil.

#### a) Observations

Notre source ( $S$ ) se trouve sur la droite de la cuve. Les crêtes observées seront semblables à celles de la figure.

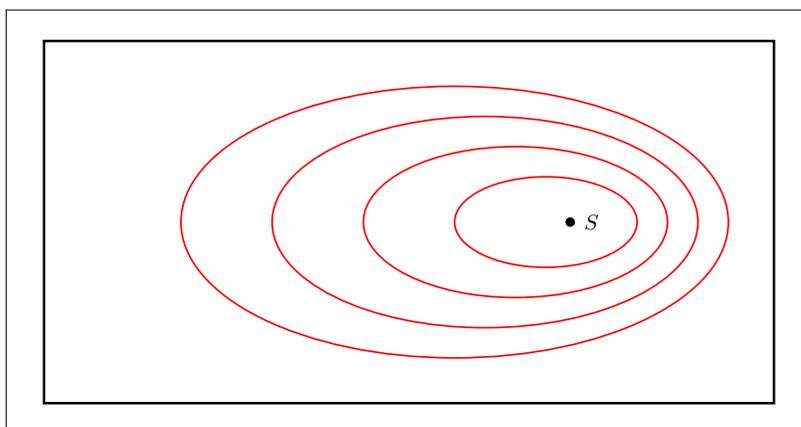


FIGURE 63.2 – Cuve à ondes inclinée : observations.

Là où la profondeur est plus importante, les ondes se propagent plus vite. La source n'occupe plus le centre d'ondes circulaires.

La fréquence des ondes reste inchangée, mais ce n'est pas le cas pour la distance entre les crêtes. Les longueurs d'onde sont plus grandes là où l'eau est plus profonde.

Si la fréquence (et donc la période) est inchangée mais pas la longueur d'onde, c'est bien que la vitesse est modifiée.

### b) Conclusion

**Conclusion 7** (Vitesses des ondes et profondeur d'eau).

*La vitesse de propagation des ondes augmente donc avec la profondeur d'eau dans la cuve et réciproquement la vitesse diminue si la profondeur est plus petite.)*

### c) Une application : les tsunamis

Les raz-de-marées d'origine volcanique ont provoqué plusieurs catastrophes de grande ampleur ces dernières années. Au Japon, en Indonésie ou en Thaïlande, les centaines de milliers de morts et les dégâts matériels ont marqué les mémoires.

Lorsqu'une secousse tellurique provoque des ondes dans les océans, les vagues se déplacent à plusieurs centaines de  $\text{km h}^{-1}$ . Lorsque ces vagues se rapprochent des côtes, la distance entre la surface et le fond diminue. La vitesse des vagues diminue, mais pas leur énergie!

Si la vitesse diminue, l'énergie cinétique diminue aussi et, par conservation de l'énergie, l'énergie totale devant rester constante, l'énergie cinétique se transforme en énergie potentielle. La hauteur des vagues devient alors considérable (de l'ordre de la dizaine à plusieurs dizaines de mètres). Ces vagues gigantesques balayent les régions côtières, s'avancant parfois très loin à l'intérieur des terres.

## B Deuxième expérience avec la cuve à ondes

Plaçons maintenant un bloc dans le fond d'une moitié de la cuve à ondes. Nous obtenons ainsi deux zones de profondeurs différentes.

Engendrons maintenant des ondes planes partant du bord gauche vers le bord droit de la cuve.

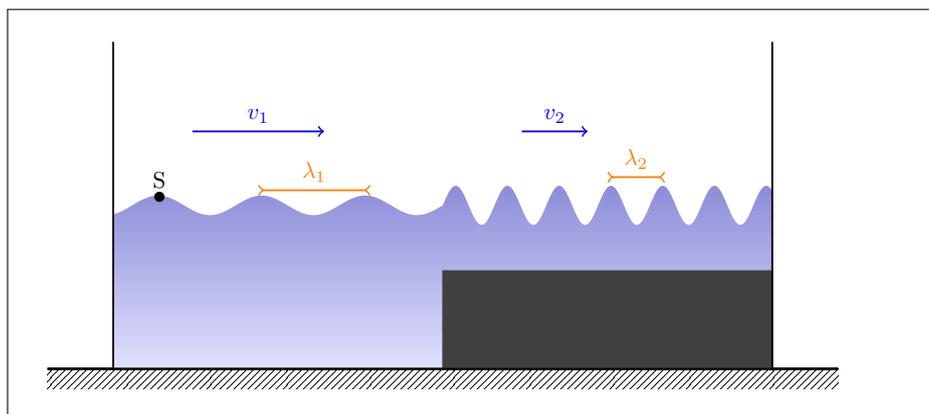


FIGURE 63.3 – Cuve à ondes à deux niveaux : deux  $\lambda$ .

### a) Observations

Les ondes planes dans la partie "profonde" de la cuve progressent à une vitesse  $v_1$ .

En arrivant dans la deuxième partie moins profonde de la cuve la vitesse  $v_2$  des ondes est clairement inférieure à  $v_1$ .

La longueur d'onde  $\lambda_2$  dans la deuxième partie est aussi plus petite que la longueur d'onde  $\lambda_1$  dans la première partie.

$$\lambda_2 < \lambda_1 \quad (63.1)$$

### C Troisième expérience avec la cuve à ondes

Plaçons maintenant la source des ondes planes dans la partie profonde de la cuve et en biais par rapport au bloc.

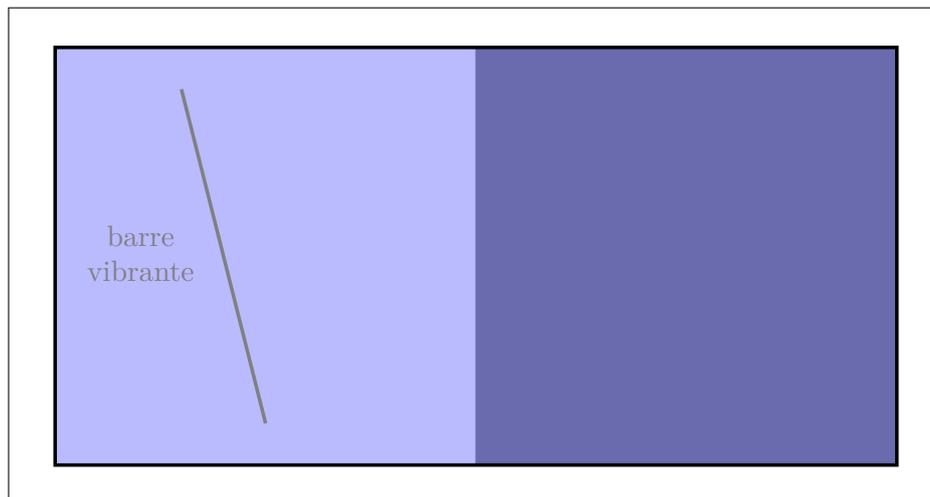


FIGURE 63.4 – Cuve à ondes à deux niveaux : source en biais.

Le bloc est représenté ici à droite dans la cuve par une zone plus sombre.

#### a) Observations

L'illustration suivante est une photographie de ce que nous pouvons observer avec la cuve à ondes. Les ondes incidentes viennent de la droite. Le bord du bloc posé au fond de la cuve est visible comme la ligne sombre partant du coin inférieur gauche de l'image et montant vers le coin supérieur droit de celle-ci.

La partie "profonde" est à gauche, la partie peu profonde est à droite.

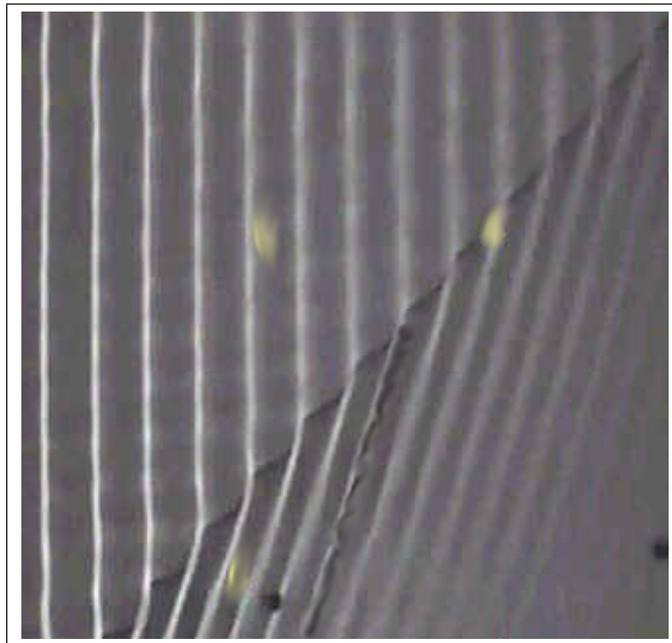


FIGURE 63.5 – Cuve à ondes à deux niveaux : le changement de niveau est en biais.

Il faut remarquer, outre la réduction de la longueur d'onde quand on passe de la gauche vers la droite, que la direction de propagation des ondes change en passant dans la partie moins profonde de la cuve.

La direction de propagation s'est rapprochée de la normale au bord.

### b) Précisions

Sur la figure 63.6 p 494 , qui schématise ce qui a été observé sur la photographie de la figure 63.5 p 493 , la direction de propagation s'est rapprochée de la normale au bord du bloc par rapport à la direction d'incidence.

Pour clarifier notre démarche, et en prévision de la suite, définissons quelques grandeurs présentes sur ce schéma.

**Définition 109** (Réfraction : angle d'incidence).

L'angle d'incidence  $i$  est l'angle formé par :

- la direction de propagation des ondes incidentes
- et la normale à la droite correspondant à la séparation entre les deux milieux.

**Définition 110** (Réfraction : angle de réfraction).

L'angle de réfraction  $r$  est l'angle formé par :

- la direction de propagation des ondes réfractées
- et la normale à la droite correspondant à la séparation entre les deux milieux.

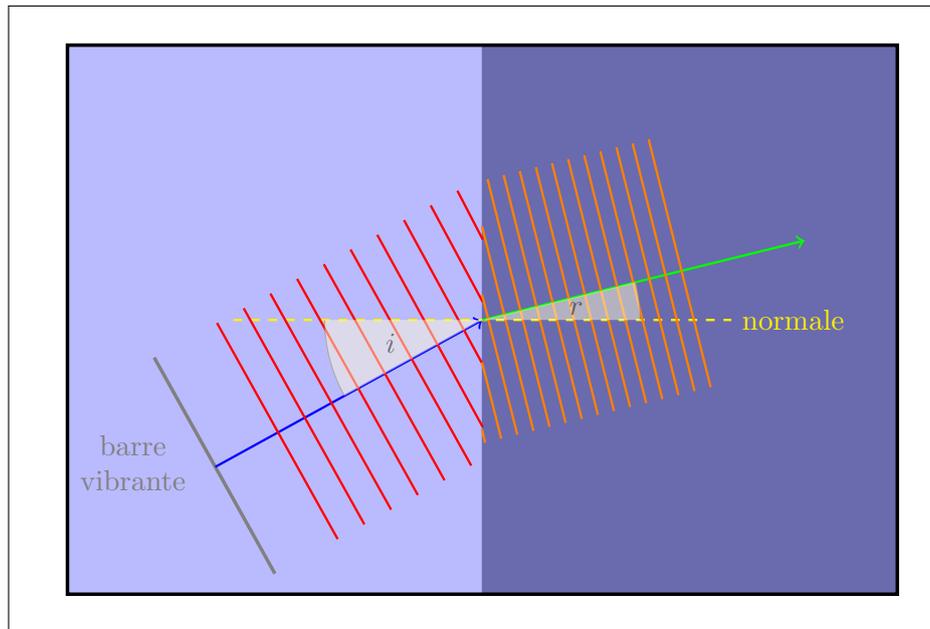


FIGURE 63.6 – Cuve à ondes à deux niveaux, source en biais : schéma du trajet des ondes.

*Remarque 20* (Réfraction : angles d'incidence et de réfraction).

Il est ici très clair que

$$r < i \quad (63.2)$$

## 2 Lois de la réfraction des ondes

### A Longueurs d'onde

La période, et donc la fréquence, des ondes ne sont pas affectées par la réfraction. Dès lors, reprenons une partie du schéma de la figure

Il est clair que

$$v_1 > v_2$$

Par la relation fondamentale

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Et donc

$$\lambda_1 > \lambda_2$$

*Remarque 21* (Réfraction : relation entre les longueurs d'onde).

Dans le cas qui nous préoccupe :

$$\lambda_1 > \lambda_2 \quad (63.3)$$

### B Angles

Une question se pose : "Quelle est la relation entre les angles  $i$  et  $r$  ?"

Pour ce faire, revenons sur le schéma de la figure 63.6 p 494 en nous concentrant sur ce qui se passe à la limite entre les deux milieux.

Pour la simplicité, considérons que l'onde plane incidente n'a qu'une crête. Cette onde avance à la vitesse  $v_1$  et supposons que la vitesse  $v_2$  dans le deuxième milieu est toujours inférieure à  $v_1$ .

Observons la crête à l'instant  $t_0$ , ses extrémités sont  $A_0$  et  $B_0$

Une période plus tard, en  $t_1 = t_0 + T$ , l'onde rencontre la limite entre les deux milieux en  $A_1$ . L'extrémité  $B_1$ , elle, est toujours dans le premier milieu. La crête a avancé d'une longueur  $\lambda_1$ .

Selon le principe de Huygens, une onde circulaire, centrée sur  $A_1$ , se propage alors dans le deuxième milieu à la vitesse  $v_2$ .

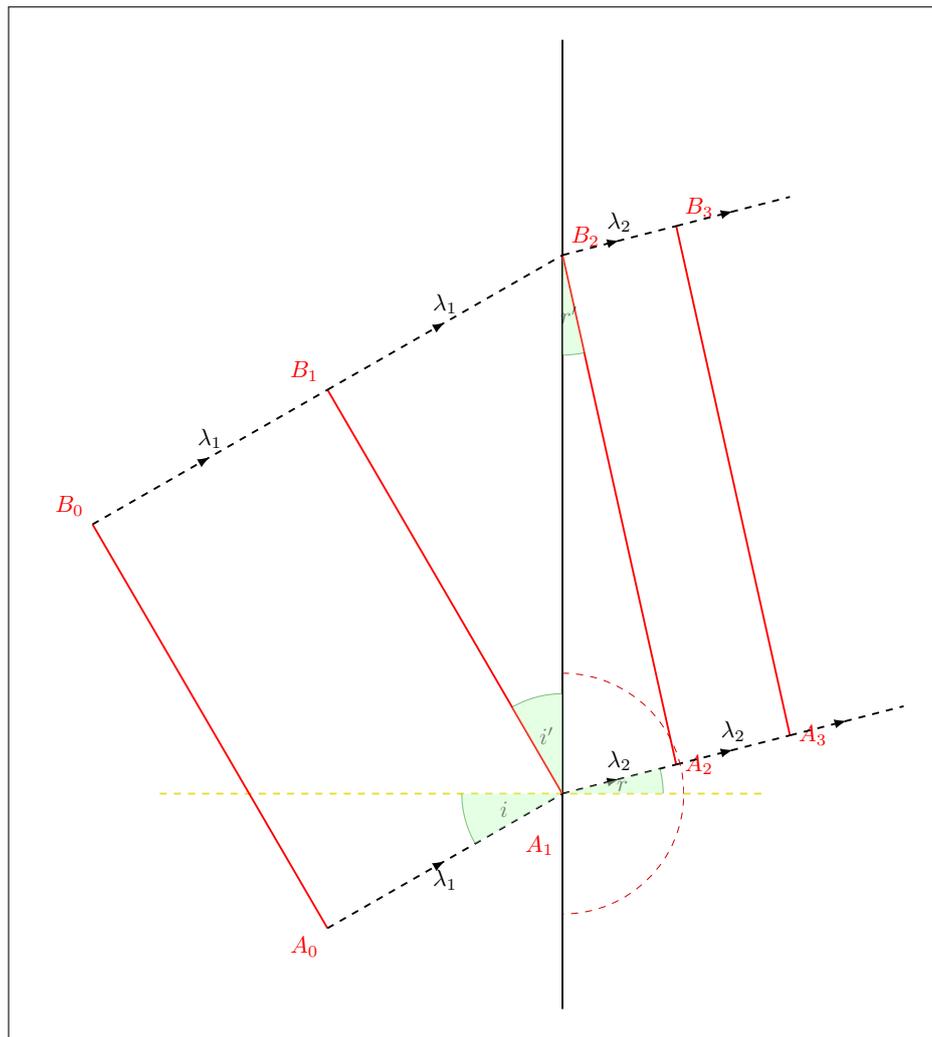


FIGURE 63.7 – Lois de la réfraction des ondes : schéma.

Une deuxième période plus tard en  $t_2 = t_0 + 2T$ , c'est au tour de l'extrémité  $B$  de la crête d'arriver à la limite entre les deux milieux. La partie "B" de la crête a avancé d'une longueur  $\lambda_1$ . Dans notre construction,  $B_0$  a été judicieusement choisi pour ce faire<sup>1</sup>.

Après cette deuxième période, l'onde circulaire partie de  $A_1$ , s'est propagée sur une circonférence de rayon  $\lambda_2$ .

La partie  $B$  de la crête se trouve en  $B_2$  et la partie  $A$  sur un cercle centré en  $A_1$  et de rayon  $\lambda_2$ .

Comme l'onde est plane, le segment reliant  $B_2$  à  $A_2$  est nécessairement tangent au cercle centré en  $A_1$  et de rayon  $\lambda_2$ .

Une tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de contact. Ce point de contact est  $A_2$ .

Remarquons que, du fait des propriétés des triangles, les angles  $i$  et  $i'$  sont égaux. Il en est de même pour les angles  $r$  et  $r'$ .

Remarquons aussi que les angles  $A_1 B_1 B_2$  et  $A_1 A_2 B_2$  sont droits.

1. Les crêtes représentées ici sont limitées en longueur. Rien ne dit qu'elles s'arrêtent en  $A$  ou  $B$ . La longueur entre  $A$  et  $B$  est choisie pour que  $B_2$  arrive à la verticale de  $A_1$  après une période.

$$T = T$$

$$\frac{\lambda_1}{v_1} = \frac{\lambda_2}{v_2} \quad (\text{relation fondamentale des ondes})$$

$$\frac{B_1 B_2}{v_1} = \frac{A_1 A_2}{v_2}$$

$$\frac{A_1 B_2 \cdot \sin i}{v_1} = \frac{A_1 B_2 \cdot \sin r}{v_2} \quad (\text{angles des triangles rectangles})$$

$$\frac{\sin i}{v_1} = \frac{\sin r}{v_2}$$

Ou encore :

**Loi 30** (Loi des angles dans la réfraction des ondes).

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \quad (63.4)$$

### C En résumé

**Conclusion 8** (Lois de la réfraction des ondes).

1. Si des ondes passent d'un milieu dans un autre et que les vitesses de propagation des ondes sont différentes entre ces deux milieux, alors on observe de la réfraction.  
La réfraction correspond à un changement de direction de propagation.
2. La modification de la direction de propagation se résume par la formule suivante :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

- (a) Si  $v_1 > v_2$ , alors  $i > r$  : la direction de propagation des ondes réfractées se rapproche de la normale à l'interface entre les deux milieux.
- (b) Si  $v_1 < v_2$ , alors  $i < r$  : la direction de propagation des ondes réfractées s'éloigne de la normale à l'interface entre les deux milieux.

## 3 Application : sismographie

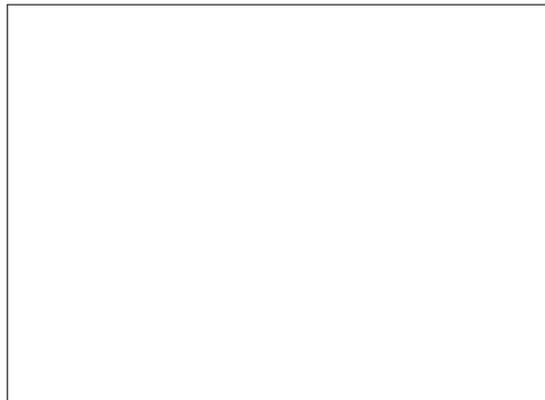


FIGURE 63.8 – Réfraction des ondes : sismographie.

## 4 Exercices



# Chapitre 64

## Propriétés des ondes : effet Doppler

### Sommaire

---

1	Expériences	500	
	A	Observations	500
	B	Rappel : hauteur d'un son	501
	C	Conclusion	501
2	Illustration : nageur (observateur en mouvement)	502	
	A	Description de deux mouvements	502
	B	Calcul	503
	C	2 <sup>e</sup> cas : S $\leftrightarrow$ A	503
3	Autre cas : la source en mouvement	503	
4	Synthèse	505	
	A	Définition	505
	B	Formules	505
5	Applications	505	
	A	Détecteur de vitesse automobile	505
	B	Alarme	506
	C	Vitesse du sang	506
	D	Détection des exoplanètes	507
	E	Le mur du son	507
6	Exercices	509	

---

## Introduction

Christian Doppler (1803-1853) était un physicien autrichien.



FIGURE 64.1 – Christian Doppler (1803-1853).

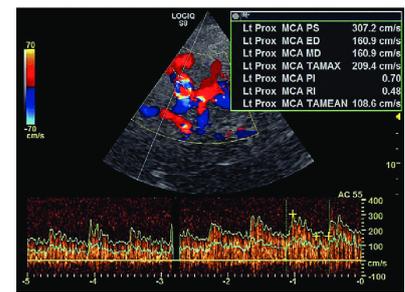
Quels sont les points communs aux différents objets, situations, personnes que je vais vous présenter maintenant ?



(a) Trop vite!



(b) Pim Pom!



(c) Échographie des vaisseaux sanguins.

FIGURE 64.2 – Trois applications de l'effet Doppler.

## 1 Expériences

Prenons un diapason électronique. Qu'observons-nous si je l'avance très rapidement vers vous ? Qu'observons-nous si je l'éloigne très rapidement de vous ?

### A Observations

Le son devient plus aigu si le son vient vers nous.  
Le son devient plus grave si le son s'éloigne de nous.

### Une anecdote

Pour vérifier cela, un contemporain de Doppler, Christoph Hendrik Diederik Buys Ballot (1817-1890), a fait monter un orchestre sur un train (sur la ligne Utrecht-Amsterdam) et a demandé à un musicien placé sur le quai d'une gare intermédiaire de juger le changement de hauteur du son.

## B Rappel : hauteur d'un son

Pour rappel, si un son est plus aigu, sa fréquence est plus grande et sa longueur d'onde  $\lambda$  est plus petite.

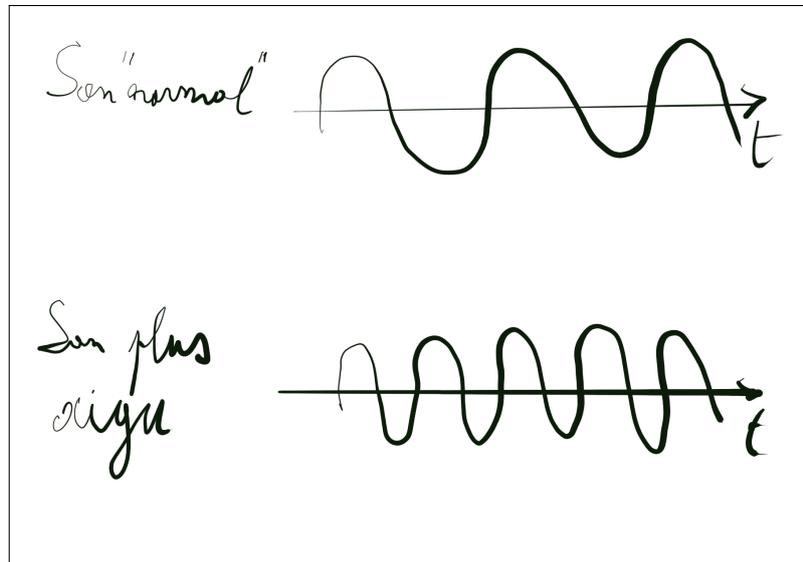


FIGURE 64.3 – Oscillogrammes de deux sons dont un son plus aigu.

De même, si un son est plus grave, sa fréquence est plus petite et sa longueur d'onde  $\lambda$  est plus grande.

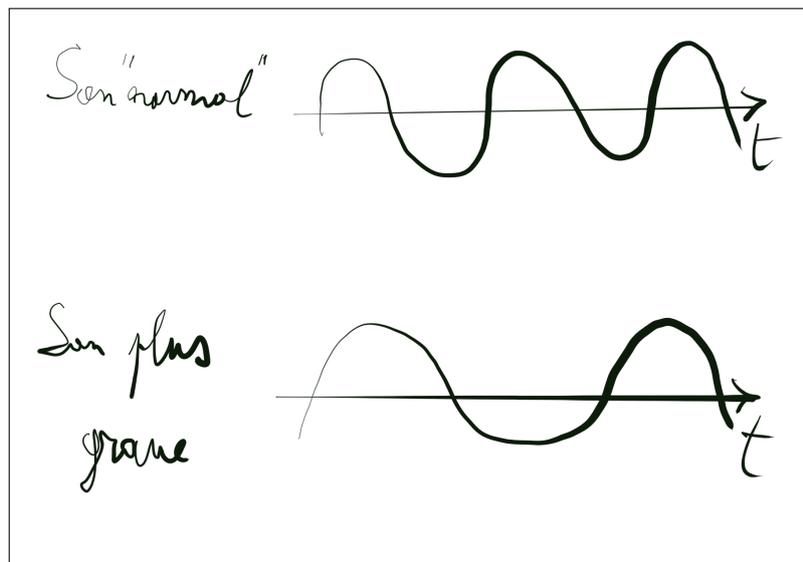


FIGURE 64.4 – Oscillogrammes de deux sons dont un son plus grave.

## C Conclusion

Cet effet "transforme" l'onde (sa fréquence) selon le mouvement relatif de la source et de l'observateur.

## 2 Illustration : un nageur et les vagues (observateur en mouvement)

Les vagues vont vers la plage.

### A Description de deux mouvements

#### a) Le nageur va vers la mer

Le nageur va dans l'eau vers le large.

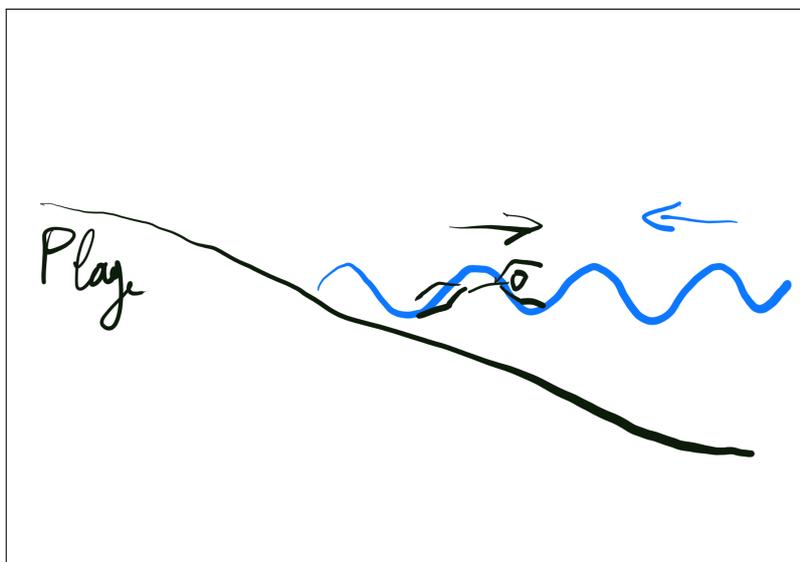


FIGURE 64.5 – À la plage : le dernier dans l'eau ...

Sa vitesse et celle des vagues (et donc des ondes) vont en sens inverse et donc s'additionnent. Notre nageur rencontre les vagues plus fréquemment que s'il était immobile. Comme la longueur d'onde (la distance entre deux vagues successives) ne change pas, c'est bien la fréquence *perçue* des vagues qui a augmenté.

La fréquence des ondes est perçue comme plus grande qu'au repos.

#### b) Le nageur sort de la mer

Puis le nageur revient vers la plage.

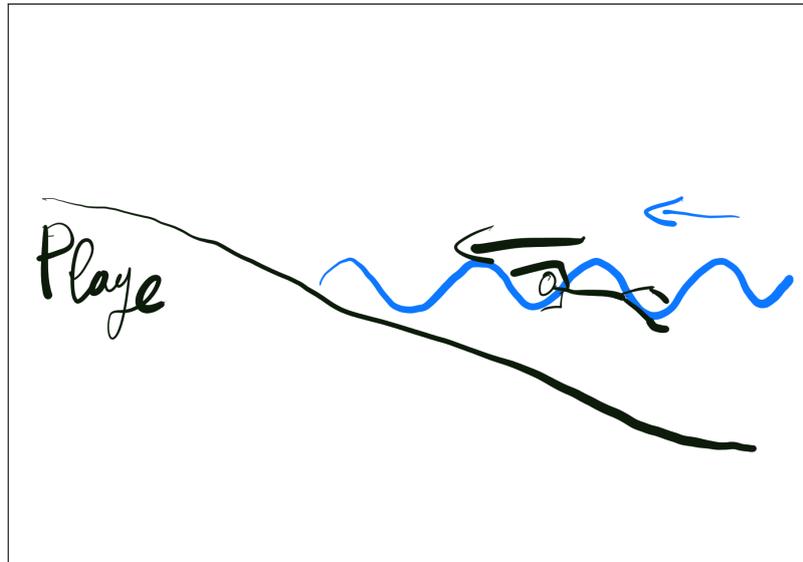


FIGURE 64.6 – À la plage : brr ...

Sa vitesse et celle des vagues (et donc des ondes) vont dans le même sens et donc se soustraient. Notre nageur rencontre les vagues moins fréquemment que s'il était immobile.

La fréquence des ondes est perçue comme plus petite qu'au repos.

## B Calcul

### a) 1<sup>er</sup> cas : S → ← A

Le nageur va vers les vagues. La source **S** et l'auditeur **A** se rapprochent.

La distance **d** qui sépare S et A diminue.

La première vague (ou onde de compression) venant de S va mettre un temps  $t = d/v$  pour atteindre A.

Si A et S étaient immobiles l'un par rapport à l'autre, la suivante arriverait après une période **T**.

MAIS, la suivante va mettre **moins** de temps pour arriver en A puisque la distance à franchir va en diminuant!

Donc, l'arrivée en A de deux crêtes ou de deux maxima successifs se fera en une durée inférieure à T.

### b) Conclusion

A perçoit des ondes de période  $T' < T$  et donc de fq.  $f' > f$ .

Les vagues semblent plus nombreuses.

De même, un son perçu par un observateur allant vers la source serait plus aigu.

## C 2<sup>e</sup> cas : S ← → A

Le faire vous-mêmes!

## 3 Autre cas : la source en mouvement

Pour construire la figure suivante, il faut reculer dans le temps.

Imaginons une source sonore se déplaçant à trois quarts de la vitesse du son. Observons-la à différents  $t$  correspondant à des multiples entiers de la période de la note émise.

La source atteint l'observateur (représenté sur le schéma par l'oreille) après 5 périodes.

Lorsque la source s'est mise en mouvement à  $t_0$  l'onde sonore a eu le temps de se propager pendant 5 périodes. Une période plus tard, la source a avancé d'une longueur  $\lambda$ . La crête de l'onde émise à cet instant aura progressé de 4 longueurs d'onde à  $t_5$ .

Et ainsi de suite, ...

Une période avant d'atteindre sa position finale, la source aura émis une crête qui atteindra l'oreille après une période et qui donc se sera propagée sur une longueur d'onde.

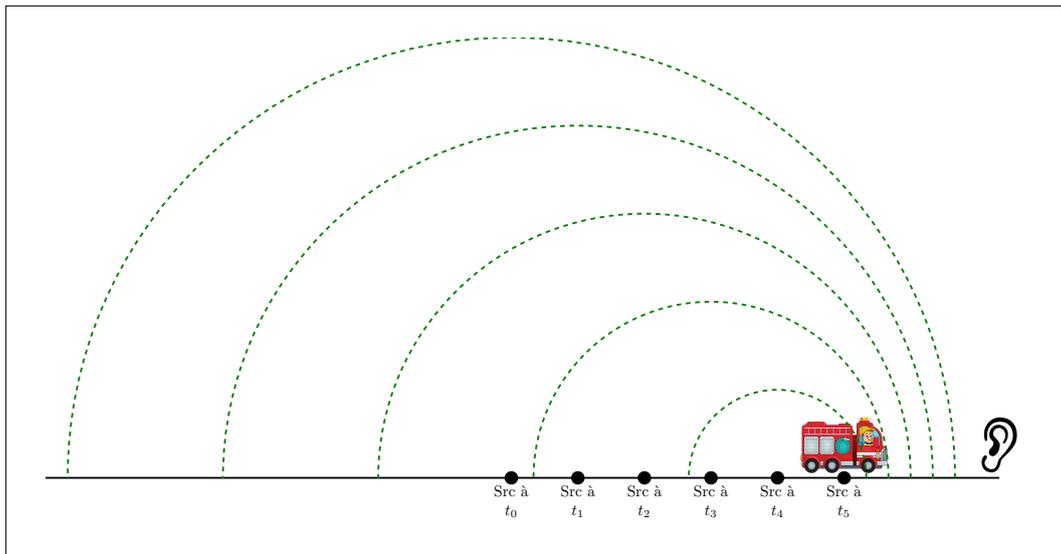


FIGURE 64.7 – Effet Doppler : source en mouvement vers l'observateur.

Comme on peut clairement le voir, la longueur d'onde perçue par l'observateur sera inférieure à celle émise par une source immobile. La fréquence observée sera donc plus élevée. Dans le cas du son, le son sera plus aigu.

Si, au contraire, la source s'éloigne de l'observateur, alors la longueur observée est plus grande. La fréquence est donc plus basse et, dans le cas du son, le son perçu est plus grave.

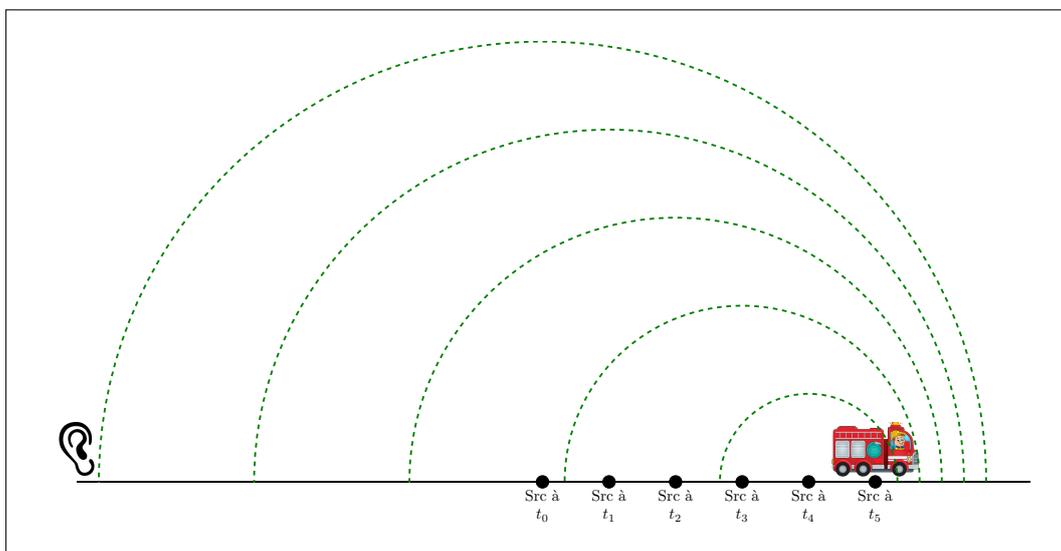


FIGURE 64.8 – Effet Doppler : source en mouvement s'éloignant de l'observateur.

## 4 Synthèse

### A Définition

L'effet Doppler-Fizeau est une modification de la fréquence d'une onde lorsque source et observateur sont en mouvement relatif.

### B Formules

On peut déduire les formules suivantes selon que l'observateur ou la source est en mouvement.

#### a) Observateur en mouvement

**Loi 31** (Effet Doppler : observateur en mouvement).

$$f' = f \left( 1 \pm \frac{v_{obs}}{v_{onde}} \right) \quad (64.1)$$

- + si l'observateur va vers la source.
- - si l'observateur s'éloigne de la source.

Où

- $f'$  est la fréquence perçue (Hz);
- $f$  est la fréquence émise (Hz);
- $v_{obs}$  est la vitesse de l'observateur ( $\text{m s}^{-1}$ );
- $v_{onde}$  est la vitesse de propagation de l'onde ( $\text{m s}^{-1}$ ).

#### b) Source en mouvement

**Loi 32** (Effet Doppler : source en mouvement).

$$f' = f \left( \frac{v_{onde}}{v_{onde} \mp v_{src}} \right) \quad (64.2)$$

- - si la source va vers l'observateur.
- + si la source s'éloigne de l'observateur.

Où

- $f'$  est la fréquence perçue (Hz);
- $f$  est la fréquence émise (Hz);
- $v_{src}$  est la vitesse de la source ( $\text{m s}^{-1}$ );
- $v_{onde}$  est la vitesse de propagation de l'onde ( $\text{m s}^{-1}$ ).

## 5 Applications

Détection d'objets en mouvement et de leurs vitesses. On utilise la réflexion d'ondes envoyées vers l'objet. La fréquence des ondes réfléchies est modifiée si l'objet est en mouvement.

### A Détecteur de vitesse automobile

Ainsi, le "radar", tant redouté par votre papa (ou votre maman ou vous-même ... ) :



FIGURE 64.9 – Radar automobile.

## B Alarme

La détection de mouvement des alarmes domestiques fonctionne aussi grâce à l'effet Doppler. Il en est d'ailleurs de même pour les commandes d'ouverture automatique des portes ou des éclairages.

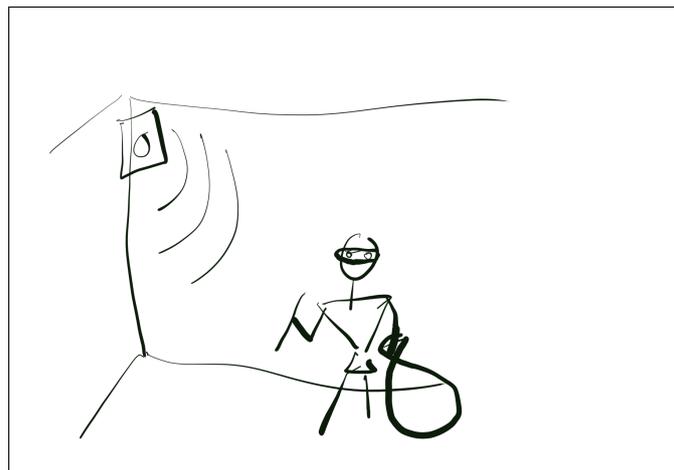


FIGURE 64.10 – Alarme domestique.

## C Vitesse du sang

L'échographie Doppler permet de mesurer la vitesse du sang dans les veines et les artères.

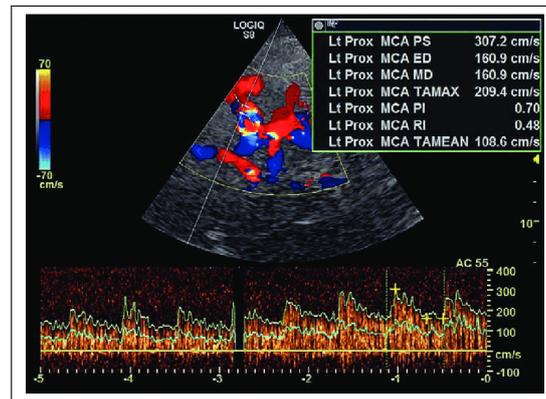


FIGURE 64.11 – Échographie Doppler.

## D Détection des exoplanètes

L'échographie Doppler permet de détecter la présence d'une exoplanète grâce au mouvement de son étoile.

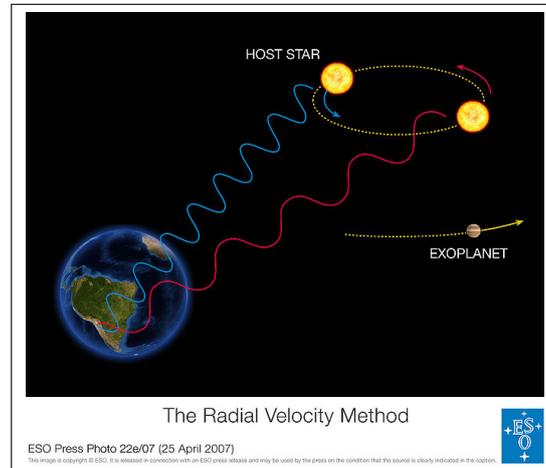


FIGURE 64.12 – Détection des exoplanètes par effet Doppler.

## E Le mur du son

Limitons-nous ici au cas où la source est en mouvement.

Si la vitesse de la source est la même que celle de la propagation des ondes, on va assister au phénomène représenté ici.

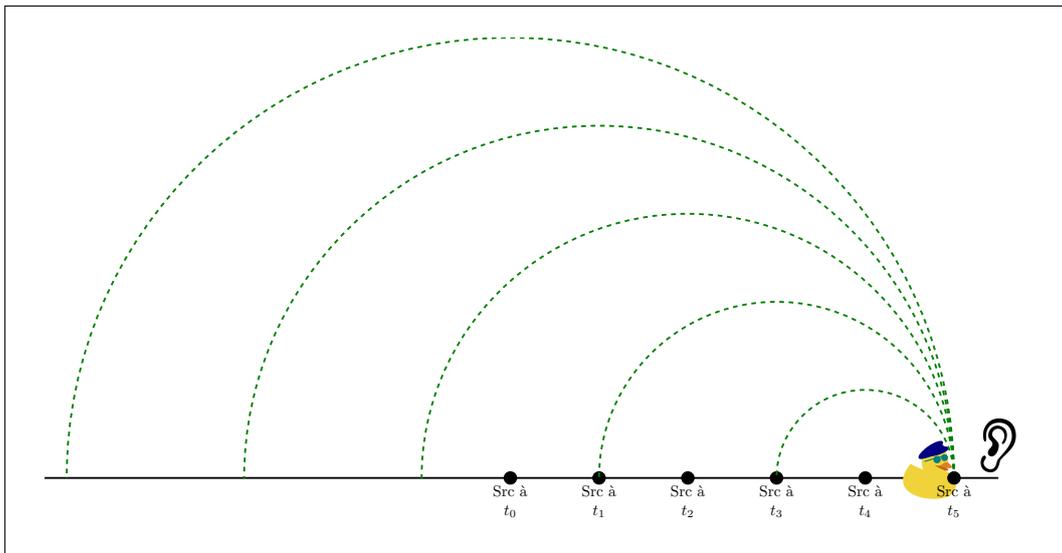


FIGURE 64.13 – Canard au mur du son.

L'ensemble des crêtes s'accumulent là où se trouve la source.

Si nous nous souvenons de la définition des ondes et de notre discussion de l'énergie sonore, cette accumulation de crêtes correspond donc à une accumulation d'énergie.

Les premiers avions à vouloir franchir le "mur du son" se désintégraient littéralement, incapables de supporter cette énergie.

Une fois les difficultés techniques surmontées, il est devenu presque trivial pour les avions de chasse de "passer le mur du son".



FIGURE 64.14 – Avion franchissant le mur du son.

Du fait de la réglementation, il est devenu peu courant d'entendre le "bang" d'un avion passant le mur du son.

#### a) Au-delà de la vitesse de propagation

Si la source se déplace à une vitesse supérieure à celle de la vitesse de propagation de l'onde, l'énergie se répartit sur un cône dont le sommet est la source.

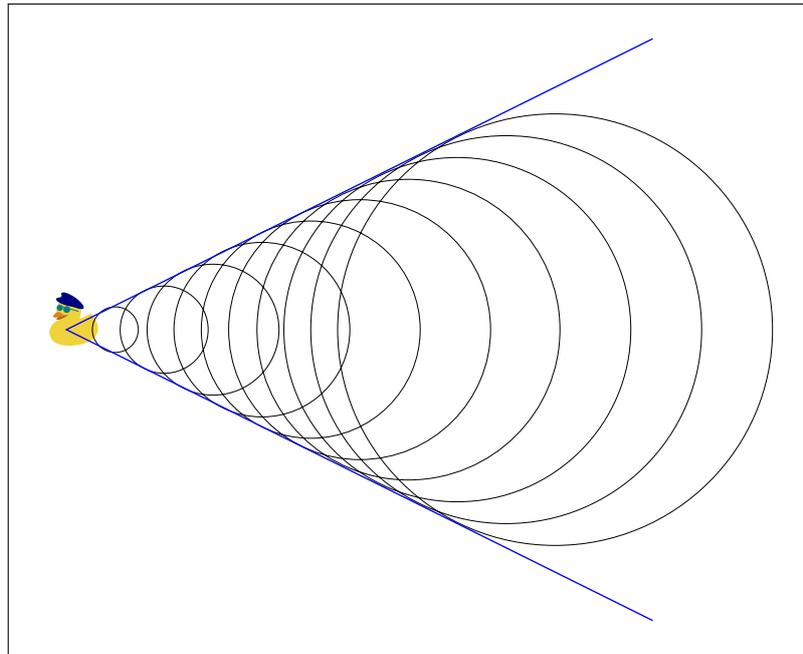


FIGURE 64.15 – Canard supersonique.

## 6 Exercices

1. Un musicien est en train d'accorder son instrument et joue la note "La" dans la rue où vous marchez. Vous percevez un son à une fréquence de 444 Hz. Êtes-vous en train de vous rapprocher ou de vous éloigner de lui? A quelle vitesse? (Justifier)
2. Assis à une terrasse par un beau jour d'été, vous entendez une ambulance qui vient vers vous. L'ami musicien avec qui vous êtes assis vous affirme que la sirène émet un note à 500 Hz. Lorsque l'ambulance est passée et s'éloigne de vous, il vous affirme que la sirène émet un son à 420 Hz. Quelle est la vitesse de l'ambulance? (Justifier)



# Chapitre 65

## Propriétés des ondes : diffraction

### Sommaire

---

1	Expériences	512
	A	Bord d'un obstacle . . . . . 512
	B	Fentes . . . . . 513
	C	Objet . . . . . 515
2	Synthèse	517
	A	Définition . . . . . 517
	B	$\lambda \ll L$ . . . . . 517
	C	$\lambda \simeq L$ . . . . . 517
	D	$\lambda \gg L$ . . . . . 517
3	Explication	518
4	Applications	518
	A	En général . . . . . 518
	B	Écholocation . . . . . 518
	C	Haut-parleurs . . . . . 519
5	Exercices	519

---

## Introduction

Une onde se propage en ligne droite si elle ne change pas de milieu ou si elle ne "heurte" pas un obstacle. Qu'en est-il si elle passe près du bord d'un obstacle ?

### 1 Expériences

Utilisons à nouveau la cuve à ondes.

#### A Bord d'un obstacle

Envoyons des ondes planes sur le bord d'un obstacle.

##### a) Petite longueur d'onde

Ce qui est observé ressemble alors à ceci :

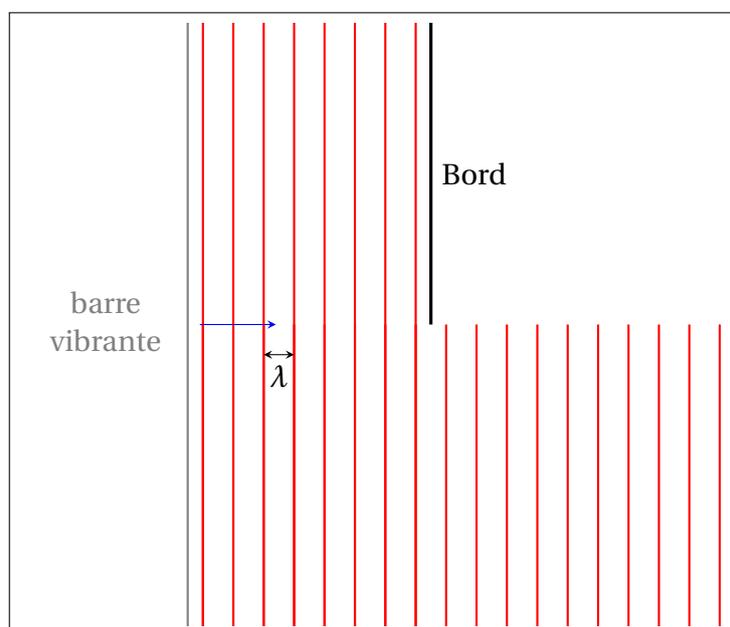


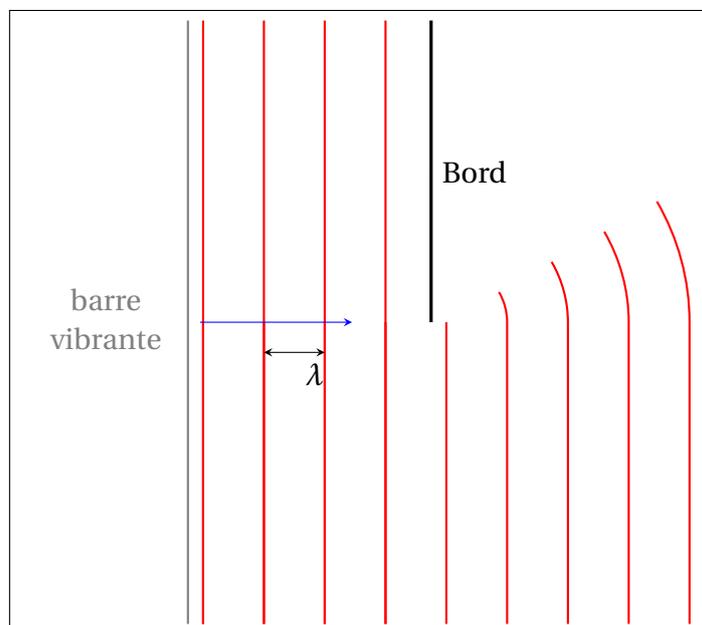
FIGURE 65.1 – Ondes planes aux bord d'un obstacle :  $\lambda$  petit.

Les ondes passent à côté de l'obstacle et continuent en ligne droite.

Derrière l'obstacle, il n'y a pas d'onde.

Il y a propagation rectiligne.

## b) Plus grande longueur d'onde

FIGURE 65.2 – Ondes planes aux bord d'un obstacle :  $\lambda$  grand.

Les ondes passent à côté de l'obstacle et continuent en ligne droite.

Derrière l'obstacle, il y a des ondes (arcs de cercle).

Si une partie de l'onde est déviée et apparaît derrière l'obstacle, on dit que l'onde est **diffractée**.

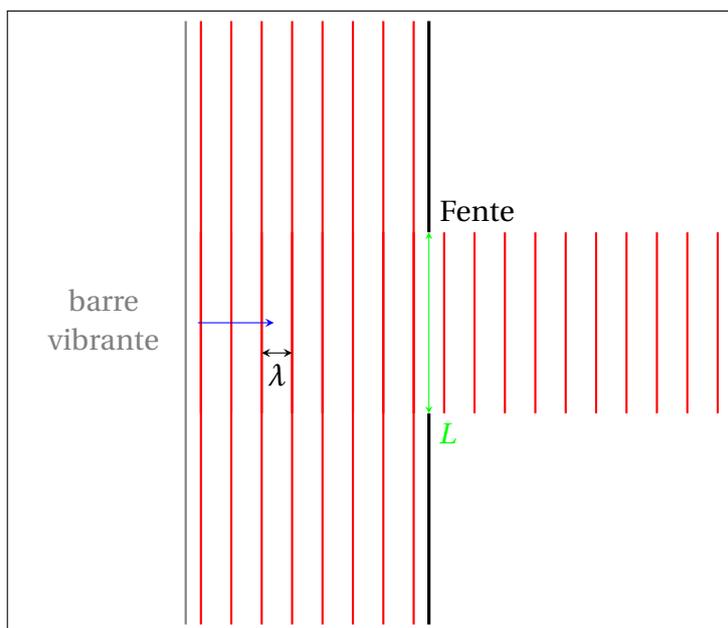
## B Fentes

Envoyons des ondes rectilignes vers deux obstacles qui forment une fente.

Soit  $L$  la largeur de cette fente.

### a) $L \gg \lambda$

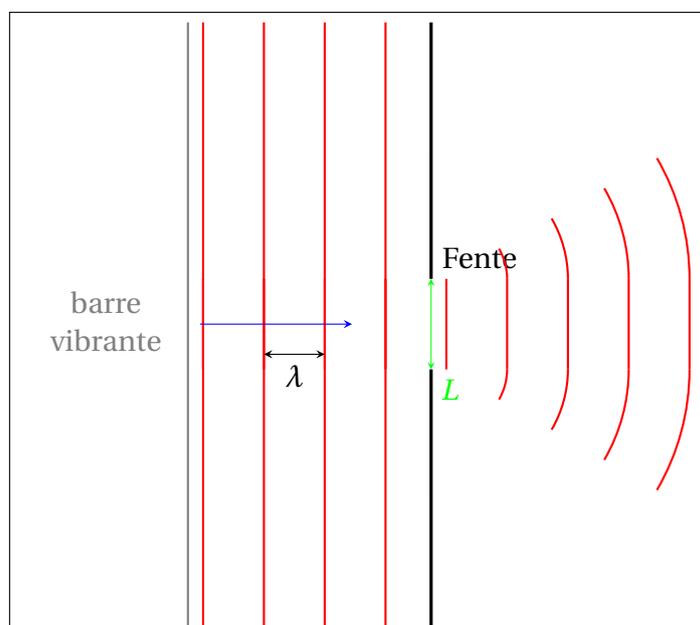
Ce qui est observé ressemble alors à ceci :

FIGURE 65.3 – Fente large et  $\lambda$  petit.

Les ondes passent à travers la fente et continuent en ligne droite.  
Derrière les obstacles, il n'y a pas d'onde diffractée.  
Il y a propagation rectiligne.

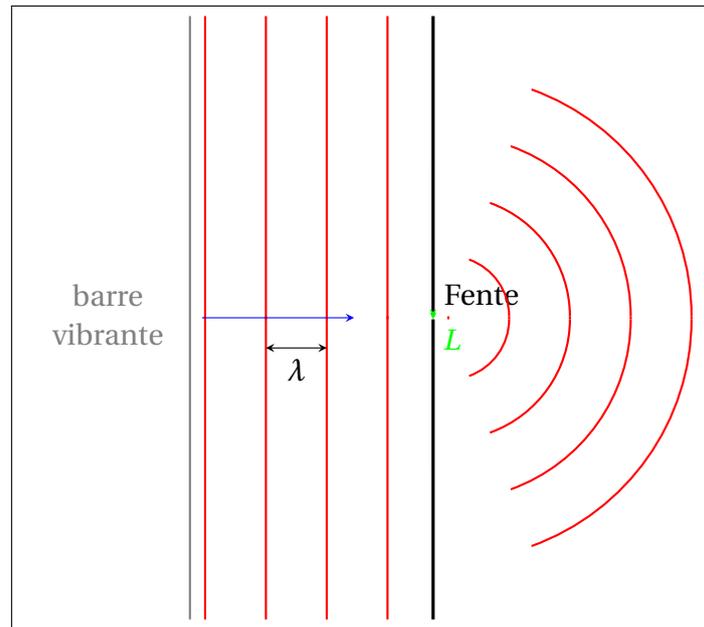
**b)  $L \searrow$  et  $\lambda \nearrow$**

On voit apparaître des ondes diffractées.

FIGURE 65.4 – Fente et  $\lambda$  de même taille.

**c)  $L \leq \lambda$**

Finalement, considérons ce qui advient si la largeur de l'ouverture de la fente devient très petite par rapport à la longueur d'onde.

FIGURE 65.5 – Fente beaucoup plus petite que  $\lambda$ .

Les ondes passent à travers la fente et deviennent des ondes circulaires dont la fente est le centre!

La fente devient une source ponctuelle d'ondes!

#### d) Ouvertures des ports

Les ouvertures des ports entre les brise-lames permettent d'observer exactement ce phénomène.

Si l'ouverture du port est large par rapport à la distance entre deux vagues successives, alors les vagues continuent pratiquement en ligne droite.

Si, par contre, l'ouverture du port est étroite par rapport à la distance entre deux vagues successives, alors les vagues vont se diffracter.

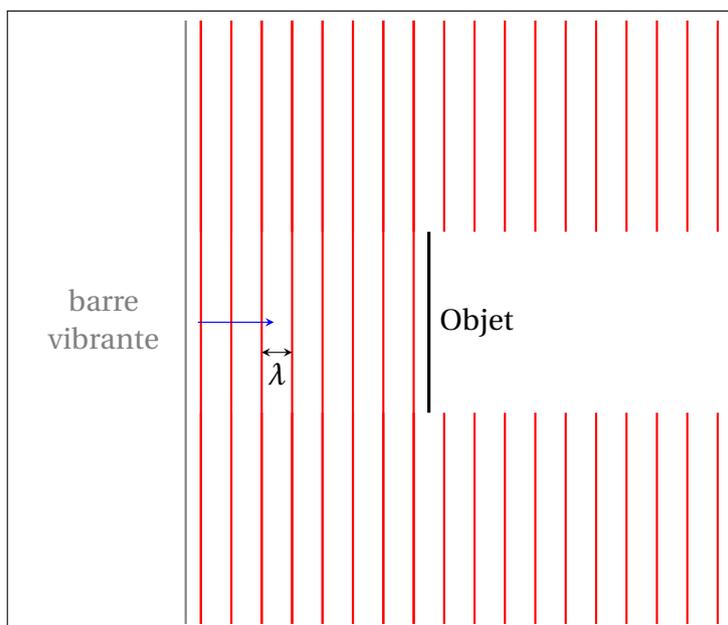
## C Objet

Envoyons des ondes planes vers un objet.

Soit  $L$  la largeur de cet objet.

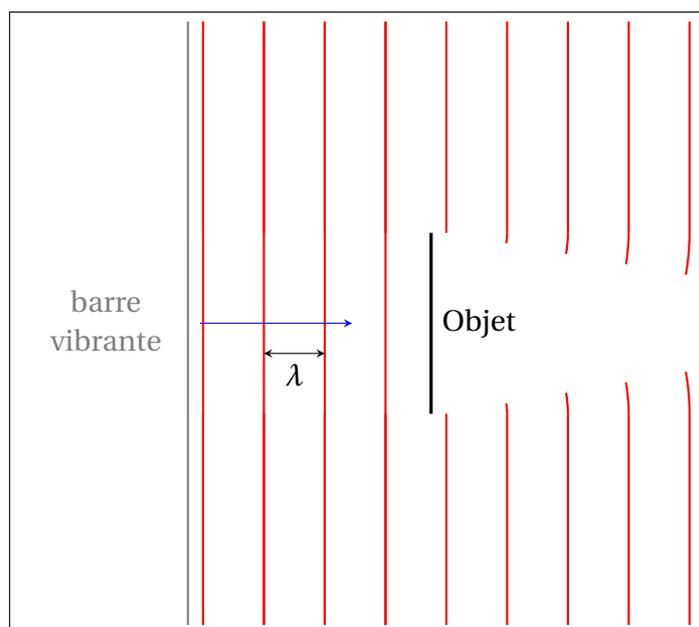
#### a) $L \gg \lambda$

Ce qui est observé ressemble alors à ceci :

FIGURE 65.6 – Objet large et  $\lambda$  petit.

Les ondes passent sur les côtés de l'objet et continuent en ligne droite.  
 Derrière l'objet, il n'y a pas d'onde diffractée.  
 Il y a propagation rectiligne.

b)  $L \sim \lambda$

FIGURE 65.7 – Objet et  $\lambda$  de même ordre de grandeur.

On voit apparaître des ondes diffractées.

c)  $L \leq \lambda$

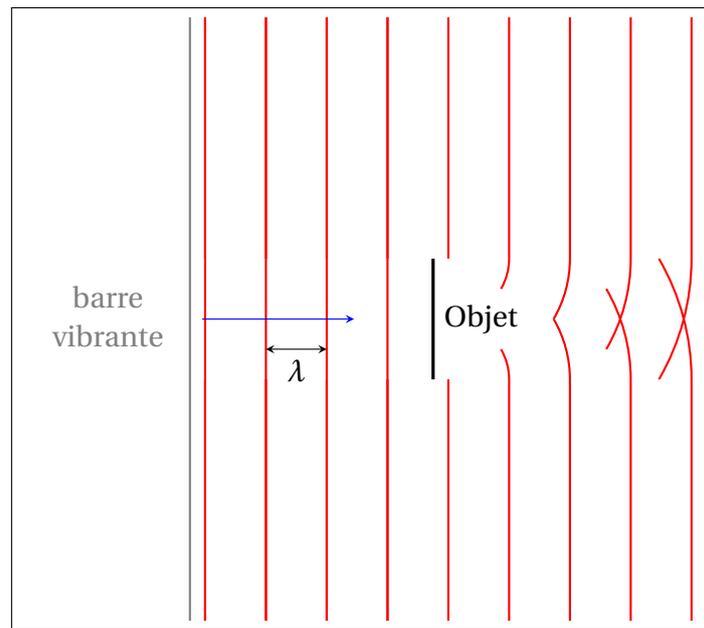


FIGURE 65.8 – Objet petit par rapport à  $\lambda$ .

Les ondes passent sur les côtés de l'objet et se rejoignent! Très rapidement elles continuent en ligne droite comme si l'objet n'existait pas.

d) **Radio**

Remarque sur les ondes radios.

## 2 Synthèse

### A Définition

La diffraction est le phénomène qui a lieu quand des ondes interagissent avec des obstacles dont la taille est proche de leur longueur d'onde.

**B**  $\lambda \ll L$

Quasiment pas d'effet.  
Propagation rectiligne

**C**  $\lambda \simeq L$

La diffraction apparaît.

**D**  $\lambda \gg L$

Beaucoup de diffraction.  
Fente devient source ponctuelle.  
Obstacle devient "invisible".

### 3 Explication

Nous nous limiterons ici à une explication qualitative, le traitement théorique complet de la diffraction étant assez conséquent dans ses développements mathématiques.

À nouveau, c'est le principe de Huygens qui permet de comprendre ce qui se passe.

Représentons la situation d'une fente de taille  $L$  proche de la longueur d'onde.

Si nous appliquons le principe de Huygens au niveau de la fente, alors chaque point de l'ouverture peut être vu comme source secondaire d'ondes circulaires.

Nous ne représentons ici que quelques points pour ne pas surcharger le schéma.

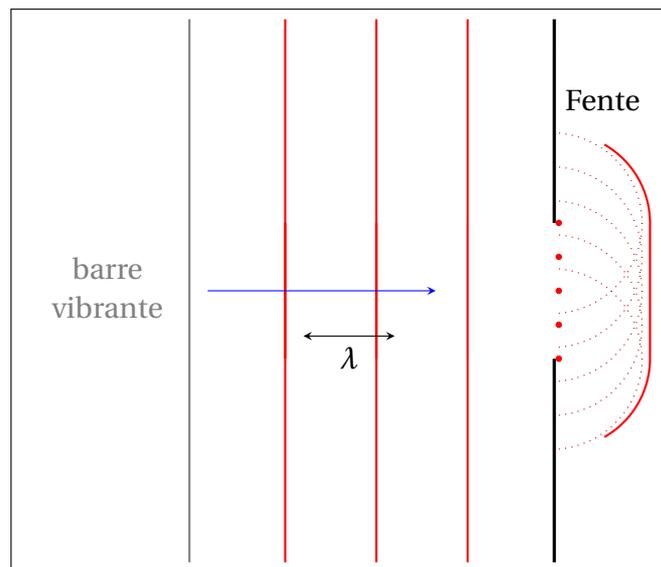


FIGURE 65.9 – Diffraction par une fente et principe de Huygens

L'enveloppe des ondes circulaires issues des sources secondaires correspond bien à la forme de l'onde diffractée observée.

La diffraction est donc une conséquence directe du principe de Huygens. La forme des ondes observées après la fente est l'enveloppe des ondes circulaires issues des points de l'ouverture de la fente.

## 4 Applications

### A En général

Son dans l'air : 340 Hz  $\lambda = 1$  m. 440 Hz  $\lambda = 78$  cm

Piliers, colonnes, fenêtres, portes, ... provoquent de la diffraction et nous permettent d'entendre des sons dont nous ne voyons pas les sources.

La longueur d'onde du son est proche du mètre, ce qui est la taille caractéristique d'une porte. Il y a donc diffraction. Les ondes arrivant à la porte sont peut-être planes, elles deviennent circulaires après la porte.

Rmq sur les écrans au bord des autoroutes.

### B Écholocation

Expliquer pourquoi le sonar emploie des ultrasons.

Pourquoi des sons de basses fréquences se prêtent-ils mal à l'écholocation ? (justifier)

## C Haut-parleurs

Les haut-parleurs de qualité sont souvent décomposés en au moins deux parties : un haut-parleur pour les basses et un haut-parleur pour les aiguës.

Si la partie pour les basses peut être proche du sol, la partie pour les aiguës doit être placée en hauteur. Les sons graves seront diffractés. Mais les sons aigus le seront beaucoup moins. Pour qu'ils soient diffusés, on place les "tweeters" en hauteur.

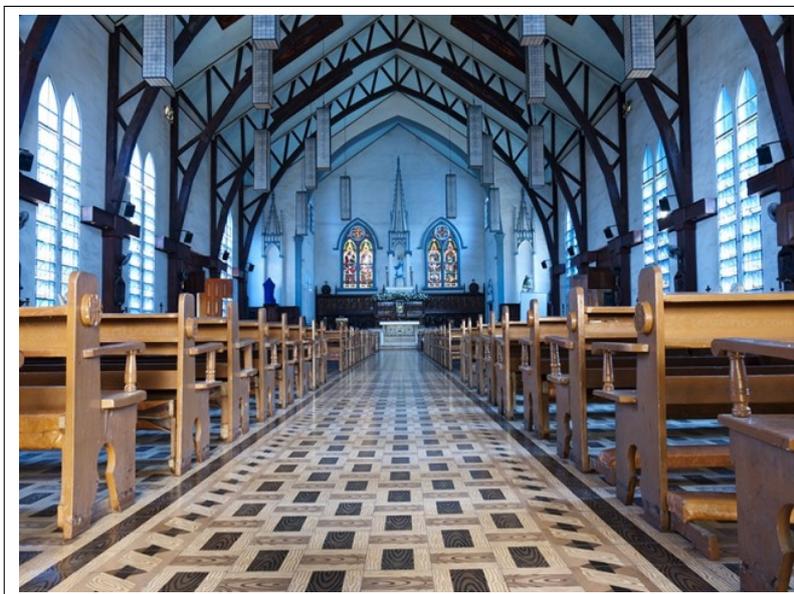


FIGURE 65.10 – Diffraction du son et placement des haut-parleurs.

Dans les lieux publics où on désire diffuser du son, les haut-parleurs sont dès lors disposés en hauteur.

## 5 Exercices

1. Quelle est la fréquence minimum qu'un sonar peut utiliser pour détecter des poissons de 10 cm? (Justifier)
2. Quelles sont les fréquences qu'un radar (ondes radios) peut utiliser pour détecter des voitures de 2 m de large? (Justifier)
3. Une chauve-souris émet des ultrasons de fréquence 50 KHz. Peut-elle détecter un insecte de 7 mm de long? (Justifier)



# Chapitre 66

## Superposition et battements des ondes

### Sommaire

---

1	Approche et énoncé du principe . . . . .	<b>522</b>
	A    Observations . . . . .	522
	B    Deux types de situations aboutissant à une superposition . . . . .	522
	C    Énoncé du principe . . . . .	522
2	Première approche mathématique de la superposition . . . . .	<b>523</b>
	A    Le phénomène de battement . . . . .	523
	B    Cas général . . . . .	526
	C    Applications . . . . .	526
3	Exercices . . . . .	<b>526</b>

---

## Introduction

Nous n'avons, jusqu'à présent, traité que des problèmes avec une seule source d'onde.

Pourtant, déjà lors de l'étude de la réflexion des ondes, nous avons pu constater que les ondes incidentes et les ondes réfléchies interagissaient.

Nous allons donc dans ce chapitre et dans quelques chapitres suivants considérer des situations où plusieurs ondes interagissent, soit qu'elles proviennent de sources différentes soit qu'elles proviennent d'une même source mais par des chemins différents.

Dans ce chapitre, notre première approche de la superposition se fera via l'étude du phénomène des battements.

## 1 Approche et énoncé du principe

### A Observations

#### a) Cuve à ondes

Si on produit des ondes pendant un court instant aux deux extrémités d'une cuve à ondes, les ondes se croisent puis continuent leur trajet.

#### b) Ressort

Si on provoque des ondes de choc transversales de même signe aux deux extrémités d'un long ressort, les deux crêtes progressent l'une vers l'autre, *s'additionnent* lors de leur rencontre pour provoquer une seule crête d'amplitude double, puis se séparent et continuent leur chemin.

De manière plus surprenante, si on provoque des ondes de choc transversales *de signe opposé* aux deux extrémités d'un long ressort, les deux crêtes progressent l'une vers l'autre, *s'annulent* lors de leur rencontre pour provoquer momentanément une crête d'amplitude nulle, puis se séparent et continuent leur chemin.

### B Deux types de situations aboutissant à une superposition

La superposition d'ondes apparaît dans deux types de situations :

1. Soit deux sources distinctes, les ondes issues de ces deux sources se rencontrent en un même point;
2. Soit une source, les ondes issues de cette source connaissent deux destins : certaines se propagent directement jusqu'au point considéré alors que d'autres suivent un chemin différent (par exemple suite à la réflexion sur un ou plusieurs obstacles) pour rejoindre le point où l'on considère la superposition.

### C Énoncé du principe

Ce qui est décrit précédemment est connu sous le nom de *principe de superposition* :

**Principe 6** (Principe de superposition des ondes).

L'élongation  $e_{tot}(t)$  résultante en un point  $p$  donné et à un instant  $t$  donné de la superposition de deux perturbations est la somme algébrique des élongations  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$  en ce point et à cet instant de chacune des deux perturbations :

$$e_{tot}(t) = e_1(t) + e_2(t) \quad (66.1)$$

Les deux perturbations se propagent indépendamment dans leur direction et sens initiaux.

## 2 Première approche mathématique de la superposition

### A Le phénomène de battement

#### a) Expérience

Pour étudier la résonance, nous avons, entre autres, utilisé deux diapasons placés sur leur caisse de résonance.

Plaçons maintenant un cavalier sur une des branches de l'un des diapasons.

Si nous écoutons séparément les notes produites, il est clair que le diapason avec le cavalier ne produit pas la même note que celui sans.

En plaçant un microphone relié à l'oscilloscope devant chacun des diapasons, leur oscillogramme nous permet de confirmer que les fréquences émises sont légèrement différentes.

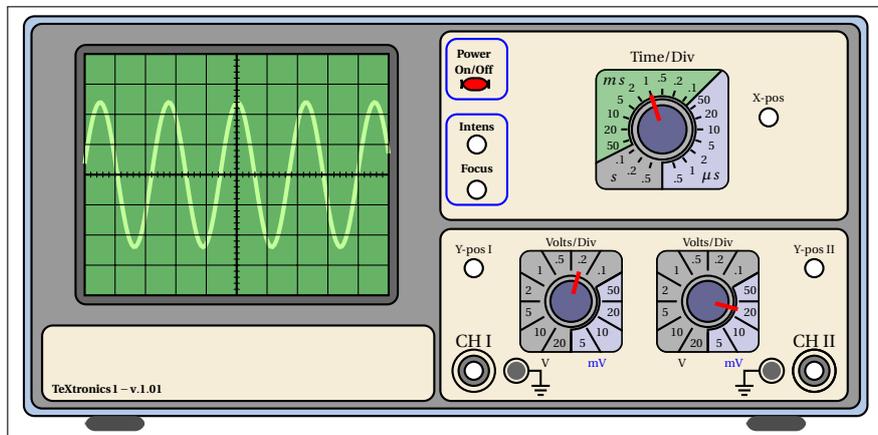


FIGURE 66.1 – Oscillogramme du premier diapason (sans cavalier) :  $f_1 = 440$  Hz.

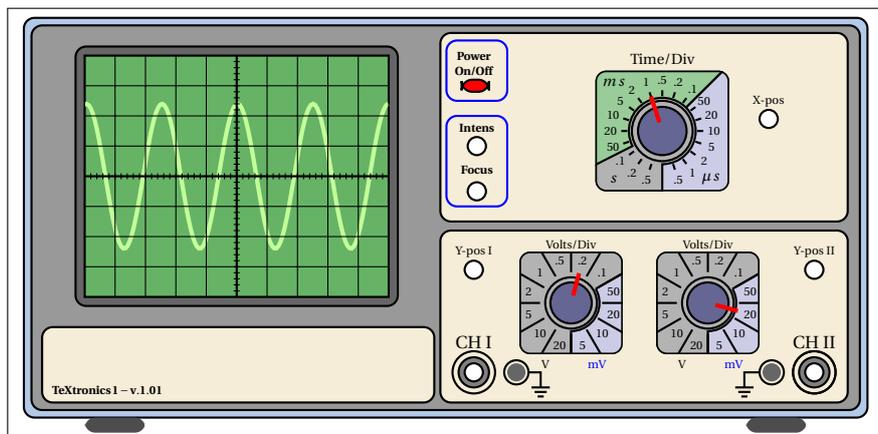


FIGURE 66.2 – Oscillogramme du deuxième diapason (sans cavalier) :  $f_2 = 400$  Hz.

À l'audition, si on fait fonctionner les deux diapasons simultanément, le son produit semble "aller et venir". Le volume augmente et diminue cycliquement. Ceci est visible à l'oscilloscope.

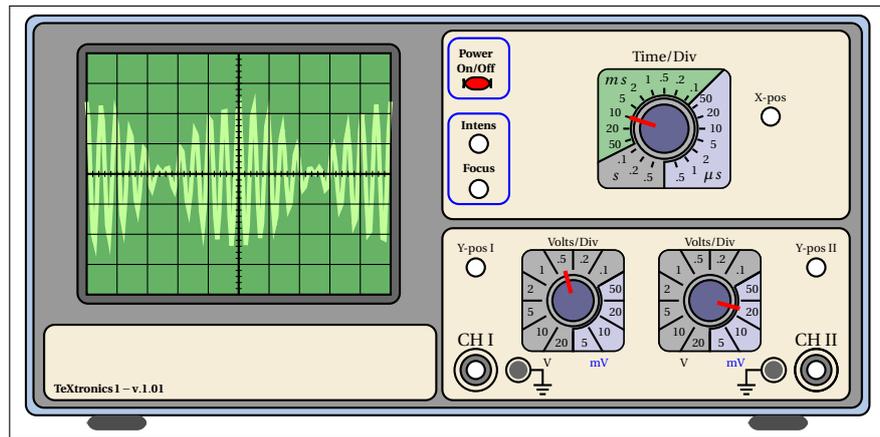


FIGURE 66.3 – Oscillogramme des deux diapasons : battement.

## b) Définition

### Définition 111 (Battement).

Nous appellerons désormais *battement* la variation périodique de l'intensité sonore due à la superposition de deux sons de fréquences proches.

## c) Analyse mathématique

Soient les expressions mathématiques des élongations de deux sources :

$$e_1(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \quad (66.2)$$

$$e_2(t) = A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2) \quad (66.3)$$

Considérons, pour simplifier les calculs, ces ondes comme de mêmes amplitudes et de phases nulles :  $A_1 = A_2 = A$  et  $\phi_1 = \phi_2 = 0$ .

Étudions en un point donné, l'élongation résultant de l'addition des deux élongations précédentes :

$$e(t) = e_1(t) + e_2(t) \quad (66.4)$$

$$= A \sin(\omega_1 t) + A \sin(\omega_2 t) \quad (66.5)$$

$$= A (\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)) \quad (66.6)$$

Rappelons la formule de Simpson adaptée à ce cas :

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \quad (66.7)$$

Dès lors,

$$e(t) = 2A \sin\left(\frac{\omega_1 t + \omega_2 t}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 t - \omega_2 t}{2}\right) \quad (66.8)$$

$$= 2A \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \quad (66.9)$$

$$= 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \quad (66.10)$$

Si on pose :

$$\omega_{\text{moy}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (66.11)$$

$$\omega_{\text{batt}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad (66.12)$$

Où

**Définition 112** (Pulsation de battement).

$$\omega_{\text{batt}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$$

est la pulsation de battement.

et où

**Définition 113** (Pulsation moyenne).

$$\omega_{\text{moy}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

est la pulsation moyenne.

Alors

$$e(t) = 2A \cos \omega_{\text{batt}} t \cdot \sin \omega_{\text{moy}} t \quad (66.13)$$

*Remarque 22* (Pulsation de battement).

Si les pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont proches ( $\omega_1 \simeq \omega_2$ ),

alors

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \simeq \omega_1 \quad (66.14)$$

$$\simeq \omega_2 \quad (66.15)$$

$$\text{et} \quad (66.16)$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \simeq 0 \quad (66.17)$$

Dès lors, le terme en sin de l'équation 66.13 p 525 aura presque la même fréquence que celles des sons de départ.

De plus le terme en cos de cette même équation ne variera que très lentement avec le temps. D'autant plus lentement que l'écart des fréquences est petit.

On décide alors de poser  $A'$  comme une amplitude périodique (variant lentement avec le temps) :

$$A' = 2A \cos \omega_{\text{batt}} t \quad (66.18)$$

Et

$$e(t) = A' \sin \omega_{\text{moy}} t \quad (66.19)$$

#### d) Fréquence de battement

Nous souhaitons maintenant déterminer la fréquence des battements. Étudions dès lors  $A' = 2A \cos \omega_{\text{batt}} t$ .

En  $t = 0$ ,  $A' = 2A$ . L'intensité est maximale.

L'intensité est nulle ( $A' = 0$ ) lorsque

$$\cos \omega_{\text{batt}} t = 0 \quad (66.20)$$

$$\Leftrightarrow t = \pm \frac{\pi}{2\omega_{\text{batt}}} \quad (66.21)$$

En  $t = \frac{\pi}{\omega_{\text{batt}}}$ ,  $A' = -2A$  et l'intensité du son est *maximale*.

Il y a donc *DEUX* battements par cycle<sup>1</sup>, chaque fois que

$$\cos \left[ 2\pi \left( \frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right] = \pm 1 \quad (66.22)$$

$$\text{c\`ad en} \quad \pi \frac{f_1 - f_2}{t} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 0 \quad (66.23)$$

$$\text{et en} \quad \pi \frac{f_1 - f_2}{t} = \pi \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{1}{f_1 - f_2} \quad (66.24)$$

D\`es lors, la p\`eriode du battement est :

$$T_{\text{batt}} = \frac{1}{f_1 - f_2} \quad (66.25)$$

Et la fr\`equence du battement  $f_{\text{batt}}$  est :

$$f_{\text{batt}} = \frac{1}{T_{\text{batt}}} \quad (66.26)$$

$$= f_1 - f_2 \quad (66.27)$$

Comme on ne sait pas *à priori* quelle fr\`equence est la plus grande, on consid\`ere ce dernier r\`esultat en valeur absolue et :

**Équation 11** (Fr\`equence du battement).

$$f_{\text{batt}} = |f_1 - f_2| \quad (66.28)$$

## B Cas g\`en\`eral

Si les deux amplitudes  $A_1$  et  $A_2$  ne sont pas \`egales, alors l'amplitude maximale est  $A_{\text{max}} = A_1 + A_2$  et l'amplitude minimale n'est pas nulle mais  $A_{\text{min}} = |A_1 - A_2|$ .

## C Applications

### a) Accorder un instrument de musique

Le battement est produit par un diapason et un instrument de musique d\`esaccord\`e. L'accordeur va alors modifier un "r\`eglage" de l'instrument jusqu'\`a ce que le battement ne soit plus perceptible.

### b) Radar \`a effet Doppler

La diff\`erence de fr\`equence entre les ondes radio utilis\`ees dans le "radar de vitesse" et les ondes r\`efl\`echies par la voiture en mouvement est tr\`es faible. Ici aussi, c'est le battement entre les deux ondes qui sert \`a mesurer la vitesse du v\`ehicule.

## 3 Exercices

1. Voir la figure 66.3 p 524.

# Chapitre 67

## Superposition et modes stationnaires

### Sommaire

---

1	Modes stationnaires dans une corde . . . . .	<b>528</b>
	A      Expérience . . . . .	528
	B      Superposition de deux ondes de même fréquence mais se propageant en sens opposés . . . . .	530
	C      Exemples d'autres modes stationnaires . . . . .	533
2	Célérité . . . . .	<b>535</b>
	A      Dans une corde . . . . .	535
	B      Vitesse du son . . . . .	535
3	Instruments de musique . . . . .	<b>535</b>
	A      Instruments à cordes . . . . .	535
	B      Instruments à vent . . . . .	535
	C      La voix . . . . .	535
4	Exercices . . . . .	<b>535</b>

---

## Introduction

Dans cette deuxième approche de la superposition, nous allons aborder le deuxième grand type de situations où la superposition des ondes peut survenir : celles où une seule source est impliquée mais où les ondes suivent des chemins différents pour parvenir à un même point.

La notion de modes stationnaires est très importante notamment dans la compréhension des instruments de musique.

### 1 Modes stationnaires dans une corde

*Remarque 23* (Modes stationnaires : corde, ressort, ...).

Le phénomène décrit ci-après peut aussi s'observer dans un grand ressort, une chaîne ou encore le tablier d'un pont.

#### A Expérience

##### a) Dispositif

Fixons à ses deux extrémités, une corde tendue. À une extrémité, on produit des ondes sinusoïdales entretenues.

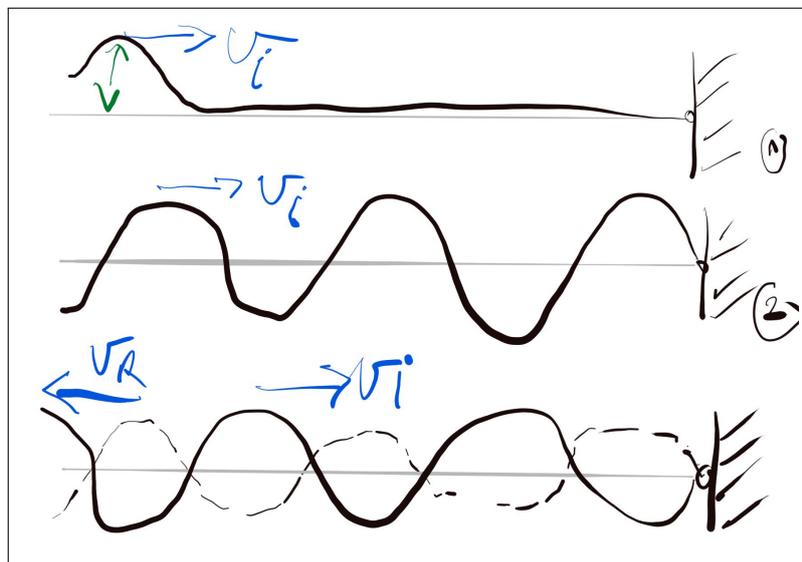


FIGURE 67.1 – Schéma du montage pour produire des modes stationnaires.

##### b) Réflexion de l'onde

L'onde part de la source vers l'autre extrémité puis semble revenir vers la source. En fait l'onde est réfléchie.

L'onde incidente et l'onde réfléchie se superposent sur toute la longueur de la corde.

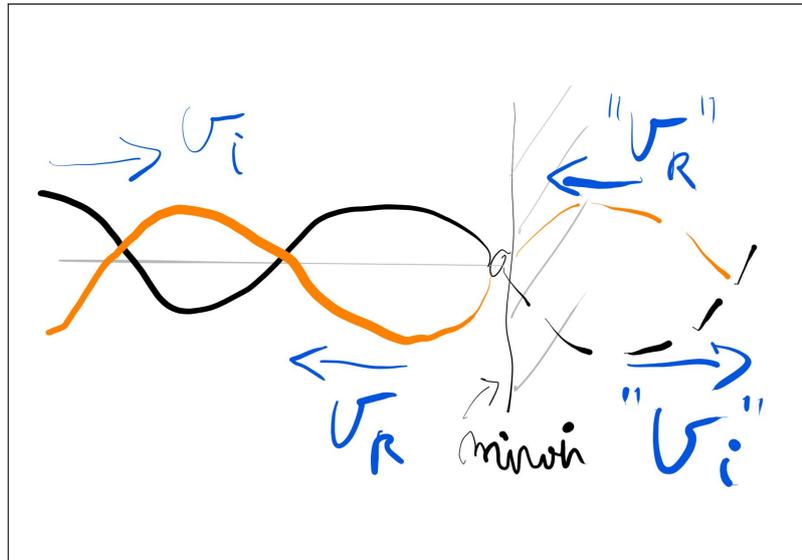


FIGURE 67.2 – Réflexions d'onde dans une corde.

### c) Modes stationnaires

À certaines fréquences de la source, les oscillations ne semblent plus se propager dans la corde.

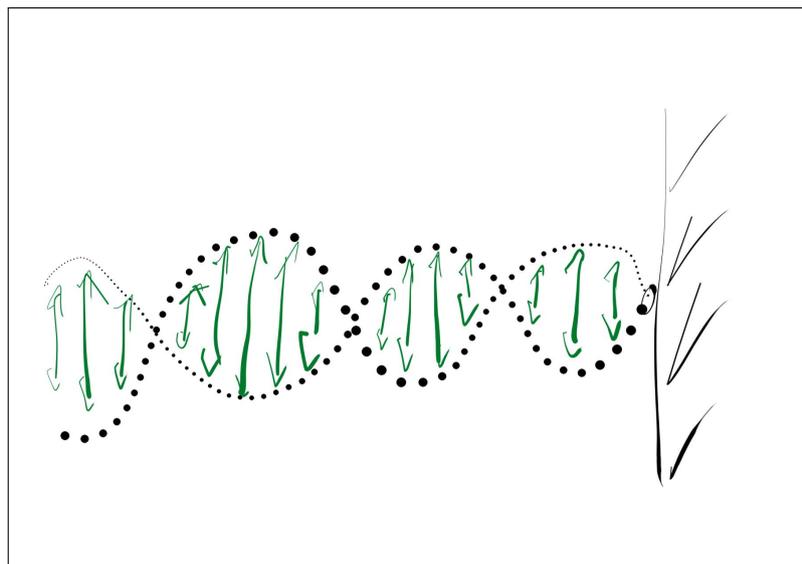


FIGURE 67.3 – Modes stationnaires dans une corde.

Résumons ici les observations et définissons au passage de nouveaux concepts :

- Lorsque des oscillations s'installent dans un milieu mais ne semblent plus se propager dans ce milieu, on appelle ce type d'oscillations des *modes stationnaires*.
- Tous les points du ressort vibrent à la même fréquence. Mais chaque point du ressort vibre avec une *amplitude* propre, différente de l'amplitude des points immédiatement voisins.
- Certains points ont une amplitude *nulle*; ces points seront désormais appelés les *noœuds*.
- À mi-distance entre deux noœuds successifs, des points ont une amplitude maximale; ces points seront désormais appelés les *ventres* de vibration (ou d'oscillation).
- Les modes stationnaires n'apparaissent que pour certaines fréquences. Plus on monte dans ces fréquences, plus le nombre de noœuds augmente.
- Le segment de corde compris entre deux noœuds sera désormais appelé un *fuseau*.
- Tous les points d'un même fuseau sont en *concordance* de phase.

- Les points de deux fuseaux voisins sont en *opposition* de phase.
- L'amplitude des ventres est plus grande que celle de la source.

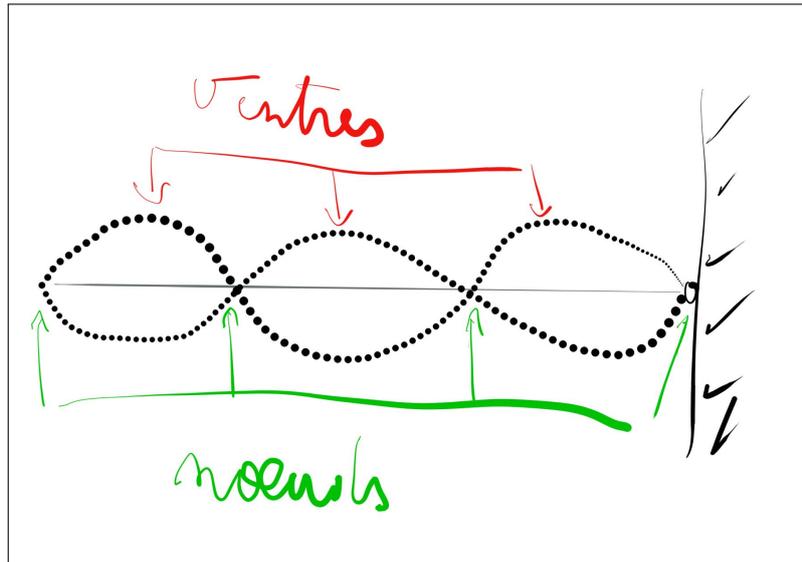


FIGURE 67.4 – Nœuds, ventres et fuseaux dans les modes stationnaires.

## B Superposition de deux ondes de même fréquence mais se propageant en sens opposés

### a) Construction graphique

Imaginons ici observer deux ondes de même fréquence, de même direction mais se propageant en sens opposés.

Ceci correspond bien à ce qui est observé dans la corde : L'onde issue de la source "croise" sa réflexion.

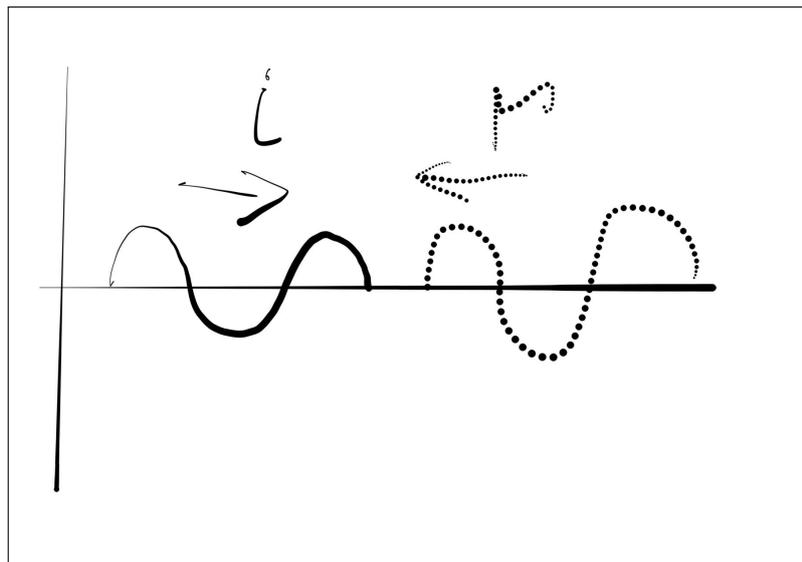


FIGURE 67.5 – Ondes de même fréquence se propageant en sens opposés.

Les deux ondes (*i* pour incidente) et (*r* pour réfléchie) sont de même amplitude, de même fréquence, et se propagent avec la même vitesse dans la même direction mais en sens opposés : *i* vers la droite, *r* vers la gauche.

N'observons qu'un segment dont la longueur vaut deux longueurs d'ondes  $\lambda$ . Imaginons que les ondes se prolongent largement au-delà des deux côtés du segment observé ici.

Fixons comme  $t_0$ , l'instant où les deux ondes se confondent exactement sur notre segment. Alors les crêtes se superposent, les creux se superposent. Les deux ondes vont s'additionner.

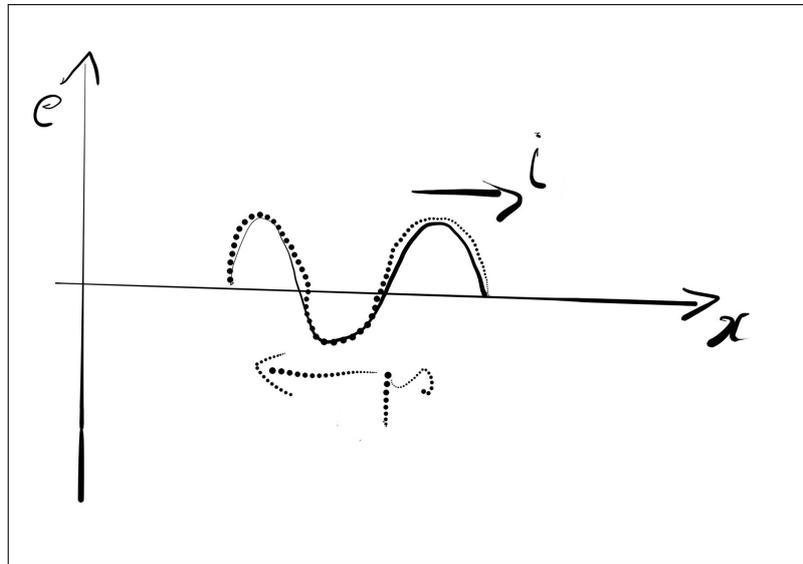


FIGURE 67.6 –  $t_0$  : les deux ondes s'additionnent.

Considérons maintenant comment les ondes s'additionnent tous les huitièmes de période après  $t_0$ . Tous les huitièmes de période chaque onde avance d'un huitième de longueur d'onde mais en sens opposés.

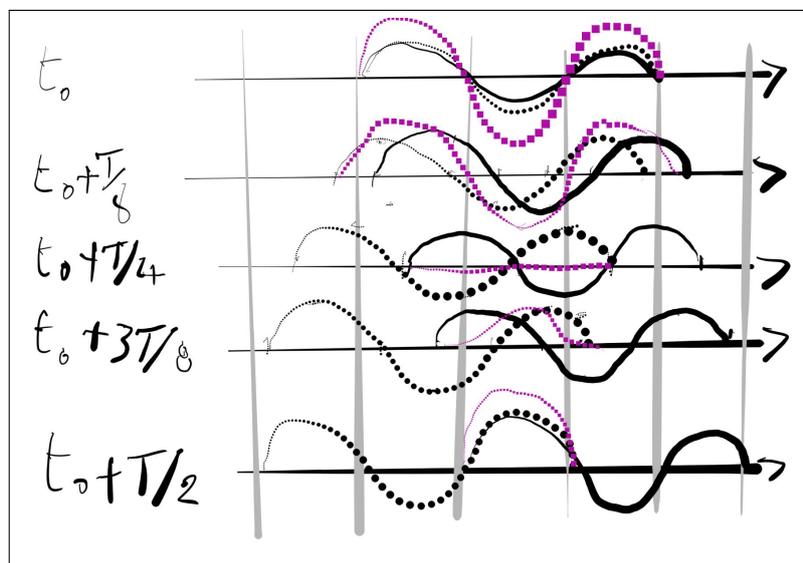


FIGURE 67.7 – Composition des deux ondes tous les  $\frac{T}{8}$ .

Nous retrouvons ici différents points observés précédemment :

- apparition de nœuds distants entre eux d'une demi-longueur d'onde  $\frac{\lambda}{2}$  ;
- apparition de ventres distants entre eux d'une demi-longueur d'onde  $\frac{\lambda}{2}$  ;
- distance entre un nœud et un ventre successifs égale à un quart de longueur d'onde  $\frac{\lambda}{4}$  ;
- tous les points d'un même fuseau sont en concordance de phase ; les points de deux fuseaux immédiatement voisins sont en opposition de phase.

### b) Analyse de la construction précédente

Si la construction graphique précédente confirmait certaines observations, elle ne nous a pas permis de répondre à certaines questions. Répondons ici à ces questions :

#### 1. Pourquoi les modes stationnaires n'apparaissent-ils qu'à certaines fréquences?

La source comme l'autre extrémité de la corde sont fixes (ou presque). Dès lors, seuls des nœuds peuvent y exister.

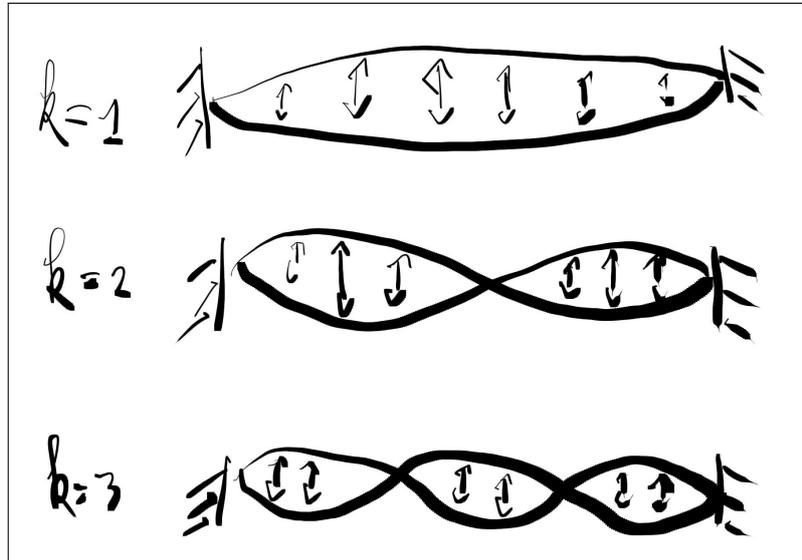


FIGURE 67.8 – Modes stationnaires : les deux extrémités sont des nœuds.

La longueur  $l$  du ressort doit donc être égale à un multiple entier de demi-longueurs d'onde :

$$l = k \frac{\lambda}{2} \quad \text{où } k \in \mathbb{N}_0 \quad (67.1)$$

Ce nombre entier  $k$  est celui du nombre de fuseaux.

Comme la vitesse<sup>1</sup> de propagation de l'onde dans la corde est fixe, seules certaines fréquences produiront des modes stationnaires :

$$f_k = \frac{v}{\lambda} \quad (67.2)$$

$$= \frac{v}{\frac{2l}{k}} \quad (67.3)$$

$$= k \frac{v}{2l} \quad \text{où } k \in \mathbb{N}_0 \quad (67.4)$$

Retenons :

$$f_k = k \frac{v}{2l} \quad \text{où } k \in \mathbb{N}_0 \quad (67.5)$$

où

- $f_k$  sont les fréquences pour lesquelles il y a des modes stationnaires;
- $k$  est le nombre de fuseaux;
- $v$  est la célérité de l'onde dans la corde (en  $\text{m s}^{-1}$ );

1.  $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  : la célérité  $c$  est fonction de la tension  $F$  et de la masse par unité de longueur  $\mu$  de la corde.

- $l$  est la longueur de la corde (en m).

Les fréquences correspondant aux modes stationnaires sont donc fonctions de :

- la longueur  $l$  de la corde,
- la célérité  $v$  de l'onde dans la corde
- et du nombre  $k$  de fuseaux.

## 2. Pourquoi l'amplitude des nœuds est-elle bien plus grande que $2A$ ?

Il n'y a pas qu'une seule réflexion à l'extrémité de la corde. L'onde se réfléchit certes une première fois à l'extrémité mais l'onde réfléchi est elle-même réfléchi quand elle revient à la source. Cette troisième onde va elle-même aller se réfléchir à l'extrémité...

Ces nombreuses réflexions aboutissent à de nombreuses ondes qui vont s'additionner.

Finalement l'amplitude des ventres est très grande par rapport à l'amplitude de l'onde initiale.

*Remarque 24 (Pont de Tacoma).*

Même si le pont de Tacoma est souvent cité lorsqu'on aborde le phénomène de résonance, les énormes déformations du tablier du pont étaient plutôt dues à des modes stationnaires qui se sont installés dans la longueur du pont.

## C Exemples d'autres modes stationnaires

### a) Spaghetti

Fixons l'extrémité d'un spaghetti à un vibreur. Si on fait varier la fréquence de vibration, alors, pour certaines fréquences, on verra apparaître des fuseaux.

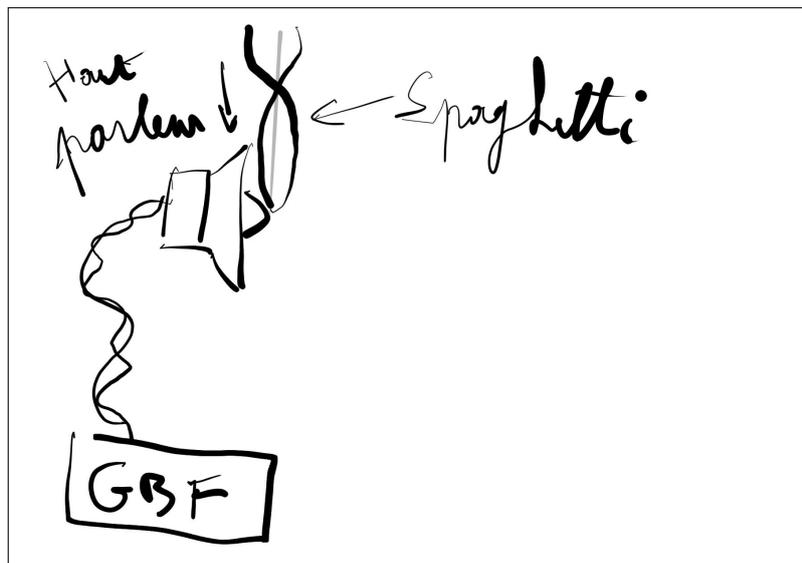


FIGURE 67.9 – Modes stationnaires dans un spaghetti.

Une grosse différence par rapport au traitement précédent est qu'une des extrémités est libre. Si la partie fixée au vibreur est un nœud, la partie libre est un ventre!

On observe des fuseaux et un demi-fuseau!

Le nombre de fuseaux est un *demi-entier* ( $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ ).

### b) Corde ou ressort avec extrémité libre

Engendrons à nouveau des oscillations dans une corde (ou un ressort) depuis une source mais en limitant maintenant très peu les mouvements de l'autre extrémité : celle-ci peut-être reliée à une barre perpendiculaire par un anneau.

Ici aussi à certaines fréquences, des fuseaux apparaissent et un "demi-fuseau" se forme à l'extrémité "libre". L'extrémité est aussi un ventre.

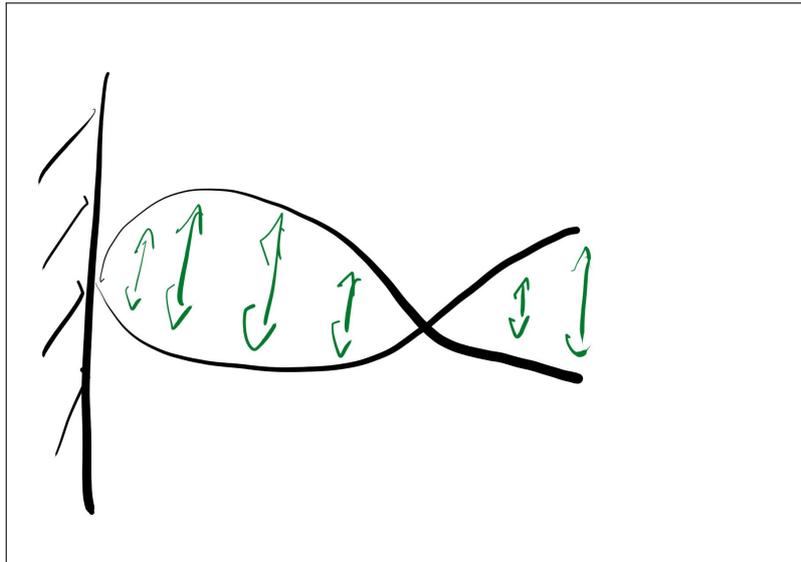


FIGURE 67.10 – Modes stationnaires dans une corde avec une extrémité libre.

(i) **Analyse mathématique**

Analysons maintenant cette nouvelle situation.

Comme pour le cas des deux extrémités fixes, seules certaines longueurs d'ondes correspondent à des modes stationnaires.

Examinons, dans la figure ci-dessous, les trois premiers modes.

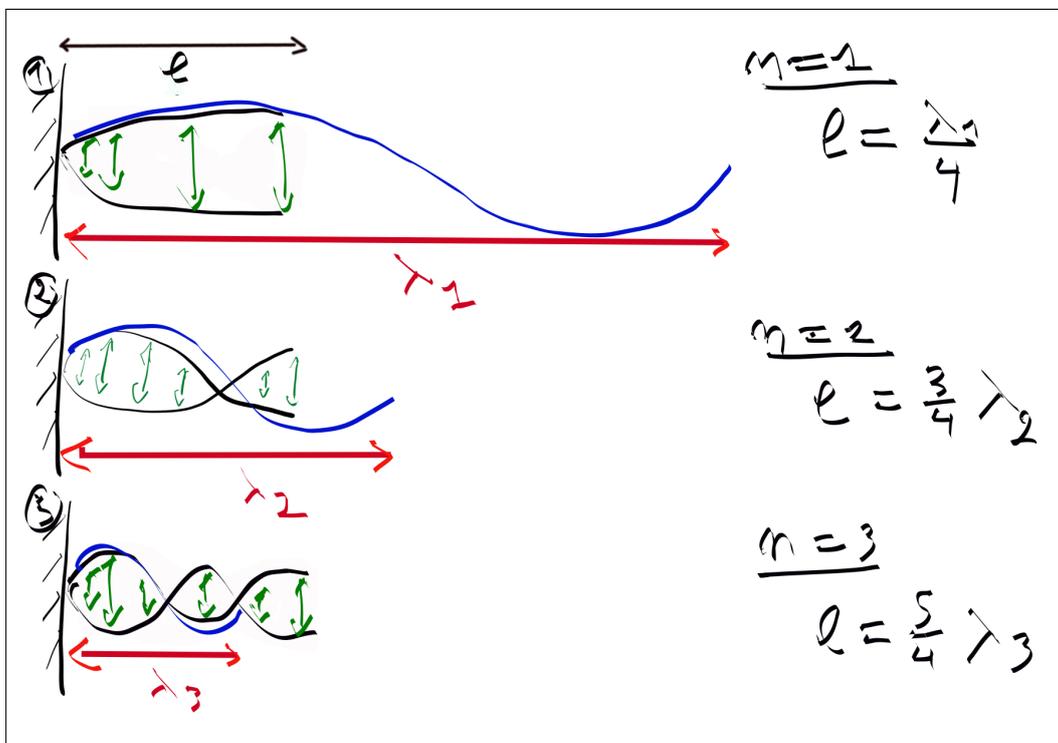


FIGURE 67.11 – Analyse des modes stationnaires avec une extrémité libre.

Il est clair que pour le mode "n", la relation entre la longueur  $l$  de la corde et la longueur d'onde

$\lambda_n$  de ce mode est donnée par l'expression suivante :

$$l = (2n - 1) \frac{\lambda_n}{4} \quad (67.6)$$

Dès lors, il est possible de déterminer les fréquences correspondant à des modes stationnaires selon la longueur de la corde, la célérité des ondes dans la corde et le mode :

$$l = (2n - 1) \frac{\lambda_n}{4} \quad (67.7)$$

$$\iff \lambda_n = \frac{4}{2n - 1} l \quad (67.8)$$

$$\text{avec } v = f_n \cdot \lambda_n \quad (67.9)$$

$$\iff f_n = \frac{v}{\lambda_n} \quad (67.10)$$

$$= \frac{v}{\frac{4}{2n-1} l} \quad (67.11)$$

$$= \frac{2n - 1}{4} \frac{v}{l} \quad (67.12)$$

Réécrivons cette relation :

$$f_n = \frac{2n - 1}{4} \frac{v}{l} \quad (67.13)$$

### c) Modes stationnaires longitudinaux

Tous les exemples précédents impliquaient des ondes transversales. Les modes stationnaires apparaissent aussi avec des ondes longitudinales.

## 2 Célérité

Si la célérité de l'onde nous a permis de déterminer les fréquences pour lesquelles des modes stationnaires apparaissent, la détermination expérimentale de ces fréquences permet de calculer la célérité des ondes dans un milieu.

### A Dans une corde

### B Vitesse du son

## 3 Instruments de musique

### A Instruments à cordes

### B Instruments à vent

### C La voix

## 4 Exercices



# Chapitre 68

## Superposition des ondes et interférences

### Sommaire

---

1	Première expérience et définition . . . . .	<b>538</b>
2	Caractéristiques des interférences avec la cuve à ondes . . . . .	<b>538</b>
	A      Dispositif expérimental . . . . .	538
	B      Observations . . . . .	539
	C      Analyse . . . . .	539
	D      Figure d'interférence . . . . .	545
3	Développement mathématique . . . . .	<b>545</b>
4	Exercices . . . . .	<b>546</b>

---

## Introduction

Nous venons d'envisager deux grandes classes de situations où la superposition d'ondes a lieu :

- avec deux sources de fréquences différentes,
- avec une source et de la réflexion.

Nous allons ici étudier une dernière grande classe de phénomènes de superposition : la superposition d'ondes de même fréquence issues de sources différentes.

Nous nous concentrerons sur des sources d'ondes circulaires.

## 1 Première expérience et définition

Deux haut-parleurs sont connectés à un générateur de signal. La note "La" fondamentale est émise. Le générateur produit en effet une tension sinusoïdale à 440 Hz.

Les haut-parleurs sont écartés de 80 cm.

Un élève se déplace parallèlement à la droite passant par les haut-parleurs.

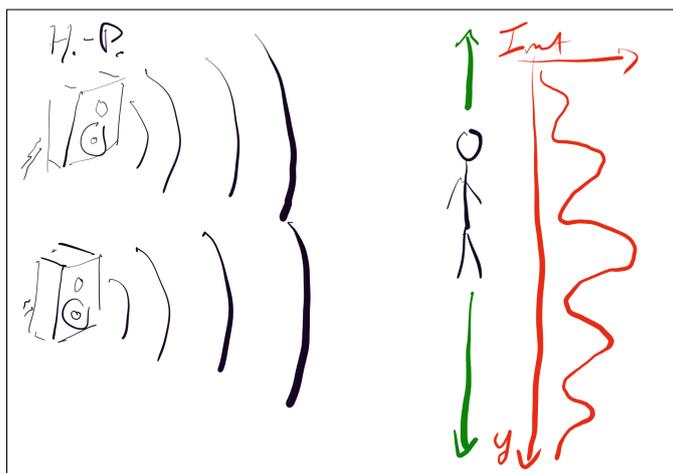


FIGURE 68.1 – Un élève se déplace parallèlement devant les haut-parleurs.

Le long de son trajet, l'élève va percevoir un son alternativement intense puis faible puis fort

...

### Définition 114.

La superposition d'ondes de même fréquence issues de deux sources distinctes sera désormais nommée *interférences* d'ondes.

## 2 Caractéristiques des interférences avec la cuve à ondes

### A Dispositif expérimental

Utilisons la cuve à ondes, deux pointes reliées au même vibreur sont écartées de quelques centimètres. La fréquence du vibreur est d'approximativement 1 Hz.

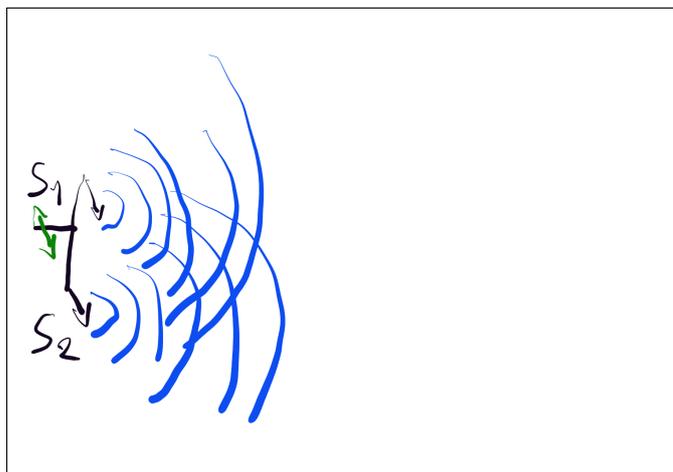


FIGURE 68.2 – Cuve à ondes avec deux points reliés au même vibreur.

Les deux points sont les sources  $S_1$  et  $S_2$  d'ondes circulaires de même vitesse  $v$ , de même fréquence, de même amplitude et en concordance de phase.

## B Observations

Les deux ondes s'éloignent des sources  $S_1$  et  $S_2$ . Elles se superposent. Depuis la zone aux alentours de  $S_1$  et  $S_2$  s'étendent des "courbes" où la surface de l'eau n'est pas en vibration.

**Définition 115** (Lignes de repos).

Nous appellerons *lignes de repos* (ou lignes nodales) ces "lignes" où l'eau est immobile dans le cadre de phénomènes d'interférences.

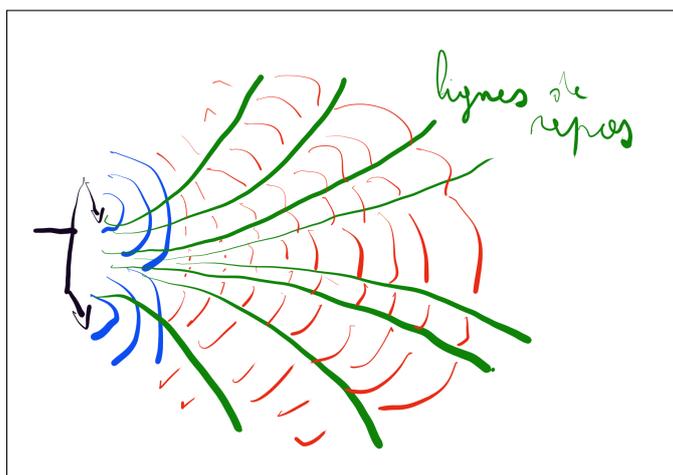


FIGURE 68.3 – Interférences : lignes de repos.

Si la fréquence du vibreur et/ou la distance entre les sources augmentent, alors le nombre de lignes de repos augmente.

## C Analyse

Pour comprendre ces observations, considérons la superposition des deux ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$  en tout point  $P$  du plan de la surface de l'eau.

Nous le savons, sur la droite reliant une des sources et le point  $P$ , le profil de l'onde circulaire issue de cette source est celui d'une fonction sinus.

Soit

- $d_1$  la distance entre  $S_1$  et  $P$ ,
- $d_2$  la distance entre  $S_2$  et  $P$ .

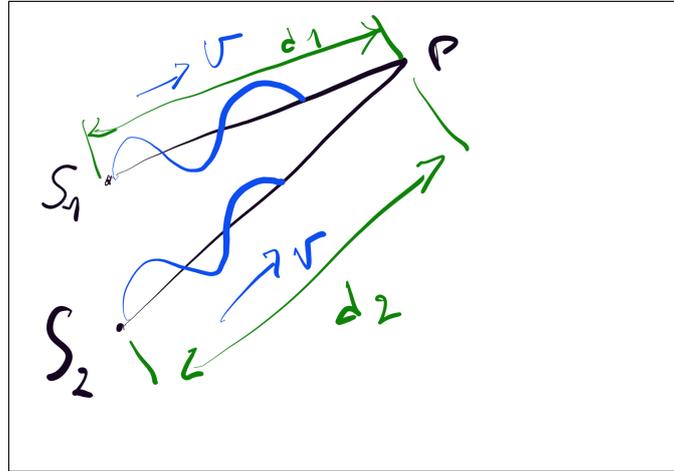


FIGURE 68.4 – Interférences en  $P$  des ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$ .

Après un temps  $t_1$ , l'onde venant de  $S_1$  atteint le point  $P$  :  $t_1 = \frac{d_1}{v}$ .

De même, après un temps  $t_2$ , l'onde venant de  $S_2$  atteint le point  $P$  :  $t_2 = \frac{d_2}{v}$ .

Pour simplifier les calculs<sup>1</sup>, considérons la distance  $d_2$  comme toujours supérieure ou égale à  $d_1$ .

Alors le retard  $\Delta t$  de la deuxième onde par rapport à la première sera :

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad (68.1)$$

$$= \frac{d_2}{v} - \frac{d_1}{v} \quad (68.2)$$

$$= \frac{d_2 - d_1}{v} \quad (68.3)$$

Il y a différents cas de retard  $\Delta t$  à étudier pour comprendre les observations :

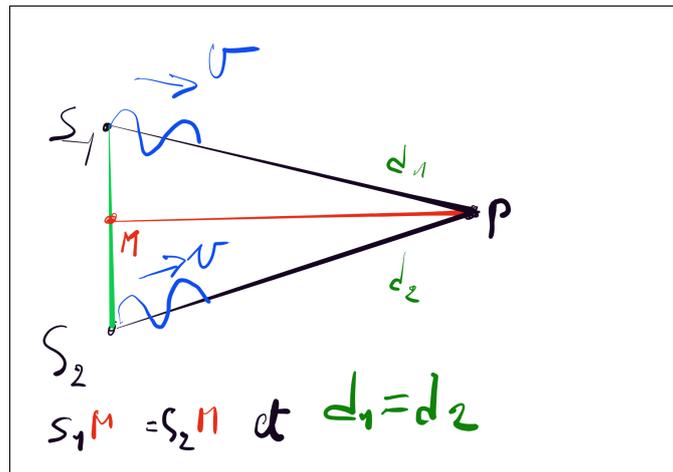
- $\Delta t = 0$ ;
- $\Delta t = kT$  où  $k \in \mathbb{N}_0$ ;
- $\Delta t = (2k + 1) \frac{T}{2}$ ;
- $\Delta t$  est quelconque.

#### a) Retard nul

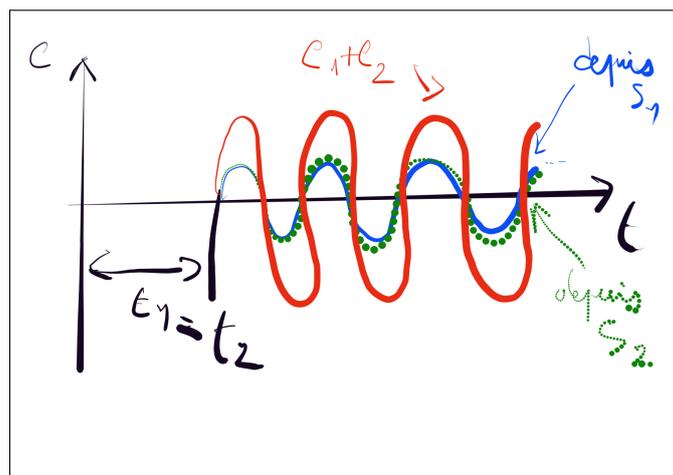
$$\Delta t = 0 \iff d_1 = d_2 \quad (68.4)$$

Alors  $P$  est situé sur la médiatrice du segment  $S_1 S_2$ .

1. Les autres cas où  $d_1 > d_2$  se déduisent par symétrie.

FIGURE 68.5 –  $\Delta t = 0$ ,  $P$  sur la médiatrice de  $S_1 S_2$ .

Les ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$  arrivent simultanément en  $P$  puisque  $t_1 = t_2$ . Les ondes sont donc en concordance de phase et leur superposition aboutit à une onde de même fréquence, de même vitesse, en concordance de phase avec les ondes originelles mais d' *amplitude double*  $2A$  par rapport aux ondes de départ.

FIGURE 68.6 –  $\Delta t = 0$ , amplitude double en  $P$ .

En  $P$ , l' *interférence* est *constructive*.

Ceci est vrai pour tout point situé sur la médiatrice de  $S_1 S_2$ . L'amplitude  $2A$  des vibrations y est bien double des amplitudes  $A$  aux sources.

### (i) Lieu des points

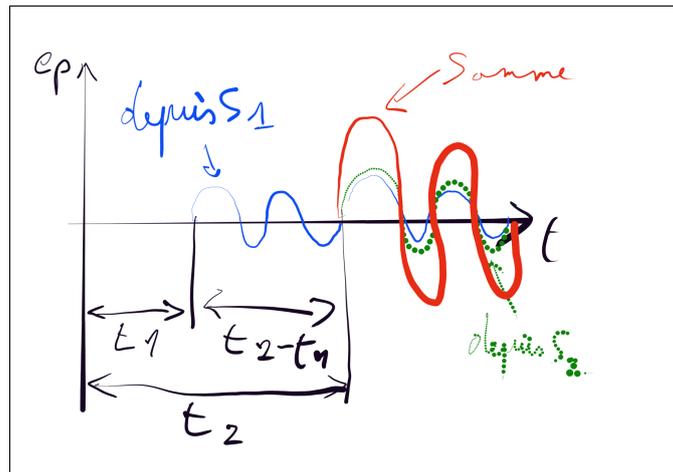
**Définition 116** (La médiatrice comme ligne de tempête).

La médiatrice de  $S_1 S_2$  est une *ligne de tempête*<sup>a</sup>.

<sup>a</sup>. On dit aussi *ligne ventrale*.

### b) Le retard est un nombre entier de périodes

Choisissons maintenant un point  $P$  tel que le décalage  $\Delta t$  entre les deux ondes issues respectivement de  $S_1$  et  $S_2$  soit de deux périodes  $T$  (on aurait pu choisir une fois  $T$  ou trois  $T$ , ou quatre  $T$ , ou ...):  $\Delta t = 2T$

FIGURE 68.7 –  $\Delta t = 2T$ , amplitude double en  $P$ .

L'onde issue de  $S_2$  arrive au point  $P$  en temps  $t_2$  après l'onde issue de  $S_1$ .

Considérons le graphique de l'élongation  $e_P(t)$  en  $P$  en fonction du temps  $t$  après un temps  $t_2$  :

- Il y a, comme dans le cas précédent, superposition des vibrations en concordance de phase. Il y a aussi interférence constructive.
- L'amplitude en  $P$  est aussi de  $2A$ .

### (i) Lieu des points

Le lieu des points où  $\Delta t = 2T$  peut être déterminé comme suit :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Si} & \Delta t = 2T \\
 \text{Alors} & \frac{d_2 - d_1}{v} = 2T \\
 \iff & d_2 - d_1 = 2Tv \\
 & = 2\lambda
 \end{array}$$

Le même raisonnement peut être appliqué pour tout nombre entier  $k$ .

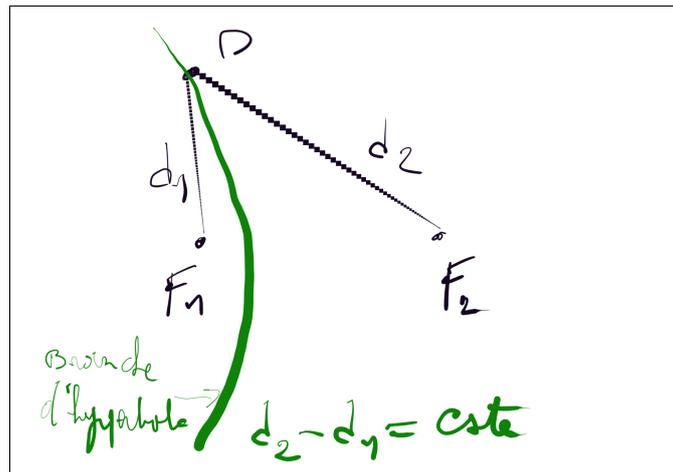
$$d_2 - d_1 = k\lambda \quad \text{où } k \in \mathbb{Z} \quad (68.5)$$

Les points tels que  $d_2 - d_1 = 2\lambda$  (pour revenir à notre exemple) forment une courbe. Les courbes définies comme telles sont des hyperboles. Les hyperboles sont les lieux des points dont la *différence* des distances à deux points fixes (les foyers de l'hyperbole, ici  $S_1$  et  $S_2$ ) est une constante.

**Définition 117** (Hyperbole comme lieu de points).

Une hyperbole est le lieu des points  $P$  dont la *différence* des distances aux foyers  $F_1$  et  $F_2$  est une constante.

$$PF_1 - PF_2 = \text{cste.} \quad (68.6)$$

FIGURE 68.8 – Une hyperbole :  $PF_1 - PF_2 = \text{cste.}$ 

Cette hyperbole telle que  $PF_1 - PF_2 = 3\lambda$  est aussi une ligne de tempête. (Il en serait de même pour :  $PF_1 - PF_2 = \lambda$ ,  $PF_1 - PF_2 = 2\lambda$ ,  $PF_1 - PF_2 = 17\lambda$ ,  $PF_1 - PF_2 = -3\lambda$ , ...)

**Définition 118** (Différence de marche).

La différence  $d_2 - d_1$  est nommée *différence de marche*.

**(ii) En général**

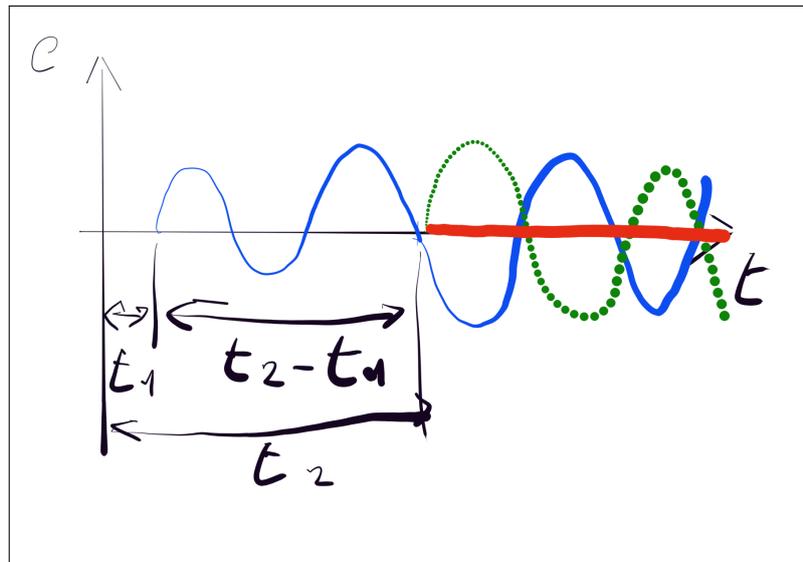
Les lignes de tempêtes se trouveront sur des courbes définies par

$$d_2 - d_1 = k\lambda \quad \text{où } k \in \mathbb{Z} \quad (68.7)$$

- La différence de marche pour des lignes de tempêtes sera donc toujours un nombre entier de longueur d'ondes.
- Pour toute valeur de  $k$ , il y aura une ligne de tempête.
- En tout point  $P$  d'une ligne de tempête :
  - il y a interférence constructive;
  - les vibrations issues respectivement de  $S_1$  et  $S_2$  seront en concordance de phase;
  - l'amplitude de la vibration en  $P$  sera de  $2A$ .

**c) Le retard est un nombre impair de demi-périodes**

Choisissons maintenant un point  $P$  tel que le décalage  $\Delta t$  entre les deux ondes issues respectivement de  $S_1$  et  $S_2$  soit de trois demi-périodes  $T$  (on aurait pu choisir une demi fois  $T$  ou cinq demi  $T$ , ou sept demi  $T$ , ou ...):  $\Delta t = \frac{3}{2}T$

FIGURE 68.9 –  $\Delta t = \frac{3}{2}T$ , amplitude nulle en  $P$ .

L'onde issue de  $S_2$  arrive au point  $P$  en un temps  $t_2$  après l'onde issue de  $S_1$ .

Considérons le graphique de l'élongation  $e_P(t)$  en  $P$  en fonction du temps  $t$  après un temps  $t_2$  :

- Ici, il y a superposition des vibrations en opposition de phase.
- Il y a interférence *destructive*.
- L'amplitude en  $P$  est aussi de 0.

### (i) Lieu des points

Le lieu des points où  $\Delta t = \frac{3}{2}T$  peut être déterminé comme suit :

Si	$\Delta t = \frac{3}{2}T$
Alors	$\frac{d_2 - d_1}{v} = \frac{3}{2}T$
$\iff$	$d_2 - d_1 = \frac{3}{2}Tv$
	$= \frac{3}{2}\lambda$

Le même raisonnement peut être appliqué pour tout nombre entier impair  $2k + 1$ .

$$d_2 - d_1 = \frac{2k+1}{2}\lambda \quad \text{où } k \in \mathbb{Z} \quad (68.8)$$

Les points tels que  $d_2 - d_1 = \frac{3}{2}\lambda$  (pour revenir à notre exemple) forment une courbe. Ces courbes sont aussi des hyperboles.

Cette hyperbole telle que  $PF_1 - PF_2 = \frac{3}{2}\lambda$  est aussi une ligne de tempête. (Il en serait de même pour :  $PF_1 - PF_2 = \frac{1}{2}\lambda$ ,  $PF_1 - PF_2 = \frac{5}{2}\lambda$ ,  $PF_1 - PF_2 = \frac{19}{2}\lambda$ ,  $PF_1 - PF_2 = \frac{-3}{2}\lambda$ , ...)

Ces courbes sont des lignes de repos<sup>2</sup> déjà discutées précédemment.

### (ii) En général

Les lignes de repos se trouveront sur des courbes définies par

$$d_2 - d_1 = \frac{2k+1}{2}\lambda \quad \text{où } k \in \mathbb{Z} \quad (68.9)$$

2. On dira aussi *lignes nodales*.

- La différence de marche pour des lignes de tempête sera donc toujours un nombre impair de demi-longueurs d'ondes.
- Pour toute valeur de  $k$ , il y aura une ligne de repos.
- En tout point  $P$  d'une ligne de repos :
  - il y a interférence destructive;
  - les vibrations issues respectivement de  $S_1$  et  $S_2$  seront en opposition de phase;
  - l'amplitude de la vibration en  $P$  sera de 0.

## D Figure d'interférence

La figure formée par les lignes de tempête et les lignes de repos est nommée *figure d'interférence*.

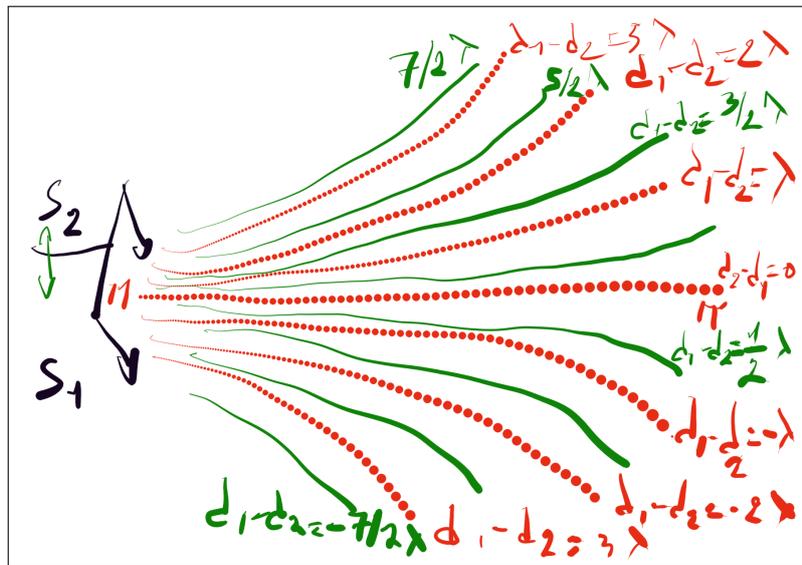


FIGURE 68.10 – Figure d'interférence.

Par convention,

- Les lignes de repos seront représentées par des traits pleins,
- les lignes de tempête par des traits discontinus.

Observons les points suivants :

1. La médiatrice est une ligne de tempête.
2. Les lignes de repos et de tempête se répartissent alternativement et symétriquement autour de la médiatrice.
3. À chacune des lignes correspond une relation entre  $d_2 - d_1$  et  $\lambda$ .

Les lignes d'interférences ne s'observent *que* s'il y a un phénomène ondulatoire.

Elles nous permettront donc de savoir si un phénomène est lié à une onde ou pas.

La figure d'interférence nous permettra donc :

- De savoir si un phénomène est ondulatoire ou pas.
- De calculer la longueur d'onde et, si la fréquence est connue, la vitesse de l'onde et réciproquement.

## 3 Développement mathématique

La vibration résultante en tout point  $P$  de la surface de l'eau est la somme des vibrations  $e_1$  et  $e_2$  issues respectivement de  $S_1$  et de  $S_2$  atteignant  $P$ .

Développons  $e_1$  et  $e_2$  et sommons les :

$$e_1(t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) \quad (68.10)$$

$$e_2(t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \quad (68.11)$$

$$\text{Or : } \sin p + \sin q = 2 \sin \frac{(p+q)}{2} \cdot \cos \frac{(p-q)}{2} \quad (68.12)$$

$$\text{Donc } e_P(t) = e_1(t) + e_2(t) \quad (68.13)$$

$$= A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) + A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \quad (68.14)$$

$$= 2A \sin \frac{2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) + 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right)}{2} \cdot \cos \frac{2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) - 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right)}{2} \quad (68.15)$$

$$= 2A \cos \pi \left( \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right) \cdot \sin \left[ \frac{2\pi t}{T} - \left( \frac{d_1 + d_2}{\lambda} \right) \right] \quad (68.16)$$

Il apparaît donc :

- que la vibration au point  $P$  est harmonique en le temps ;
- a la même fréquence que les sources ;
- a une amplitude  $A_P$  qui est variable selon la position car dépendante en la différence de marche.

$$A_P = \left| 2A \cos \pi \left( \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right) \right| \quad (68.17)$$

## 4 Exercices

1. Sur la figure ci-dessous, sont indiqués les sources  $S_1$  et  $S_2$ . Cette figure représente des états de vibration à un instant  $t$  donné. Les traits pleins représentent les crêtes des ondes, les traits discontinus les creux.
  - (a) Quelle est la longueur d'onde des ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$  ?
  - (b) Construire la figure d'interférence. Pour ce faire :
    - Indiquez la médiatrice de  $S_1 S_2$ .
    - Tracez en rouge les lignes de tempête, en vert les lignes de repos.
  - (c) Choisissez un point  $P$  sur une des lignes de tempête.
    - Mesurez  $d_1$  et  $d_2$ .
    - Déterminez  $\lambda$  par la relation appropriée.
    - Vérifiez que cette valeur est en accord avec celle calculée précédemment.
  - (d) Répétez le point précédent avec une ligne de repos.
  - (e) Quelle est la distance minimale entre deux lignes de tempête sur le segment  $S_1 S_2$ .
  - (f) Idem entre deux lignes de repos.
2. Justifiez les relations identifiant les lignes de repos et de tempête à partir de l'amplitude  $A_P$  au point  $P$  trouvée dans le développement mathématique.

# Chapitre 69

## Les fentes de Young

### Sommaire

---

1	Principe de superposition et interférences	548	
	A	Principe de superposition	549
	B	Interférences d'ondes circulaires	549
2	Interférences et lumière	551	
	A	Expérience	551
	B	Interprétation	552
	C	Conclusion	552

---

## Introduction

Dans le chapitre concernant les ondes électromagnétiques nous avons affirmé que la lumière visible était une onde électromagnétique. Pourtant nous n'avons apporté aucune preuve de cette affirmation. C'est ce que nous allons faire ici.

Historiquement, jusqu'au début du XIX<sup>e</sup> siècle, le poids intellectuel de Newton faisait plutôt accepter le point de vue selon lequel la lumière était constituée de particules. Les trajectoires en ligne droite des rayons lumineux rappelaient les trajectoires de projectiles très rapides.

Le débat faisait rage avec les partisans du modèle ondulatoire de la lumière. Dès le XVII<sup>e</sup> siècle, Huyghens et d'autres défendaient ce point de vue. Pour chaque expérience réalisée par les membres d'un groupe et "prouvant" leur point de vue, l'autre groupe trouvait une explication tout aussi satisfaisante.

C'est l'expérience des fentes de Young qui a permis de trancher.

## 1 Principe de superposition et interférences

Nous n'avons, jusqu'à présent, travaillé qu'avec des sources uniques d'onde (quelle que soit l'onde d'ailleurs). Nous allons discuter ici des phénomènes observables avec 2 (ou plusieurs) sources d'onde.

Si les deux sources sont à des fréquences très légèrement décalées, on parle de battement. C'est ce phénomène qui est utilisé avec les diapasons pour accorder un instrument de musique.

Lorsque nous avons parlé du timbre d'un instrument de musique, nous avons discuté d'addition d'ondes dont la fréquence est un multiple d'une fréquence de base.

Nous allons ici étudier l'addition d'ondes de même fréquence mais dont les sources sont relativement proches l'une de l'autre en comparaison avec leur longueur d'onde.

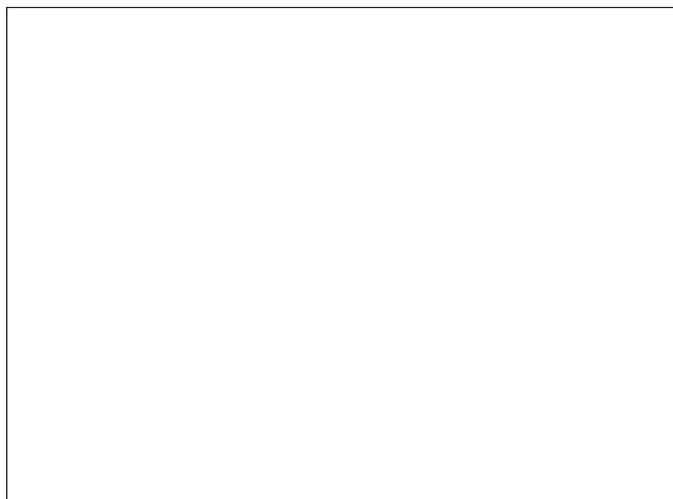


FIGURE 69.1 – Deux sources d'ondes circulaires.

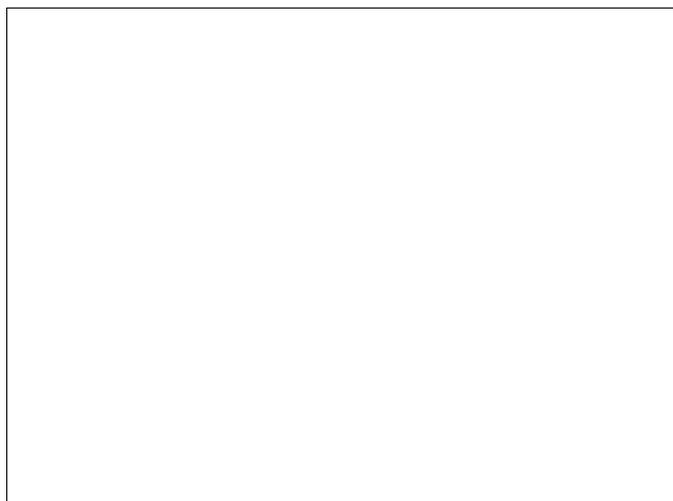


FIGURE 69.2 – Deux sources d’ondes circulaires : interférences.

La superposition de deux ondes de ce type s’appelle dans ce cas “*interférence*”.

## A Principe de superposition

Si nous provoquons, dans la cuve à ondes, des ondes planes et des ondes circulaires de même fréquence, leur croisement provoque des ondes d’amplitudes doubles :

Deux crêtes qui se rencontrent produisent une crête deux fois plus haute,  
deux creux qui se superposent créent un creux deux fois plus profond,  
une crête et un creux qui se rencontrent correspondent à une élongation nulle.

Nous énoncerons ainsi ce principe connu sous le nom de "principe de superposition" : "À tout instant, l'élongation résultante de la superposition de deux ondes est la somme de des élongations des deux ondes".

## B Interférences d’ondes circulaires

Si 2 pointes sont connectées au vibreur de la cuve à ondes puis plongées à la surface de l’eau, chaque pointe est source d’ondes circulaires. Ces ondes sont de même fréquence, se propagent à la même vitesse et sont donc de même longueur d’onde.

Les ondes se superposent et interfèrent. Des ondes s’éloignent des sources  $S_1$  et  $S_2$ . Des couloirs se forment avec des vagues entre des zones où l’eau est immobile.

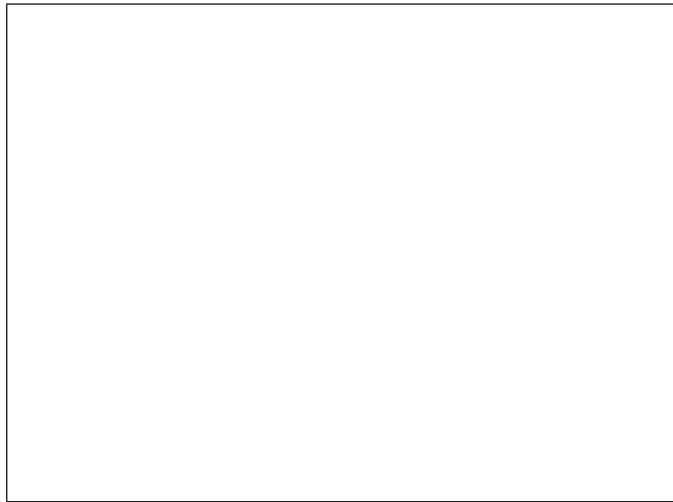


FIGURE 69.3 – Deux sources d’ondes circulaires : lignes.

Ces lignes courbes où l’eau est immobile sont nommées lignes de repos.

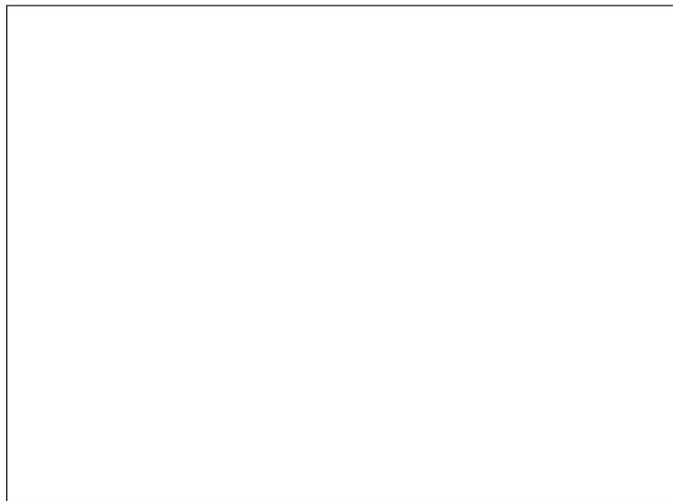


FIGURE 69.4 – Deux sources d’ondes circulaires : lignes de repos.

Utilisons le principe de superposition pour comprendre cette observation.

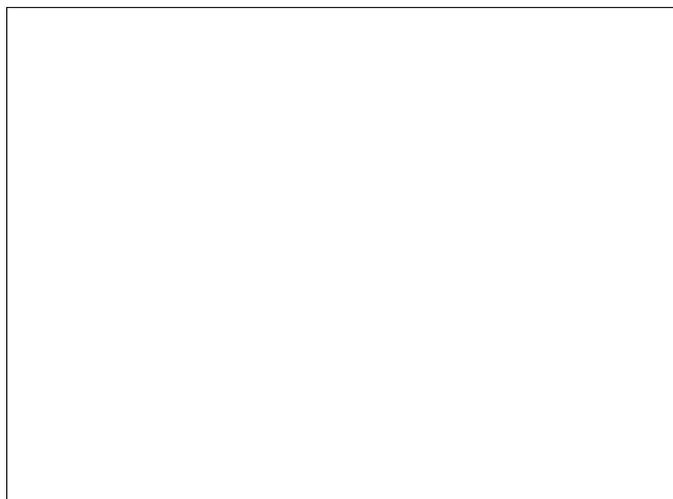


FIGURE 69.5 – Deux sources d’ondes circulaires : superposition.

Sur cette figure, les traits pleins représentent des crêtes et les traits pointillés des creux.

Consignes :

- Utiliser le principe de superposition pour indiquer sur la figure, les points où :
  - L'amplitude sera toujours nulle,
  - l'amplitude sera toujours maximale (en rouge)
- Tracer les lignes de repos.

## 2 Interférences et lumière

### A Expérience

Expérience réalisée par Young vers 1800

Utilisation moderne avec un laser : une seule lg d'onde (fq.),...

Soit deux fentes parallèles très rapprochées et très étroites. Si le laser éclaire ces fentes, elles deviennent quasiment deux src. ponctuelles. Sur un écran, nous pouvons observer le résultat.

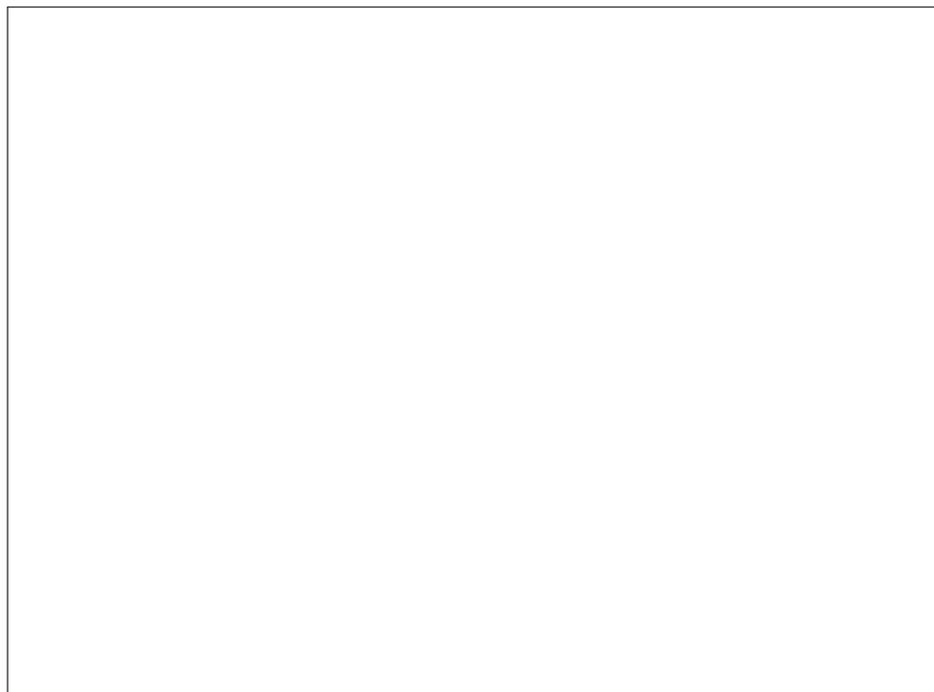


FIGURE 69.6 – Expérience de Young : schéma.

Sur l'écran, nous observons, alignées à l'horizontale, des taches de lumière alternant avec des taches sombres.



FIGURE 69.7 – Expérience de Young : observation sur l'écran.

## B Interprétation

Selon l'optique telle qu' étudiée jusqu'à présent, la lumière se propage en ligne droite. Nous devrions donc observer 2 taches alignées sur le laser et les fentes.

En fait, ce modèle de l'optique est celui de l'optique corpusculaire. L'expérience ne peut s'expliquer que par le modèle ondulatoire de la lumière.

Les fentes sont suffisamment étroites pour qu'il y ait diffraction. Elles deviennent donc source d'ondes circulaires.

Les taches sombres sont le lieu où les lignes de repos rencontrent l'écran.

De la lumière + de la lumière donne de l'obscurité!

## C Conclusion

L'expérience des fentes de Young est la preuve de la nature ondulatoire de la lumière.

Des lumières de couleurs différentes donneraient des figures d'interférences différemment espacées.

# **Chapitre 70**

## **Les ondes lumineuses**



# Chapitre 71

## Les ondes électromagnétiques

### Sommaire

---

1	Courants oscillants . . . . .	<b>556</b>
	A Production . . . . .	556
	B Tensions et courants sinusoïdaux . . . . .	559
2	Production des ondes électromagnétiques . . . . .	<b>562</b>
	A Transfert d'énergie entre deux circuits électriques . . . . .	562
	B Propagation du champ électromagnétique . . . . .	562
3	Caractéristiques des ondes électromagnétiques . . . . .	<b>562</b>
4	Le spectre électromagnétique . . . . .	<b>563</b>
	A Les ondes HERTZIENNES . . . . .	563
	B LES MICRO-ONDES . . . . .	564
	C RAYONNEMENT INFRAROUGE . . . . .	564
	D LA LUMIERE VISIBLE . . . . .	564
	E LE RAYONNEMENT ULTRAVIOLET . . . . .	564
	F LE RAYONNEMENT X . . . . .	565
	G LE RAYONNEMENT GAMMA . . . . .	565
5	Exercices . . . . .	<b>566</b>
	A Ondes électromagnétiques . . . . .	566
	B Spectre des ondes électromagnétiques . . . . .	566

---

## Introduction

Nous avons étudié, jusqu'à présent, les ondes en mécanique et en particulier les ondes sonores. La vitesse  $v$  et la longueur d'onde  $\lambda$  en étaient des caractéristiques déterminantes.

Nous savons qu'elles peuvent se réfléchir, se diffracter et que leur fréquence peut changer du fait du mouvement relatif de la source et de l'observateur.

L'existence d'ondes électromagnétiques fut prévue par le physicien écossais Maxwell vers 1865. Il prédit aussi leur vitesse dans l'air et dans le vide :  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

C'est un physicien allemand, Hertz, qui réussit à les produire vers 1887. Elles peuvent être produites par des courants de haute tension. Hertz vérifia leurs propriétés parmi lesquelles leur réflexion et leur diffraction.

Nous allons étudier les courants alternatifs, leur production, leurs propriétés et leurs usages dans les moteurs et générateurs électriques.

De là, nous étudierons la production des ondes électromagnétiques, les transferts d'énergie associés et leur propagation.

Finalement, nous aborderons la vaste gamme des différentes ondes électromagnétiques. Cet ensemble est désigné sous le nom de "spectre électromagnétique".

## 1 Courants oscillants

### A Production

#### a) Définitions

Dans la partie de ce cours consacrée à l'électricité (voir [IX p 331](#)), vous avons étudié des courants d'intensité constante. Ce type de courants est appelé "courant continu".

Rien n'empêche cependant de faire varier l'intensité d'un courant électrique au cours du temps.

**Définition 119** (courant périodique).

Un courant électrique est dit *périodique* lorsque son intensité varie au cours du temps et se reproduit périodiquement avec une période  $T$ .

Nous illustrons ici quelques "profils" que peuvent prendre des courants périodiques.

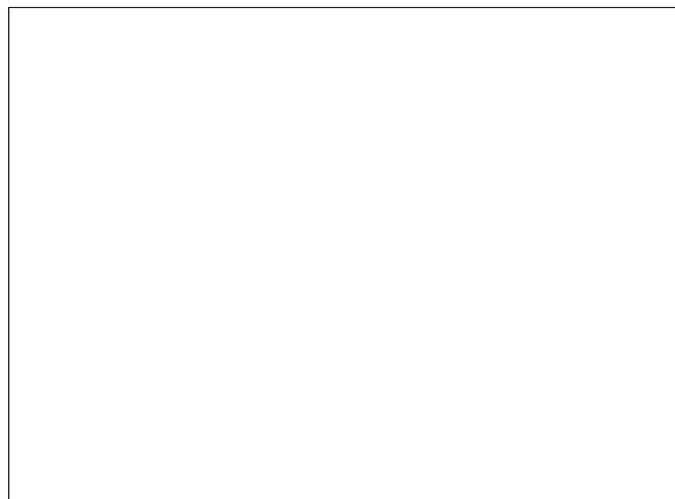


FIGURE 71.1 – Courant périodique 1.



FIGURE 71.2 – Courant périodique : onde rectangulaire.

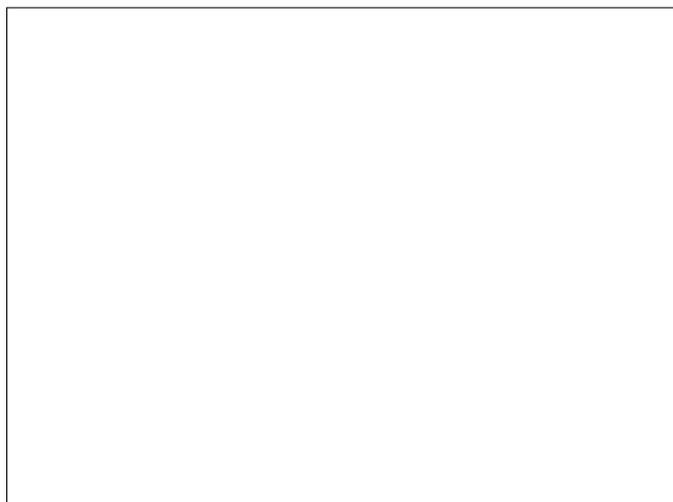


FIGURE 71.3 – Courant périodique : onde triangulaire.

Les différentes gammes de fréquences des courants périodiques correspondent souvent à leurs usages :

- courants industriels (entre autres ceux de nos habitations) :
  - $f = 50\text{ Hz}$  en Europe
  - $f = 60\text{ Hz}$  aux USA
- courants basse fréquence (enregistrement et production de sons) :  $1 \times 10^2\text{ Hz} < f < 1 \times 10^4\text{ Hz}$
- courants haute fréquence (radio, TV) :  $1 \times 10^4\text{ Hz} < f < 1 \times 10^9\text{ Hz}$
- courants hyperfréquence (Transmission de données, micro-ondes) :  $1 \times 10^9\text{ Hz} < f < 1 \times 10^{11}\text{ Hz}$

**Définition 120** (courant alternatif).

Un courant électrique est dit *alternatif* lorsque son intensité varie entre deux valeurs  $+I_{max}$  et  $-I_{max}$  toutes les demi-périodes  $T/2$ .

La moyenne d'un courant alternatif est égale à zéro.

Les deux dernières figures correspondent à cette définition pas la première (càd fig. 71.1 p 556).

**Définition 121** (courant sinusoïdal).

Un courant électrique est dit *sinusoïdal* lorsque son intensité varie au cours du temps en obéissant à l'expression suivante :

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi) \quad (71.1)$$

où

- $i(t)$  est l'intensité du courant électrique (A)
- $I_{\max}$  est l'intensité maximale du courant. C'est l'amplitude du courant. (A)
- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$  est la pulsation ( $\text{rad s}^{-1}$ ),
- $\varphi$  est la constante de phase (rad).

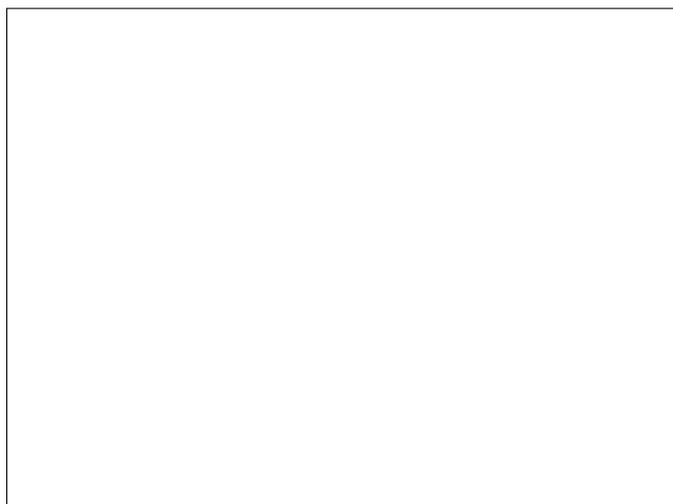


FIGURE 71.4 – Courant périodique : onde sinusoïdale.

Le changement périodique de signe de l'intensité de courant électrique  $e(t)$  correspond à un changement périodique de sens de circulation des charges électriques dans le conducteur considéré.

**b) Rappels sur le champ magnétique**

Voir Ch. [53](#) p [407](#)

**(i) Notion de champ**

Rappel : Un champ, en physique, c'est une manière de décrire l'influence d'un objet ou l'action d'un phénomène dans tout l'espace. (voir [A](#) p [410](#))

**(ii) Vecteur champ magnétique****c) La loi de Faraday**

Si on imprime un mouvement d'aller-retour dans l'axe d'un solénoïde à un barreau aimanté, on peut mesurer une différence de potentiel induite dépendante du temps aux bornes du solénoïde.



FIGURE 71.5 – Courant périodique : loi de Faraday.

Pour créer cette différence de potentiel, il faut une variation du flux magnétique à travers la surface à l'ouverture du solénoïde. Cette différence de potentiel va causer un courant dans le solénoïde. Ce courant est appelé un *courant induit*.

**Loi 33** (Loi de Faraday).

La différence de potentiel induite dans le solénoïde obéit à la relation suivante :

$$U_{\text{induite}} = -\frac{N\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (71.2)$$

où

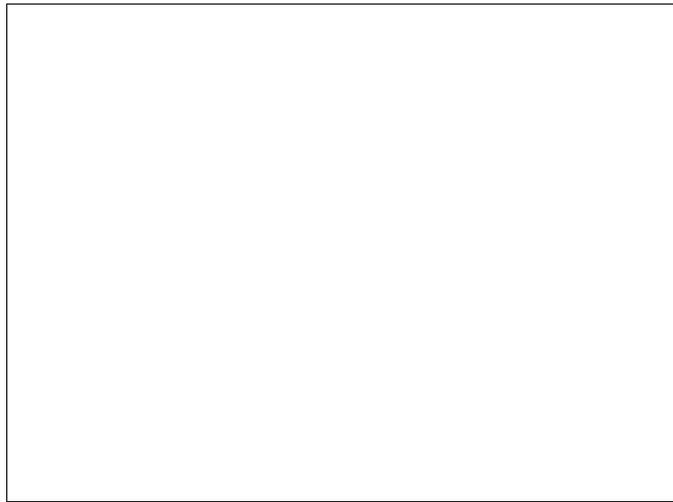
- $N$  est le nombre de spires du solénoïde,
- $\Delta\Phi$  est la variation de flux magnétique,
- $\Delta t$  est la durée pendant laquelle se produit la variation de flux magnétique.

## B Tensions et courants sinusoïdaux

### a) L'alternateur

Soit une spire rectangulaire  $ABCD$  tournant à une vitesse angulaire  $\omega$  autour de son axe horizontal  $XX'$ . La surface de la spire est placée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , perpendiculaire à l'axe  $XX'$ .

$t = 0$  lorsque le plan de la spire est vertical.

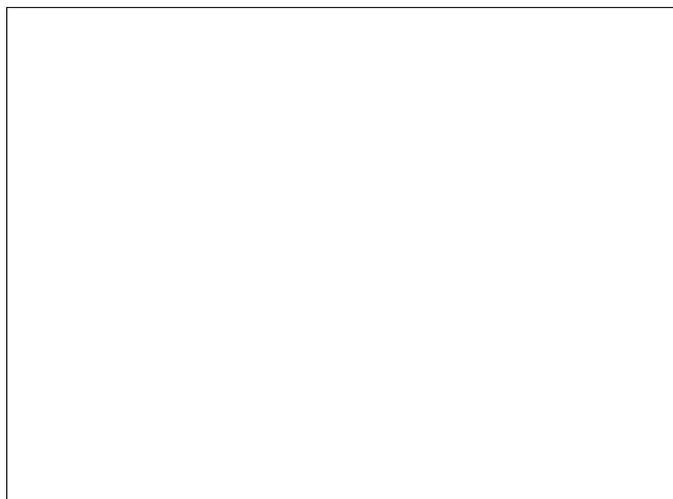
FIGURE 71.6 – L'alternateur :  $t = 0$ .

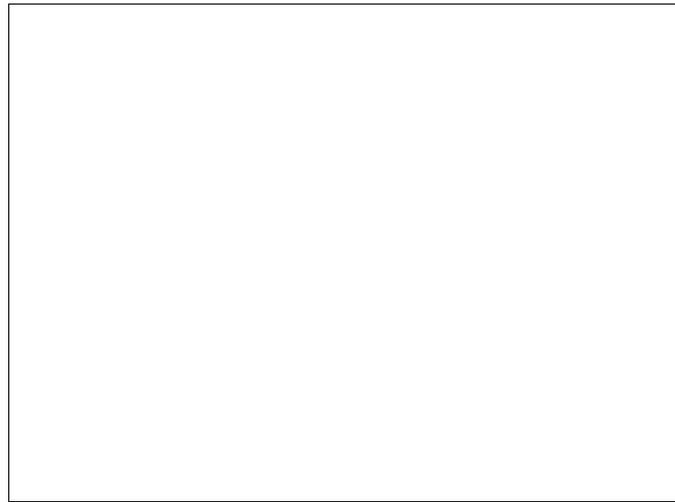
À l'instant  $t$ , la spire a tourné d'un angle  $\alpha = \omega t$ .

Le flux magnétique traversant la spire vaut :

$$\varphi(t) = BS \cos \alpha \tag{71.3}$$

$$= \cos \omega t \tag{71.4}$$

FIGURE 71.7 – L'alternateur :  $t$  quelconque.

FIGURE 71.8 – L'alternateur :  $\varphi(t)$ .

À  $t + \Delta t$ , la spire a continué sa rotation. Le flux aura varié de  $\Delta\varphi$ .

La différence de potentiel induite sera :

$$U_{\text{induite}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (71.5)$$

Cette dernière expression est la différence de potentiel induite moyenne pendant la durée  $\Delta t$ .

La valeur instantanée de la différence de potentiel induite se détermine en passant à la limite pour un  $\Delta t$  infiniment petit :

$$U_{\text{induite}}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (71.6)$$

$$= -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (71.7)$$

$$= -\Phi'(t) \quad (71.8)$$

$$= BS\omega \sin(\omega t) \quad (71.9)$$

**Définition 122** (différence de potentiel sinusoïdale).

Une différence de potentiel est dit *sinusoïdale* lorsque sa valeur varie au cours du temps en obéissant à l'expression suivante :

$$u(t) = U_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi) \quad (71.10)$$

où

- $u(t)$  est la différence de potentiel (V)
- $U_{\text{max}}$  est la différence de potentiel maximale. C'est l'amplitude de la différence de potentiel. (V)
- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$  est la pulsation ( $\text{rad s}^{-1}$ ),
- $\varphi$  est la constante de phase (rad).



FIGURE 71.9 – Différence de potentiel et onde sinusoïdale.

- (i) Exemple
- b) Intensité et différence de potentiel efficaces
  - (i) Intensité efficace
  - (ii) Différence de potentiel efficace

## 2 Production des ondes électromagnétiques

### A Transfert d'énergie entre deux circuits électriques

### B Propagation du champ électromagnétique

- a) Variation du champ magnétique
- b) Variation du champ électrique
- c) Onde électromagnétique
- d) L'expérience de Hertz

## 3 Caractéristiques des ondes électromagnétiques

## 4 Le spectre électromagnétique

La vitesse des ondes électromagnétiques étant connue, celles-ci peuvent se caractériser par leur longueur d'onde  $\lambda$  (ou par leur fréquence, ce qui est équivalent).

L'ensemble des valeurs possibles de  $\lambda$  est appelé le **spectre électromagnétique**.

Le spectre électromagnétique peut être divisé en différentes parties suivant :

- le mode de production de l'onde,
- le mode de détection de l'onde ,
- le domaine privilégié d'applications.

Nous allons parcourir ces différentes zones en donnant la plage de longueur d'onde  $\lambda$  les caractérisant.

### A Les ondes HERTZIENNES

#### a) Les ondes radio

##### (i) Longueur d'onde

- les grandes ondes  $600m < \lambda < 300m$
- les ondes moyennes  $50m < \lambda < 600m$
- les ondes courtes  $10m < \lambda < 50m$

##### (ii) Transmission

Le signal acoustique doit être transformé en signal électrique. Un signal haute fréquence, appelé signal porteur est modulé par le signal à envoyer. Cette modulation sert à modifier l'amplitude ou la fréquence. En amplitude moyenne (AM), c'est l'amplitude du signal porteur qui varie. En modulation de fréquence (FM), c'est la fréquence du signal qui varie. Le signal électrique est alors transformé en onde électromagnétique grâce à l'antenne.

##### (iii) Propagation en fonction de la longueur d'onde

La propagation des ondes électromagnétiques dépend de leur longueur d'onde.

- Les grandes ondes suivent la courbure de la terre et sont reçues loin.
- Les ondes courtes se propagent en ligne droite et ne suivent pas la courbure de la terre. Elles sont limitées et pour entendre une même station émettrice ,il faut des antennes qui vont amplifier et réémettre le signal de départ à différentes fréquences.

#### b) Les ondes de télévision

La fréquence des ondes utilisées est plus élevée en télévision (images), qu'en radio ( son). Ceci est lié à la quantité d'information à transmettre : 25 images/sec càd  $10^7 \text{ informations/sec}$ .

##### (i) Longueur d'onde

- des ondes très courtes VHF  $10m < \lambda < 1m$
- des ondes ultra courtes UHF  $\lambda < 1m$

#### c) Les ondes radar

Des ondes très courtes (pour éviter la diffraction) :

- qui se propagent en ligne droite,
- qui se réfléchissent sur des objets.

**d) Le téléphone mobile**

$$900\text{MHz} < \nu < 1800\text{MHz}$$

**e) Les télécommunications par satellites**

Les satellites reçoivent et réémettent les ondes hertziennes après amplification.

**(i) Le principe**

Une antenne émettrice est placée au foyer d'un réflecteur parabolique. Un faisceau presque parallèle se crée et toute l'énergie part dans une seule direction vers un satellite. Mais il faut que la longueur d'onde soit beaucoup plus petite que le diamètre du réflecteur pour avoir beaucoup d'ondes réfléchies. Si le réflecteur est trop petit, il y aurait trop de diffractions et les ondes ne seraient plus réfléchies.

**B LES MICRO-ONDES**

$$300\text{MHz} < \nu < 300\text{GHz}$$

Dans le four à micro-ondes, la fréquence est de 2,45 GHz. Ces ondes provoquent la vibration et la rotation des molécules d'eau. Et les aliments contiennent beaucoup d'eau. Ces molécules d'eau vibrent et tournent et donc la température s'élève.

**C RAYONNEMENT INFRAROUGE****(i) Propriétés**

- C'est lumière invisible qui transporte de l'énergie thermique.
- Elle permet de faire des photos dans l'obscurité,
- ainsi que l'observation géologique des sols.
- Elle est aussi utilisée pour détecter des pertitions calorifiques dans les habitations.

Les infrarouges peuvent être modulés pour les transport d'infos, dans les télécommandes de TV, les ouvertures automatiques de portes...

**(ii) Applications**

La lumière du soleil chauffe le sol et est absorbée en partie, ce qui est égal à l'échauffement. Le sol chaud devient émetteur du rayonnement infrarouge. Mais la nuit, cette émission d'IR fera perdre au sol sa chaleur. Tandis que le verre des vitres dans les serres de jardins absorbent les IR. Il les réémet dans toutes les directions. Et qui dit toutes les directions, dit aussi vers le sol de la serre qui sera maintenu chaud. C'est l'effet de serre.

**D LA LUMIERE VISIBLE**

Les ondes magnétiques que nous pouvons voir sont des longueurs d'ondes très étroites.

**E LE RAYONNEMENT ULTRAVIOLET****(i) Propriétés**

- Il impressionne une plaque photo plus fort que les autres rayonnements.
- Il transforme la provitamine D en vitamine D et active les synthèses chimiques au niveau de la peau.
- Il a une activité bactéricide.
- Il exerce une action physiologique sur l'épiderme : brûlure de peau, et cancer de la peau.

**F LE RAYONNEMENT X**

Les rayons X peuvent traverser des substances qui absorbent toute lumière visible. Ils sont utilisés en radioscopie, radiographie, dans l'industrie métallurgique, dans les expertises de peintures anciennes.

**G LE RAYONNEMENT GAMMA**

Ce sont des ondes électromagnétiques très courtes. Elles sont énergiques et ont un pouvoir de pénétration dans la matière assez important. Leurs effets biologiques peuvent être néfastes.

## 5 Exercices

### A Ondes électromagnétiques

### B Spectre des ondes électromagnétiques

1. Quelle est la fréquence de votre radio préférée? Déterminez par calcul la longueur d'onde de ses ondes radios.
2. Quelles sont les différences entre la lumière visible et les ondes radios?
  - (a) leurs longueurs d'onde;
  - (b) leurs vitesses dans le vide;
  - (c) leurs fréquences;
  - (d) la nature de leurs vibrations.
3. Quelles sont les gammes de fréquences respectives des rayons X et des rayons UV?
4. Quels sont les noms et les utilisations des ondes radios dont les fréquences sont plus élevées que les ondes UHF?
5. Voici une liste de différentes ondes, quelles sont celles qui ne sont pas des ondes électromagnétiques?
  - (a) ultraviolets;
  - (b) ultrasons;
  - (c) micro-ondes;
  - (d) rayons X;
  - (e) ondes radios;
  - (f) tsunamis;
  - (g) lumière verte;
  - (h) ondes sismiques;
  - (i) infrarouges.
6. Une onde électromagnétique de 10 MHz sert de porteuse à une onde d'origine sonore de  $10^3$  Hz. Quel est le nombre de vibrations de la porteuse pendant une période de l'onde sonore?
7. Pourquoi le polyéthylène n'est-il pas utilisé pour les vitres des serres?
8. Citez un matériau
  - (a) transparent aux rayons X;
  - (b) transparent aux UV;
  - (c) absorbant les UV;
9. À l'arrière des fours à micro-ondes, une petite plaque donne des informations techniques sur ceux-ci. Quelle est la fréquence des fours à micro-ondes?
10. Nous savons que les ondes sonores, lorsqu'elles rencontrent la surface de certains matériaux, peuvent être en partie réfléchies et en partie transmises (souvenez-vous de l'échographie). Citez deux matières qui font de même avec la lumière visible.
11. L'eau, si elle est pure est un matériau que nous considérons comme transparent. Pourquoi, si l'on plonge à 100 m de profondeur, fait-il obscur?

**Douzième partie**  
**Thermodynamique**



# Chapitre 72

## Premier principe

### Sommaire

---

1	De l'énergie mécanique à l'énergie thermique . . . . .	<b>570</b>
	A    Calorimétrie . . . . .	570
	B    Premier principe de la thermodynamique . . . . .	573
	C    Rendement . . . . .	574
2	Changements d'états et énergie . . . . .	<b>575</b>
3	Exercices . . . . .	<b>577</b>

---

## Introduction

Lorsque l'on étudie les relations entre la chaleur et les énergies ont fait de la thermodynamique. Nous allons étudier dans ce chapitre la conservation de l'énergie en thermodynamique. On étudie alors ce qui est connu comme "le premier principe de la thermodynamique".

Nous allons voir que la chaleur est ainsi associée à l'énergie thermique.

Nous connaissons tous des situations où de l'énergie mécanique se transforme en chaleur :

- lorsque nous nous frottons les mains pour les réchauffer en hiver ;
- si nous faisons l'erreur de toucher les freins de notre vélo après une longue descente ;
- si nous commettons une autre erreur en touchant la mèche d'une foreuse après avoir foré du métal ou du béton ;
- lorsque une météore s'embrase et éclaire le ciel nocturne du fait des frottements avec l'atmosphère ;
- ...

Les frottements transforment donc l'énergie mécanique en énergie thermique.

Inversement, nous savons que l'énergie thermique peut être transformée en énergie mécanique. C'est le principe de nombreux moteurs :

- la machine à vapeur,
- le moteur à explosion des véhicules automobiles,
- le panache d'eau d'un geyser,
- ...

Ces situations et bien d'autres sont liées à la conservation de l'énergie et donc au "premier principe de la thermodynamique".

## 1 De l'énergie mécanique à l'énergie thermique

### A Calorimétrie

La calorimétrie est la science associée à la mesure de la chaleur.

#### a) Expérience de Joule

Le physicien britannique James Joule<sup>1</sup> a utilisé un dispositif pour quantifier la transformation de l'énergie mécanique en l'énergie thermique.

---

1. Celui-ci a donné son nom à l'unité d'énergie dans le système "mks".



FIGURE 72.1 – La machine de Joule.

Joule a réalisé avec différentes machines et dispositifs de nombreuses et diverses expériences. Toutes ces expériences aboutissaient à des valeurs proches du résultat "moderne" d'une calorie équivalente à 4,18 J. Comme souvent en sciences, le débat fut houleux. L'accumulation de preuves finit par convaincre la communauté.

Considérons le schéma de cette dernière expérience.

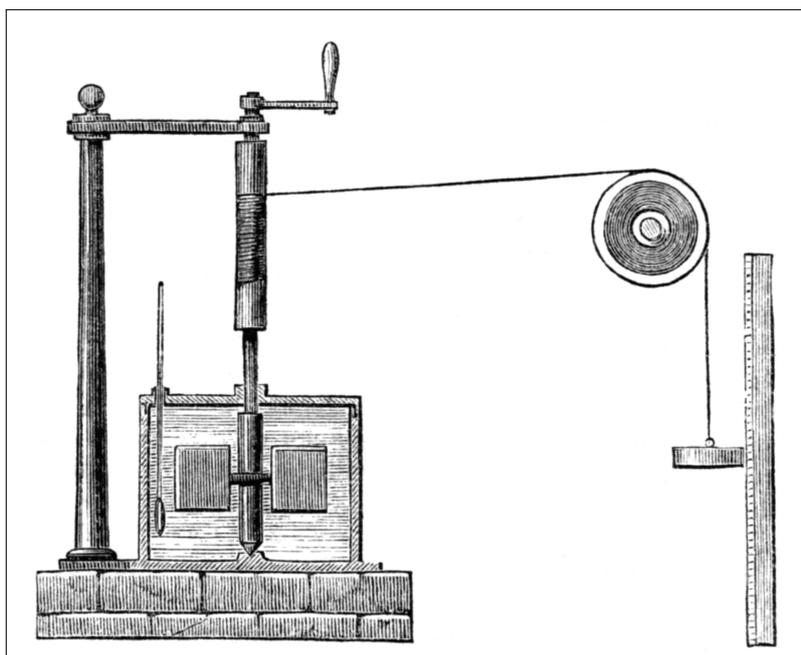


FIGURE 72.2 – Le schéma de principe de l'expérience de Joule.

La masse à droite est fixée à une corde. Cette corde passe par une poulie (supposons la sans frottement). La gravité va faire descendre la masse le long de la règle et on peut donc mesurer la hauteur dont descend cette masse. Le mouvement de la corde entraîne la rotation de l'axe. La rotation de l'axe implique le mouvement des palettes dans l'eau. L'eau est enfermée dans un récipient isolé. Le thermomètre permet de mesurer de température  $\theta$  de l'eau.

Joule constate que l'énergie potentielle de gravité ( $E_{\text{pot.}} = mgh$ ) associée à la chute de la masse est transformée en chaleur et provoque une élévation de température  $\Delta\theta$  de l'eau.

Et surtout, il constate que si la masse est multipliée par deux, l'élévation de température est double. De même si la hauteur de la descente de la masse est changée, l'élévation de température changera dans les mêmes proportions.

Pour chaque expérience, il obtient une relation constante entre l'énergie mécanique et l'élévation de température de l'eau.

Il nommera cette constante *équivalent mécanique de la chaleur*.

Traduite dans les unités "modernes", cette constante exprime qu'il faut 4,18 J d'énergie mécanique pour élever la température un gramme d'eau d'un degré centigrade.

L'énergie mécanique n'est donc pas perdue, elle est transformée en énergie thermique. Cette transformation se manifeste par l'élévation de la température de l'eau.

## b) Équation de la calorimétrie

La relation qui relie l'énergie thermique absorbée par un corps de masse donnée et la variation de température associée est appelée l'équation de la calorimétrie.

**Équation 12** (Équation de la calorimétrie).

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\theta \quad (72.1)$$

où

- $Q$  = l'énergie thermique reçue par la matière chauffée (J),
- $m$  = la masse du corps (kg),
- $\Delta\theta$  = l'élévation de température du corps ( $^{\circ}\text{C}$  ou K),
- $c$  = la chaleur massique du corps ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ).

L'usage est de désigner l'énergie thermique par le symbole  $Q$  mais, en toute rigueur on devrait écrire  $E_{\text{therm}}$ .

La chaleur massique " $c$ " varie selon les substances. La chaleur massique est aussi appelée la *capacité calorifique* massique. On dit souvent simplement *capacité calorifique*.

Voici un tableau reprenant quelques valeurs de " $c$ ", nous renseignons ici  $c$  en ( $\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ) :

Substance	$c$ (kJ kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
<b>Solides métalliques</b>	
Acier inoxydable (type 304)	0,50
<i>Al</i>	0,90
<i>Ag</i>	0,23
<i>Au</i>	0,13
<i>Cu</i>	0,39
<i>Fe</i>	0,47
<i>Pb</i>	0,13
<i>Pt</i>	0,14
<b>Solides non métalliques</b>	
Argile (sèche)	0,92
Bois	1,8
Corps humain (en moyenne)	3,47
Glace (eau, -5 °C)	2,1
Marbre	0,86
Polyamides (Nylon et autres)	1,7
Polyéthylènes	2,3
Polytetrafluoréthylène (Téflons)	1,0
Verre	0,84
<b>Liquides</b>	
Acétone	2,2
Acide sulfurique	1,4
Ammoniaque	4,71
Azote (-200 °C)	1,98
Eau	4,186
Éthanol	2,4
<i>Hg</i>	0,14
Oxygène (-200 °C)	1,65
<b>Gaz</b>	
Air (100 °C)	1,0
<i>Ar</i>	0,52
<i>CH<sub>4</sub></i>	2,2
<i>CO</i>	1,0
<i>H<sub>2</sub></i>	14,2
Vapeur d'eau (110 °C)	2,01

TABLE 72.1 – Table de capacités calorifiques de certaines substances (à  $\approx 0^\circ\text{C}$  sauf exception renseignée).

Source : HECHT, *Physique*, p. 574

## B Premier principe de la thermodynamique

Ce principe est une généralisation d'un principe déjà vu en mécanique, celui de la conservation de l'énergie.

**Principe 7** (Premier principe de la thermodynamique).

*Dans un système isolé, l'énergie totale est constante.*

Ceci peut aussi être formulé un peu autrement :

**Principe 8** (Premier principe de la thermodynamique (2<sup>e</sup> formulation)).

*L'énergie ne peut être ni créée ni détruite. Elle peut être transférée d'un système à une autre et/ou transformée d'une forme à une autre.*

Nous nous concentrerons sur la première formulation.

Un système isolé étant une zone délimitée de l'espace ne pouvant échanger de l'énergie avec l'extérieur et comprenant une quantité fixée de matière.

Il s'agit bien sûr d'une idéalisation mais il est possible de s'en approcher en enfermant nos erlenmeyers dans des boîtes en frigolites ou dans des bouteilles thermos !

Ce que ce principe affirme, c'est que si une partie d'un système isolé perd de l'énergie, une autre partie acquiert une quantité identique d'énergie. La forme d'énergie sera peut-être différente du fait d'une transformation.

## C Rendement

Lors des transformations d'énergies, de l'énergie semble disparaître. En tous cas, l'énergie fournie  $E_{\text{fournie}}$  (celle de la facture d'électricité par ex.) ne semble pas se retrouver en son entièreté dans l'énergie utile  $E_{\text{utile}}$  (celle de la lumière dispensée par la lampe électrique).

Pour traiter ce sujet, il faut discuter du *rendement* des transformations d'énergies.

**Définition 123** (Rendement).

Le *rendement* d'une transformation d'une énergie dans une autre est le rapport  $\eta$  entre l'énergie utile et l'énergie fournie.

$$\eta = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{fournie}}} \quad (72.2)$$

où

- $\eta$  = le rendement, compris entre 0 et 1 (et est souvent exprimé en %),
- $E_{\text{fournie}}$  = l'énergie entrant dans le système (svt. en kJ),
- $E_{\text{utile}}$  = l'énergie sortant du système sous la forme désirée (svt. en kJ).

Les exemples historiques qui ont amenés à l'étude du rendement sont ceux des machines à vapeur. L'énergie fournie est celle résultant de la combustion du charbon et l'énergie utile est le travail mécanique faisant, par exemple, avancer le train.

Le dispositif réalisant la transformation d'énergies sera désigné comme la *machine*.

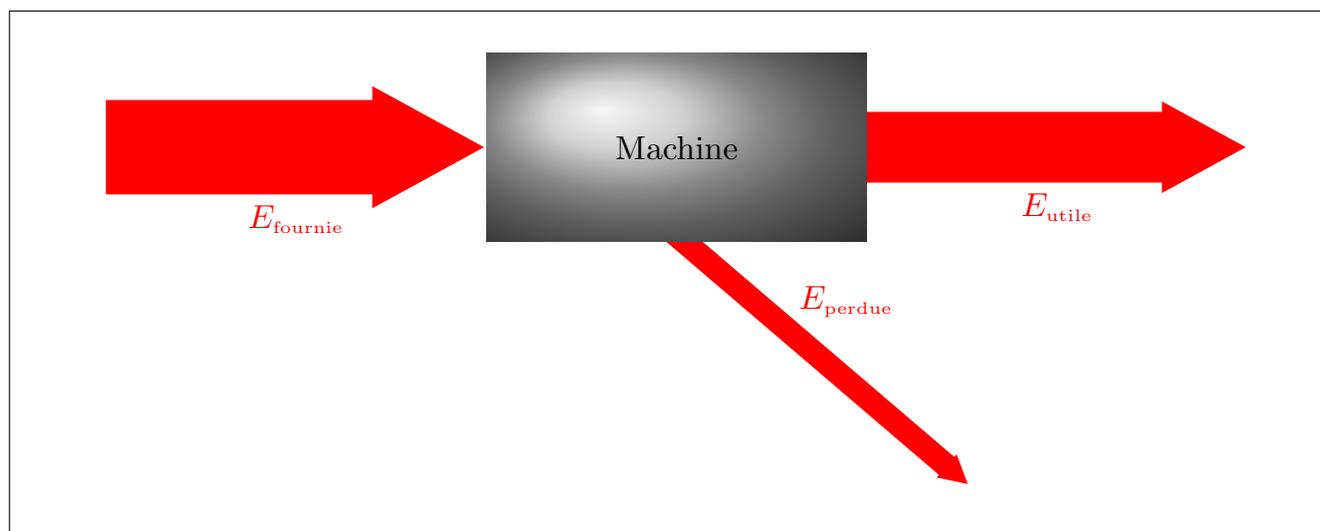


FIGURE 72.3 – Schéma du rendement d'une machine.

Clairement, si l'énergie est conservée et que l'énergie utile est inférieure à l'énergie fournie, c'est que la machine perd de l'énergie. Cette énergie perdue l'est souvent sous forme de chaleur. Les frottements en sont en partie la cause dans les moteurs et les machines où des pièces mécaniques sont en mouvement.

*Exemple 6* (Énergie perdue et rendement dans la première machine de Watt).

La première machine à vapeur construite par Watt (en ± 1770) consommait 90 kg de charbon pour produire 3,6 MJ de travail mécanique utile.

La combustion d'un kg de charbon libère 31 MJ.

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{3,6 \times 10^6}{90 \cdot 31 \times 10^6} \\ &= \frac{3,6}{2790} \\ &\approx 0,0013 \\ &\approx 0,13\%\end{aligned}$$

À titre de comparaison ; le rendement du moteur thermique d'une automobile vaut  $\eta \approx 35\%$ .

## 2 Changements d'états et énergie

Si on chauffe de la glace de manière constante (avec un bec bunsen bien réglé et qui fournit toujours la même quantité de chaleur par exemple) et que l'on mesure la température dans le récipient contenant de la glace, voici le genre de graphique que l'on peut obtenir :

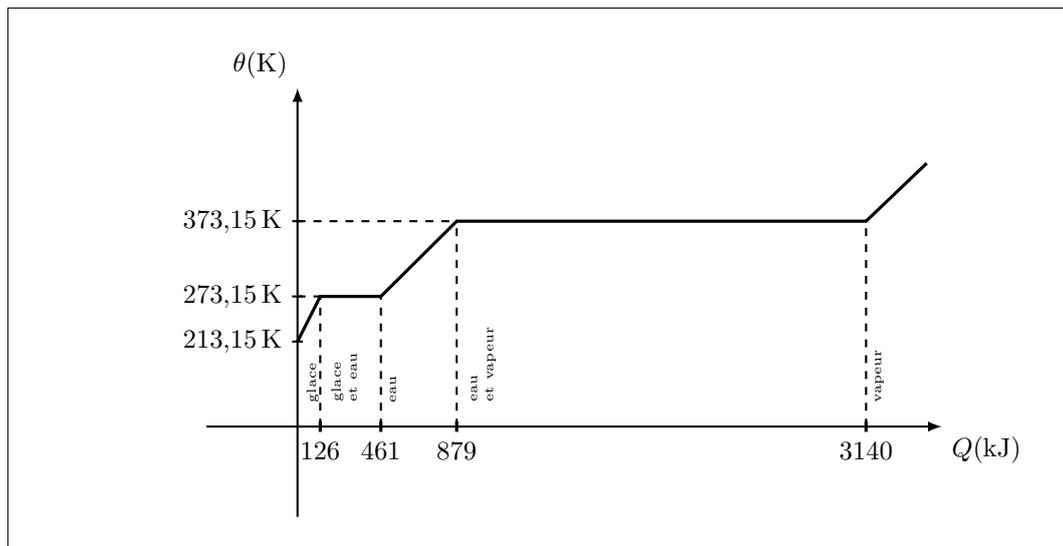


FIGURE 72.4 – Graphique de la température d'un récipient contenant 1 kg de glace d'eau en fonction de l'énergie fournie.

On observe des plateaux où la température n'augmente pas chaque fois que deux états de la matière sont présents simultanément.

Ceci est dû à ce qu'on appelle la *chaleur latente*. Les changements d'états correspondent à de profondes modifications dans la structure de la matière. L'énergie thermique est utilisée pendant ces changements d'état, non pas pour faire augmenter la température, mais pour modifier les interactions entre les molécules.

Ceci s'exprime dans la relation suivante :

**Loi 34** (Relation entre l'énergie thermique et la chaleur latente).

$$Q = L \cdot m \quad (72.3)$$

où

- $Q$  = l'énergie thermique fournie au système (svt. en kJ),
- $L$  = la chaleur latente (de fusion, de vaporisation ou de sublimation) ( $\text{kJ kg}^{-1}$ ),
- $m$  = la masse de substance (kg).

L'énergie thermique fournie au système devient de l'énergie interne.

Voici un tableau reprenant les températures de fusion et d'ébullition des différentes substances ainsi que les chaleurs latentes associées :

Substance	Température de fusion (°C)	Chaleur de fusion (kJkg <sup>-1</sup> )	Température d'ébullition (°C)	Chaleur d'ébullition (kJkg <sup>-1</sup> )
<i>Ag</i>	960,8	109	1950	2336
<i>Au</i>	1063	66,6	2600	1578
Azote	-209,86	25,5	-195,81	199
<i>Cu</i>	1083	205	2336	5069
Éthanol	-114	104	78	854
Eau	0,0	333,7	100,0	2259
<i>He</i>	-269,65	5,23	-268,93	21
<i>Hg</i>	-38,87	11,8	356,58	296
Hydrogène	-259,31	58,6	-252,89	452
Oxygène	-218,4	13,8	-182,86	213
<i>Sb</i>	630,5	165	1380	561
<i>Pb</i>	327,4	22,9	1620	871

TABLE 72.2 – Valeurs de chaleurs latentes sous une pression d'une atmosphère.

Source : HECHT, *Physique*, p. 580

### 3 Exercices

1. Un récipient qui contient un quart de litre d'eau est porté à 20 °C. Il est ensuite placé dans un congélateur. Quelle est la quantité de chaleur qui va lui être retirée pour transformer cette eau en glace?



# Chapitre 73

## Machines thermiques

### Sommaire

---

1	Machine thermique . . . . .	<b>580</b>
	A Définitions . . . . .	580
	B Premier exemple : une machine très simple . . . . .	580
2	Rendement d'une machine thermique . . . . .	<b>583</b>
	A Principe de Carnot . . . . .	583
	B Théorème de Carnot et rendement . . . . .	583
3	Machines thermiques "réelles" . . . . .	<b>585</b>
	A Le moteur à combustion interne . . . . .	585
	B Centrales électriques . . . . .	590
	C Machines frigorifiques . . . . .	592
	D Pompe à chaleur . . . . .	594
4	Exercices . . . . .	<b>596</b>

---

## Introduction

Dès que l'on a une transformation entre un travail mécanique et de l'énergie thermique, on peut parler de machine thermique.

Si la dilatation d'un fluide (souvent un gaz), propulse un piston ou une turbine, on a un moteur thermique : c'est le cas des moteurs à vapeur, à essence, diesel, des turboréacteurs. . .

Si un moteur, par exemple électrique, comprime un gaz, on peut avoir une machine thermique qui peut être, entre autres, un réfrigérateur. . .

La compréhension de leur fonctionnement fait donc partie de la compréhension de très nombreux dispositifs qui nous entourent.

Les notions de sources chaudes et de sources froides sont essentielles pour cette compréhension.

## 1 Machine thermique

### A Définitions

**Définition 124** (Machine thermique).

Une *machine thermique* est tout système où un fluide connaît des transformations cycliques. Lors de ces transformations, le fluide échange de l'énergie mécanique et thermique avec l'extérieur.

**Définition 125** (Cycle d'une machine).

Un *cycle* d'une machine est une série de transformations qu'on impose à un système (svt. appelé "la machine") et telle que le système revient à son état initial.

### B Premier exemple : une machine très simple

#### a) Cycle d'une machine thermique

Enfermons un gaz dans un tube à essais. Le tube est vertical (pour nous simplifier la vie, supposons que le tube est un cylindre).

Les relations utilisées ici, comme celle de la loi des gaz parfaits ou du travail mécanique, ne sont, dans un premier temps, données qu'à titre de rappel et il ne faut pas trop en tenir compte.

Le gaz est maintenu dans une relativement petite fraction  $V_i$  du volume du tube par un piston de surface  $S$ . Un axe relie le piston à une plate-forme sur la quelle est posée une masse  $m$ .

Si on suppose négligeables les masses du piston et de l'axe par rapport à celle de la masse  $m$ , c'est le poids  $mg$  de la masse qui est la cause d'une pression partielle  $P_m = \frac{mg}{S}$  sur le gaz. La pression totale est peut-être due aussi à la somme de cette pression partielle et de la pression atmosphérique.

Le gaz remplit le cylindre jusqu'à une hauteur  $h_i$ .

Chauffons maintenant le tube à essais. Ce faisant, on va chauffer le gaz qui y est enfermé.

Si on chauffe un gaz, celui-ci se dilate.

Nous savons que le gaz va obéir à la relation suivante que nous avons eu l'occasion d'étudier en chimie :

**Loi 35** (La loi des gaz parfaits).

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (73.1)$$

où :

- $p$  = pression du gaz (Pa)
- $V$  = volume du gaz ( $m^3$ )
- $n$  = le nombre de moles de gaz (mol)
- $R$  est la constante des gaz =  $8,314 \text{ m}^3 \cdot \text{Pa} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- $T$  = température absolue du gaz (K)  
 $T = t + 273^{\circ}\text{C}$

Lorsque le piston a fait monter le piston a une hauteur  $h_f$  que l'on a fixée comme maximale, la dilatation du gaz a alors effectué un travail  $W$ .

$$W = mg\Delta h \quad (73.2)$$

où

$$\Delta h = h_f - h_i \quad (73.3)$$

Alors, on refroidit le piston plutôt que de le chauffer. Le gaz se contracte, le piston et la masse redescendent. Quand le piston est redescendu à sa hauteur de départ  $h_i$ , on recommence à le chauffer et le cycle recommence.

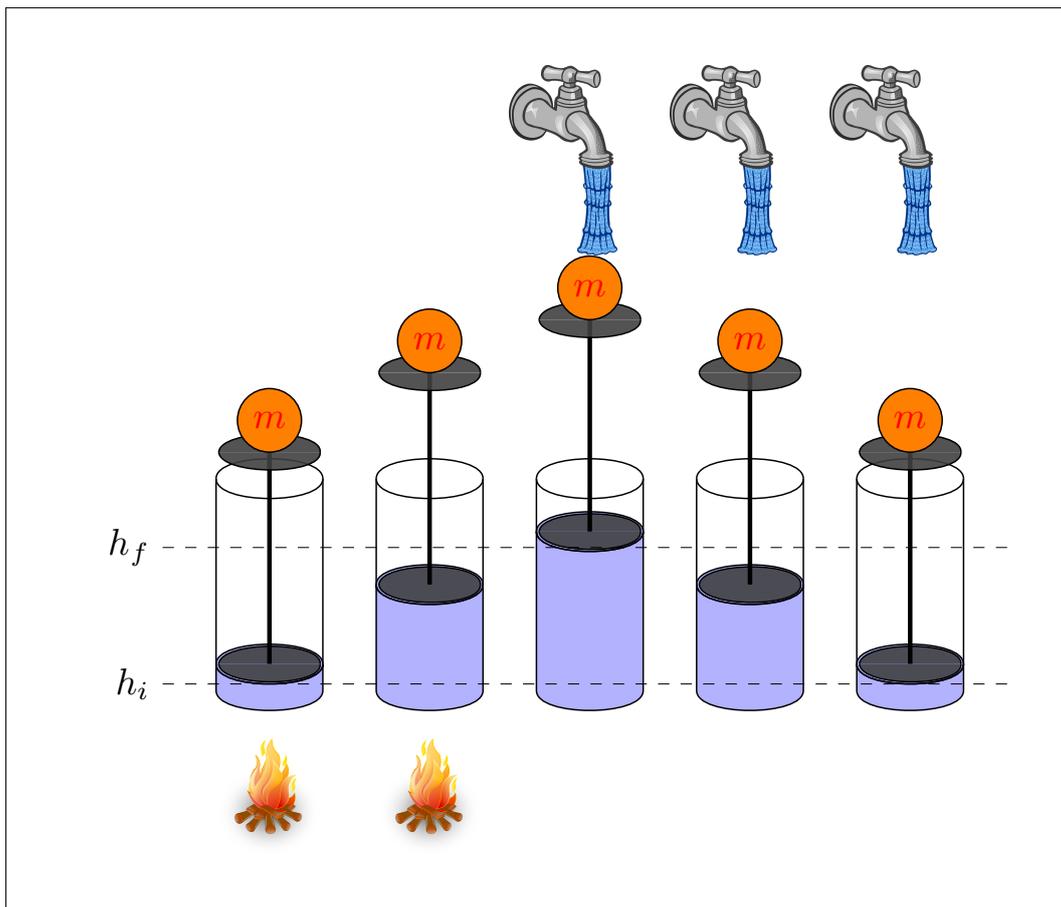


FIGURE 73.1 – Le cycle d'une machine thermique simple.

Le va-et-vient du piston constitue un cycle de cette machine thermique.

Le feu qui chauffe le gaz va être nommé la *source chaude*.

L'eau qui refroidit le gaz sera appelé la *source froide*.

### b) Exemple d'utilisation

À partir de ce point, il faut être attentifs aux relations exprimées.

Imaginons maintenant que nous voulons utiliser cette machine thermique comme monte-charge.

À chaque début de cycle, une nouvelle masse est poussée sur la plate-forme. Lorsque le piston est en haut, la masse est sortie de la plate-forme.

Le piston redescend parce que refroidi et une nouvelle masse est poussée sur la plate-forme<sup>1</sup>.

Le cycle recommence alors et à chaque cycle une masse  $m$  est montée d'une hauteur  $\Delta h$ .

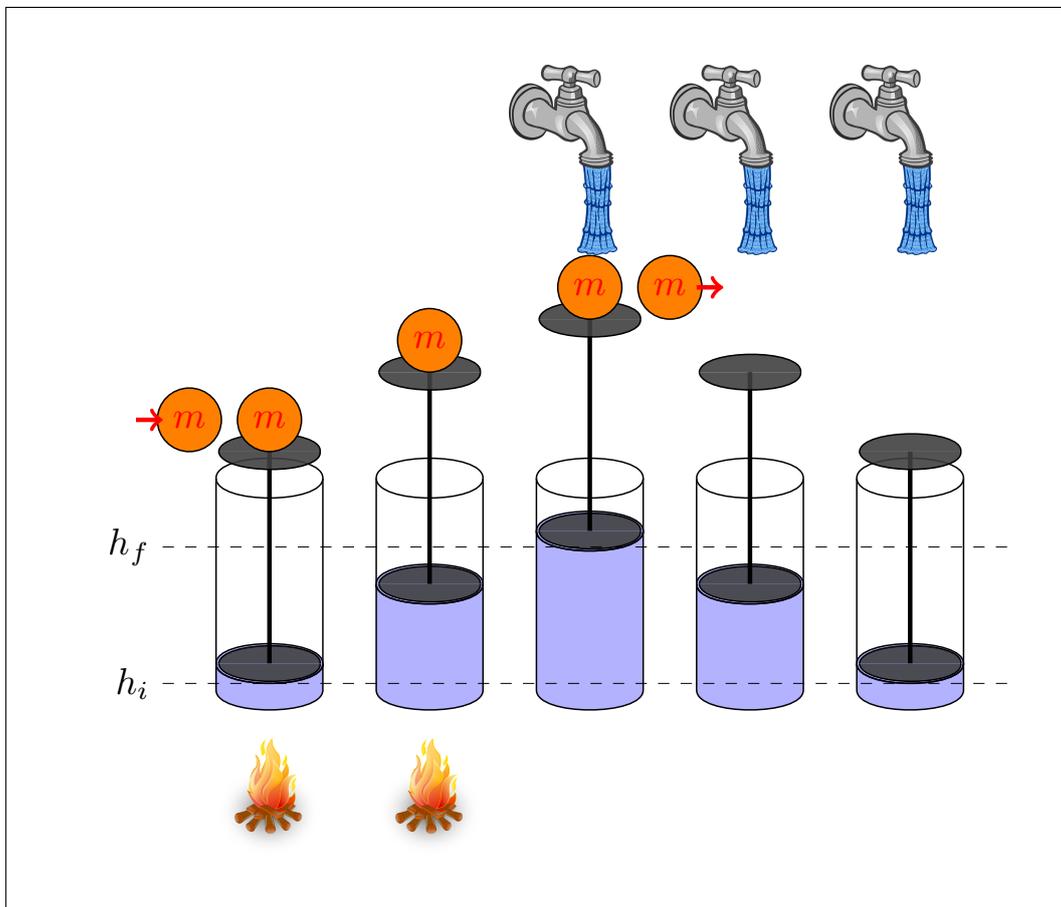


FIGURE 73.2 – Une machine thermique simple comme monte-charge.

Soit  $w$  le travail effectué pour faire monter une masse lors d'un cycle.

La quantité d'énergie thermique fournie au système par la source chaude vaut  $Q_1$ .

La quantité d'énergie thermique retirée au système par la source froide vaut  $Q_2$ .

1. La masse, comprimant alors le gaz, devrait donc faire descendre le piston. Supposons, pour simplifier une situation qui est déjà assez compliquée, que ce n'est pas le cas.

## 2 Rendement d'une machine thermique

### A Principe de Carnot

*Sadi Carnot* (1796-1832) a formulé des principes qui régissent le fonctionnement des machines thermiques.

**Principe 9** (Principe de Carnot).

- La transformation de l'énergie thermique en travail mécanique dans une machine thermique nécessite une source chaude et une source froide.
- Une partie de l'énergie thermique fournie va être transformée en énergie mécanique. Dès lors :

$$Q_1 > Q_2 \quad (73.4)$$

- Le travail mécanique est égal à la différence des énergies thermiques.

$$W = Q_1 - Q_2 \quad (73.5)$$

### B Théorème de Carnot et rendement

En utilisant les énoncés du principe 9 p 583 de Carnot, nous pouvons déterminer le rendement d'une machine thermique.

Schématisons les transferts d'énergie dans le fonctionnement d'une machine thermique.

Attention, la figure diffère légèrement de celle 72.3 p 575.

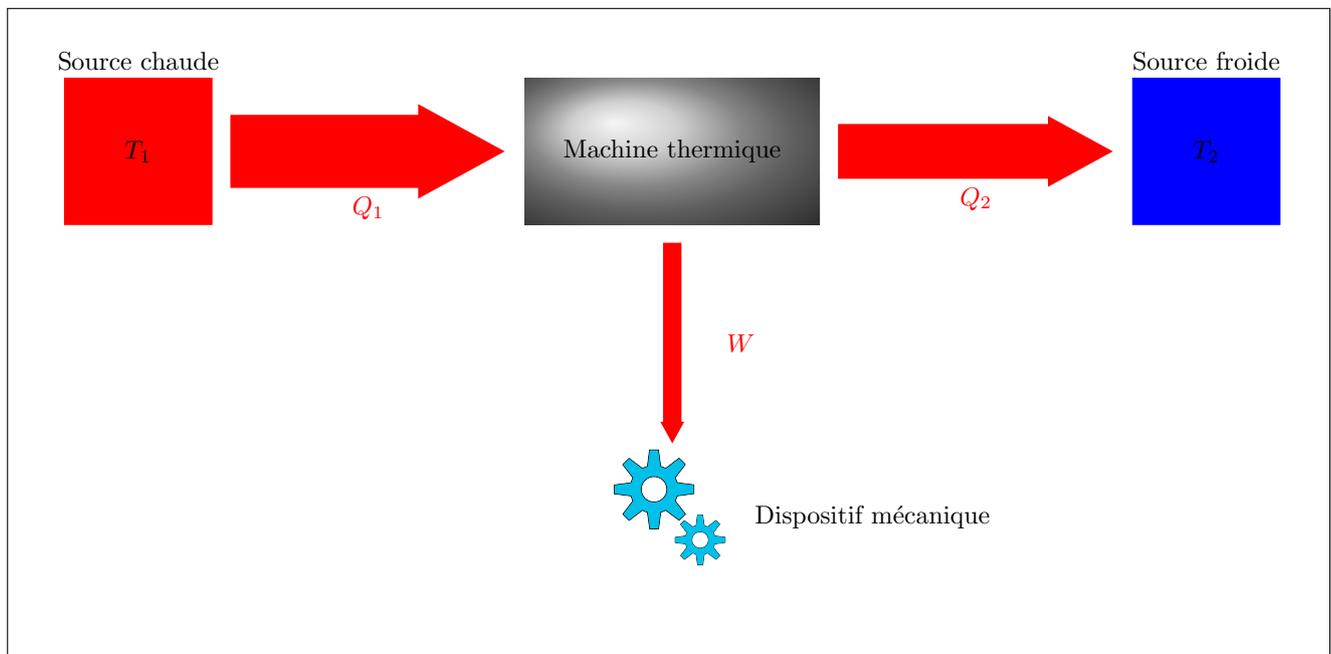


FIGURE 73.3 – Schéma des échanges d'énergie d'une machine thermique.

La source chaude est à une température  $T_1$  et la source froide à une température  $T_2$ .  $T_1$  et  $T_2$  sont exprimés en kelvin (K).

La conservation de l'énergie nous permet de déterminer l'énergie fournie  $Q_1$  et l'énergie utile  $W$  :

$$\Delta E = 0 \quad (73.6)$$

$$\iff Q_1 = W + Q_2 \quad (73.7)$$

$$\iff W = Q_1 - Q_2 \quad (73.8)$$

Dès lors :

$$\eta = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{fournie}}} \quad (73.9)$$

$$= \frac{W}{Q_1} \quad (73.10)$$

$$= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (73.11)$$

$$= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (73.12)$$

Pour une machine thermique idéale, on peut démontrer que :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (73.13)$$

Ceci est assez raisonnable. C'est le même fluide (dans nos exemples, jusqu'à présent nous avons dit "un gaz") qui est dans notre machine (jusqu'ici, dans un piston). Si les transformations n'impliquent pas de changement d'état, la capacité calorifique du fluide est constante. Si de plus la quantité de matière est inchangée, les températures en kelvin sont proportionnelles aux énergies thermiques.

Ceci aboutit au théorème de Carnot :

### **Théorème 3** (Théorème de Carnot).

*Le rendement d'une machine thermique idéale ne dépend que des températures des sources chaude et froide.*

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (73.14)$$

où

- $\eta$  = le rendement de la machine thermique (sans dimension, souvent exprimé en %),
- $T_2$  = la température de la source froide (K),
- $T_1$  = la température de la source chaude (K).

Voici quelques exemples de valeur de rendement :

Machine	Rendement (%)
Locomotive (à vapeur)	10 %
Moteur diesel	35 %
Turbine de centrale nucléaire	30 %
Centrale électrique "classique"	40 %
Centrale électrique "gaz-vapeur"	50 %

TABLE 73.1 – Rendements de quelques machines thermiques.

### 3 Machines thermiques "réelles"

#### A Le moteur à combustion interne

Commençons notre étude par celle du moteur à explosion. Nous nous limiterons au moteur dit "à essence" qui est le plus courant des moteurs thermiques des automobiles.

##### a) Schéma

Décrivons le schéma d'une partie d'un moteur à essence.

L'objectif du mécanisme est d'entretenir un mouvement de rotation de l'arbre. Cette rotation, via des systèmes d'engrenages dans le cas d'une automobile, finira par provoquer la rotation des roues.

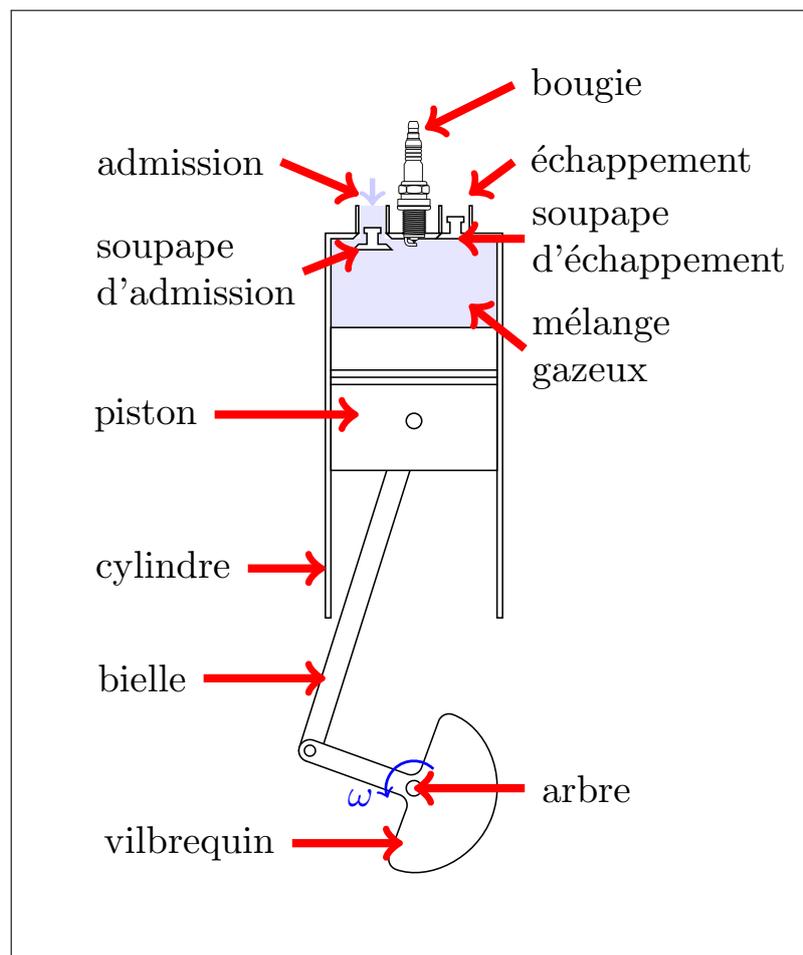


FIGURE 73.4 – Schéma d'un moteur à explosion à quatre temps.

Le cycle de fonctionnement sera décrit au point suivant. Identifions les parties du système avant d'aller plus avant.

Un mélange de gaz constitué de combustible (ici de l'essence) et d'air (pour fournir le dioxygène) entre par l'admission. Une valve (la soupape d'admission) permet l'entrée de ce gaz et interdit plus tard la sortie de gaz.

Le mouvement de rotation de l'arbre entraîne la rotation du vilebrequin. Une bielle relie le vilebrequin au piston et fait ici descendre le piston dans le cylindre. Le piston peut aussi bien descendre que monter dans le piston selon la phase du cycle où on se trouve.

La bougie sert à enflammer le mélange de gaz. L'explosion des gaz fournit l'énergie motrice. Ce sera alors le mouvement du piston qui entraînera la rotation de l'arbre.

La combustion des gaz produit des gaz brûlés qui doivent être évacués. Ces gaz sortiront par l'échappement. La soupape d'échappement s'ouvrira alors pour permettre leur passage.

L'ouverture et la fermeture des soupapes, l'allumage de la bougie, et les mouvements du piston sont coordonnés par des dispositifs divers (anciennement, tout était mécanique, désormais c'est de plus en plus de l'électronique qui coordonne le mouvement des différentes parties).

Les moteurs des automobiles sont le plus souvent constitués de plusieurs cylindres.

## b) Cycle

Représentons ici le cycle d'un moteur à explosion à quatre temps. À la gauche de chaque étape est indiqué le sens du mouvement du piston.

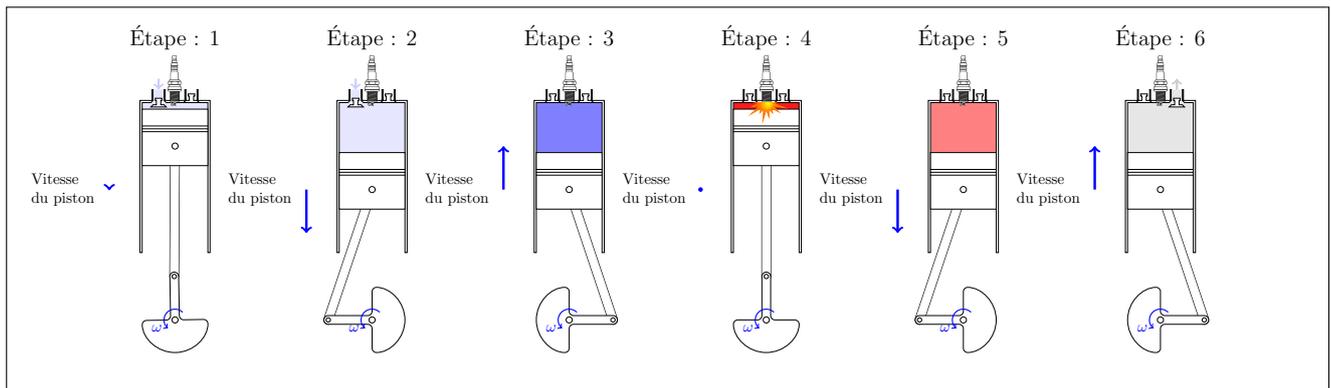


FIGURE 73.5 – Cycle d'un moteur à explosion à quatre temps.

Analysons chacune des étapes :

1. • Le piston est à sa position la plus élevée et va commencer à descendre, entraîné par le mouvement de rotation de l'arbre.
  - La soupape d'échappement se ferme et la soupape d'admission s'ouvre.
2. • Le piston descend, entraîné par le mouvement de rotation de l'arbre.
  - La soupape d'admission est ouverte.
  - La descente du piston crée une aspiration du mélange gazeux carburant-air qui remplit le cylindre depuis l'admission.
3. • Le piston après être descendu remonte, entraîné par le mouvement de rotation de l'arbre.
  - La soupape d'admission s'est fermée lorsque le piston est au plus bas.
  - La montée du piston comprime le mélange gazeux carburant-air.
4. • Le piston est à sa position la plus élevée.
  - Le mélange gazeux est comprimé au maximum.
  - Un arc électrique à haute tension éclate entre les deux bornes de la bougie.
  - Cet arc électrique enflamme le mélange gazeux déclenchant une combustion explosive.
5. • Le piston redescend, propulsé par la dilatation du gaz. C'est *la seule partie motrice* du cycle.
  - Le mélange gazeux chauffé se détend.
6. • Le piston, après être descendu, remonte, entraîné par le mouvement de rotation de l'arbre.
  - Le cylindre est rempli des gaz brûlés qui sont les produits de la combustion ( $CO_2$ ,  $H_2O$ ...).
  - Il faut les évacuer.
    - La soupape d'échappement s'est ouverte lorsque le piston est au plus bas.
    - La montée du piston chasse le mélange des gaz brûlés via l'échappement.
7. (= étape 1)

- Le cycle recommence.
- Le piston est à sa position la plus élevée et va commencer à descendre, entraîné par le mouvement de rotation de l'arbre.
- Les gaz d'échappement ont été évacués. Il faut faire rentrer le mélange carburant-air.
- La soupape d'échappement se ferme et la soupape d'admission s'ouvre.

### c) Quatre temps

Au point précédent, nous avons décrit le cycle en six étapes. Nous aurions pu en rajouter (par exemple, quand le piston est en bas du cylindre, entre les étapes 2 et 3 donc). Le choix fait a été celui qui nous emblait le plus accessible pour un néophyte.

Pourtant, on nomme ce moteur "à quatre temps" car son cycle se divise en quatre temps.

Les quatre temps du moteur seront :

Temps 1 : "Admission"

Les étapes 1 et 2 dans la figure 73.5 p 586 jusqu'à ce que le piston soit au plus bas dans le cylindre et que la valve d'admission se ferme.

Temps 2 : "Compression-Explosion"

Les étapes 3 et 4 dans la figure.

Temps 3 : "Détente" (travail moteur)

L' étape 5 dans la figure.

Temps 4 : "Échappement"

L' étape 6 dans la figure.

Le cycle peut aussi se représenter sur un graphique "Pression en fonction du volume" ("P/V").

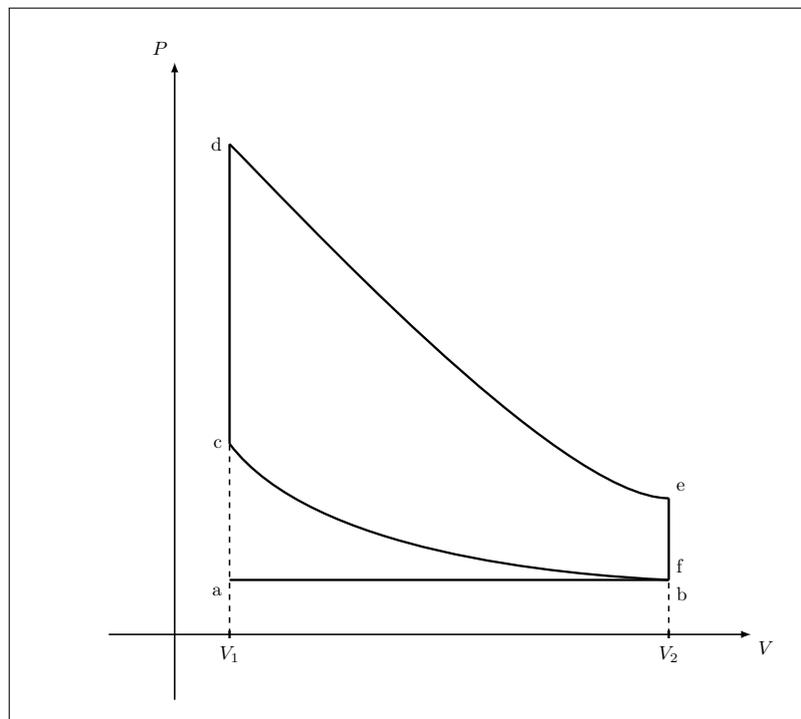


FIGURE 73.6 – Graphique "P(V)" "théorique" d'un moteur à explosion à quatre temps .

Le cycle est alors décrit comme suit :

- de "a" à "b" : admission
- de "b" à "c" : compression
- de "c" à "d" : combustion explosive

- de "d" à "e" : détente (travail moteur)
- de "e" à "f" : ouverture de la soupape d'échappement
- de "f" à "a" : échappement (Le cycle recommence.)

La différence  $V_2 - V_1$  est ce qu'on appelle la cylindrée.

Ce graphique est celui d'une situation idéale.

Le graphique suivant est plus proche d'une situation "réelle".

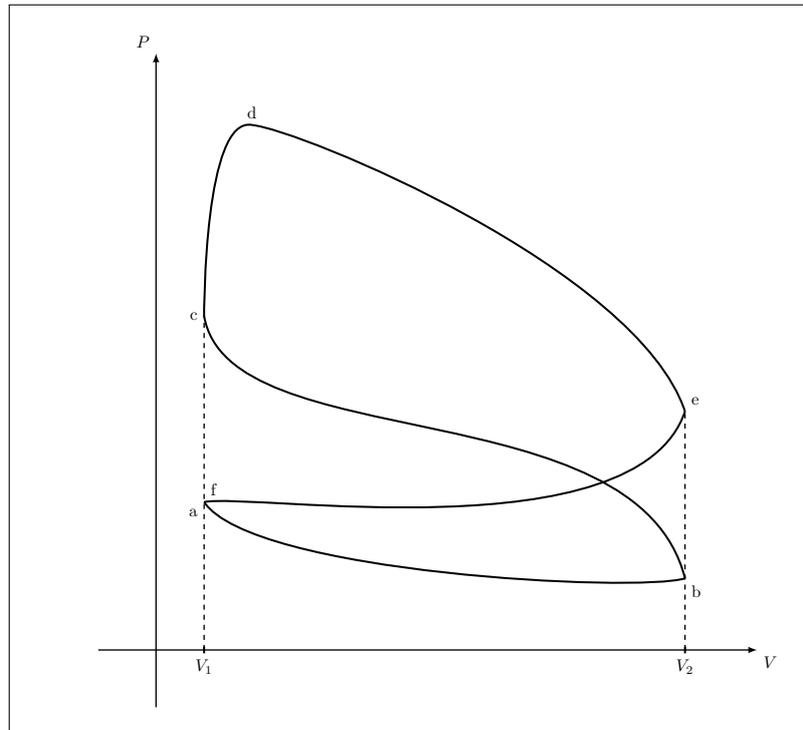


FIGURE 73.7 – Graphique " $P(V)$ " "réel" d'un moteur à explosion à quatre temps .

L'analyse dimensionnelle du graphique permet de déduire que la valeur de la *surface intérieure* de la courbe est égale à la valeur de la *puissance* du moteur.

#### d) Rendement

On appelle les moteurs à explosion des moteurs "à combustion interne" car la *source chaude* est "interne".

C'est la combustion du mélange "essence-air" qui chauffe les gaz, provoque leur dilatation et fournit du travail moteur.

Mais où est la source froide ?

C'est l'atmosphère. En effet, la température de l'atmosphère et celle des gaz en admission sont les mêmes (approximativement). La combustion provoque l'augmentation de température et donc leur dilatation.

Plus la température extérieure est proche de celle des gaz en combustion, moins grande sera la dilatation.

Dès lors,

**Relation 1** (Rendement théorique d'un moteur à explosion).

Le rendement théorique d'un moteur à explosion est exprimé par la relation suivante :

$$\eta = 1 - \frac{T_{Atm.}}{T_{Comb.}} \quad (73.15)$$

où

- $\eta$  = le rendement de la machine thermique (sans dimension, souvent exprimé en %),
- $T_{Atm.}$  = la température de la source froide c.à.d. de l'atmosphère (K),
- $T_{Comb.}$  = la température de la source chaude c.à.d. des gaz en combustion (K).

En pratique, il faut refroidir le cylindre pour contrebalancer sa dilatation (C'est le rôle de l'eau dans le radiateur). L'air de l'atmosphère est aussi chauffé du fait de la température élevée du cylindre.

Les meilleurs rendements des voitures de séries actuelles sont aux alentours de 35 %.

**e) Moteur diesel**

Le fonctionnement d'un moteur diesel ressemble fort à celui d'un moteur à essence.

Voici quelques différences :

- le carburant n'est pas de l'essence mais du mazout (qu'on appelle diesel dans le cas des moteurs);
- il n'y a pas de bougie dans un moteur diesel; la compression du mélange provoque son explosion;
- le rendement est meilleur : de l'ordre de 40 %.

**f) Moteur "réel"**

Pour nous limiter à l'essentiel, nous avons considérablement simplifié le fonctionnement d'un moteur.

Nous n'avons ici considéré qu'un seul piston pour notre moteur. En réalité, il y a presque toujours plusieurs pistons dont les cycles sont soigneusement déphasés. Le vilebrequin est alors une pièce commune aux différents pistons.

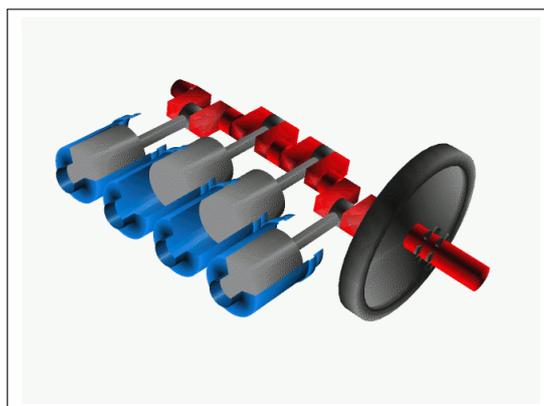


FIGURE 73.8 – En rouge, le vilebrequin d'un moteur à explosion.

Les ouvertures et fermetures des soupapes sont aussi assurées via la rotation de "cames".

Le refroidissement des cylindres n'a pas été représenté.

Finalement, le bas du cylindre, la bielle et le vilebrequin sont enfermés dans un "carter à huile".

Bref, ce n'est pas pour rien que, lorsqu'une voiture est en panne, nous faisons appel à un garagiste!

## B Centrales électriques

Si des moteurs à pistons sont parfois utilisés pour des générateurs de secours, les centrales électriques qui fournissent nos demeures en électricité n'utilisent pas de moteur à piston mais des turbines à vapeur pour transformer l'énergie thermique en énergie mécanique.

### a) Schéma

Une turbine est constituée d'un axe sur lequel sont fixées des ailettes (de métal) légèrement inclinées. La pression exercée par la vapeur sous pression sur ces ailettes entraîne la rotation de l'axe.



FIGURE 73.9 – Une turbine à vapeur.

La rotation de l'axe entraîne une génératrice électrique, l'alternateur : l'énergie mécanique y est transformée en énergie électrique.

La vapeur sous pression est produite dans une chaudière. La combustion d'un carburant (charbon, mazout, gaz) porte à ébullition de l'eau dans l'échangeur de chaleur. La température de la chaudière atteint les 1300 °C à 1500 °C.

La température de l'eau dans l'échangeur de chaleur atteint 500 °C.

La vapeur d'eau dans l'échangeur est alors à une pression de  $1,9 \times 10^7$  Pa càd. 190 fois la pression atmosphérique.

La pression de la vapeur d'eau imprime un mouvement de rotation aux pales de la turbine. La température plus froide du condenseur fait se condenser la vapeur et provoque une dépression. C'est cette différence de pression qui explique la rotation de la turbine.

L'eau refroidie est alors renvoyée vers la chaudière par une pompe.

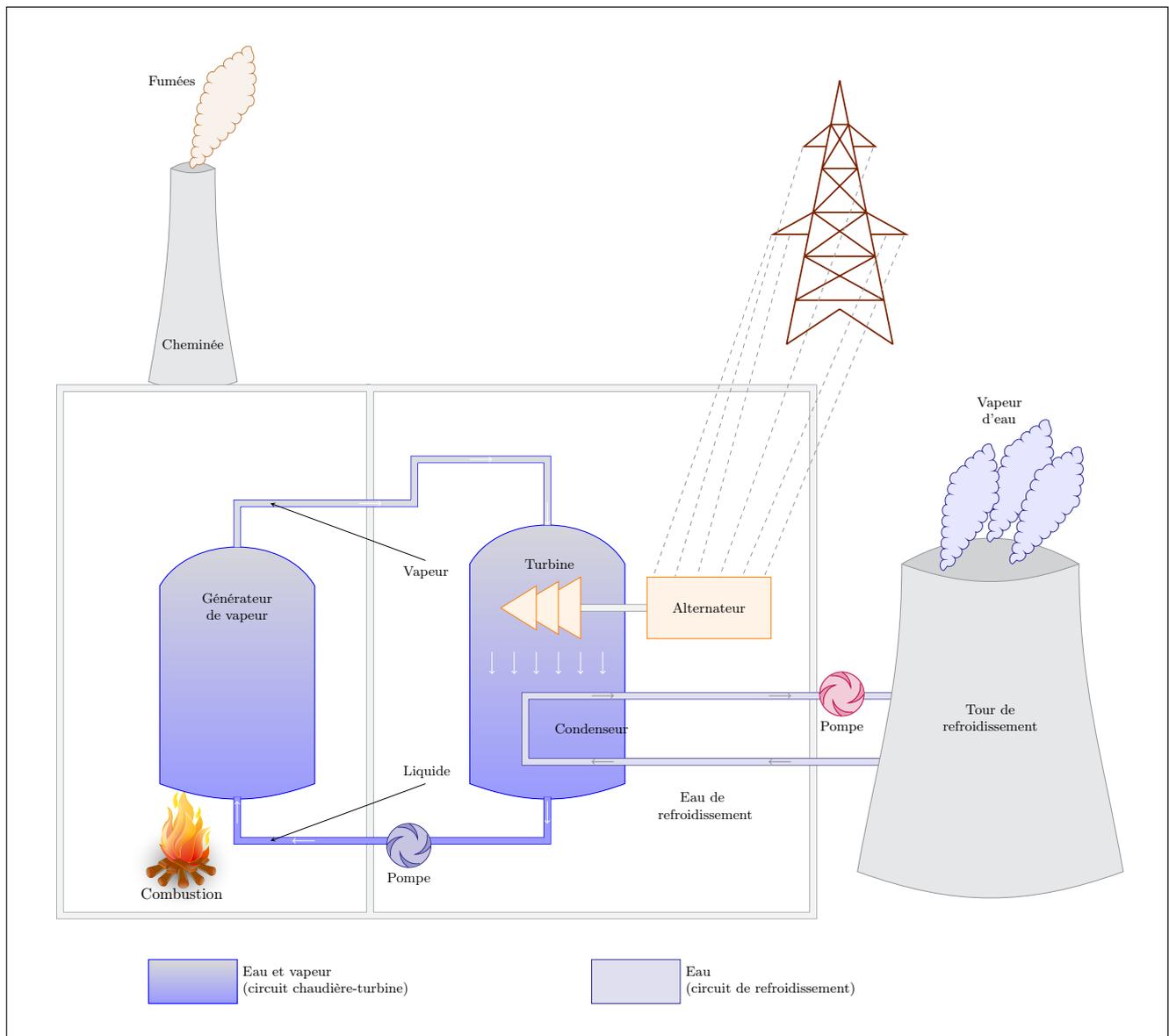


FIGURE 73.10 – Schéma d'une centrale électrique "classique".

La chaleur du condenseur doit être évacuée. C'est la fonction du circuit de refroidissement et des tours de refroidissement. L'eau qui a capté la chaleur dans le condenseur est envoyée dans les tours de refroidissement. La vapeur d'eau évacue la chaleur dans l'atmosphère. C'est souvent un cours d'eau voisin qui fournit l'eau froide à ce niveau.

## b) Rendement

Il y a plusieurs étapes dans la transformations d'énergies. chacune de ces étapes à un rendement différent. C'est la combinaison de ces rendements qui permet d'évaluer le rendement global de la centrale électrique.

### (i) Combustion

La transformation de l'énergie chimique vers l'énergie thermique a un rendement élevé. L'énergie thermique produite à ce stade est celle  $Q_1$  de la source chaude.

### (ii) Générateur, turbine, condenseur, tour

La transformation de l'énergie thermique vers le travail mécanique  $W$  a un rendement faible ( $\approx 40\%$ ). L'énergie thermique  $Q_2$  est celle qui est évacuée dans l'environnement, c.à.d. dans la source froide.

**(iii) Alternateur**

La transformation de l'énergie mécanique vers l'énergie électrique a un rendement très élevé.

**(iv) Bilan**

La chaîne des transformations d'énergies permet un calcul du rendement total qui sera le produit des rendements de chaque étape.

La chaîne des transformations d'énergies peut se résumer comme visualisée ci-dessous.

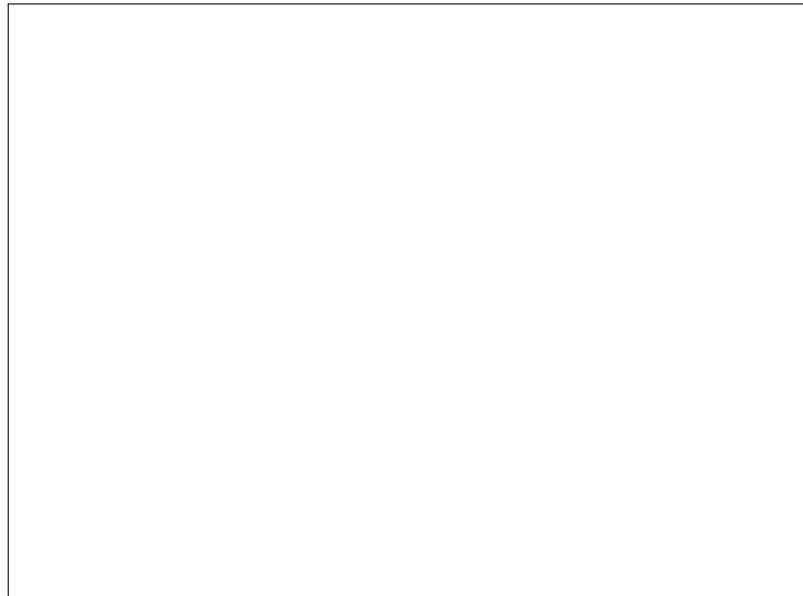


FIGURE 73.11 – Transformations d'énergie dans une centrale électrique.

## C Machines frigorifiques

Les frigidaires, réfrigérateurs, congélateurs et autres machines frigorifiques utilisent un travail mécanique pour transporter de l'énergie calorifique d'une source froide vers une source chaude.

La sensation de froid laissée par de l'éther qui s'évapore sur notre main est à la base d'un des principes de fonctionnement des machines frigorifiques. Vous connaissez aussi peut-être cette sensation quand vous videz une bonbonne de gaz sous pression (laque, crème fraîche, extincteur, ...).

À l'inverse, à un gaz que vous allez comprimer va correspondre à une sensation de chaleur (la pipette de chambre à air de votre vélo juste après avoir pompé).

Un autre principe est lié à une autre expérience de la vie que vous connaissez peut-être : en altitude (et donc à basse pression), l'eau bout à une température plus basse qu'en plaine (et donc à plus haute pression).

Les scientifiques ont inventés des dispositifs assez divers exploitant ces deux principes pour refroidir des corps. Nous nous limiterons au plus courant.

Dans celui-ci, la vaporisation d'un fluide absorbe de l'énergie thermique et refroidit donc un volume tandis que la compression de ce gaz (éventuellement jusqu'à sa liquéfaction) va libérer de l'énergie calorifique et transférer de la chaleur à un autre volume ou corps.

### a) Schéma

Pour la simplicité de la description, nous dirons que notre machine frigorifique est un "frigo".

Le mécanisme assurant le refroidissement de l'intérieur du frigo est un circuit fermé contenant un liquide très volatil<sup>2</sup>

Une partie du circuit sera à l'intérieur du frigo. Cette partie est parfois visible sous la forme de "grosses" tubulures dans ce qu'on appelle parfois le "congélateur" ou le bac à glace. L'intérieur du frigo sera la source froide.

Une autre partie sera à l'extérieur. Elle est le plus souvent visible à l'arrière du frigo sous la forme d'un mince tube sinuant sur une bonne part de la surface arrière. Cette partie est chaude au toucher. L'extérieur est la source chaude.

Une pompe (souvent dans le bas à l'extérieur du frigo), un compresseur (aussi à l'extérieur et parfois intégré à la pompe) et un détendeur (souvent dans le haut à l'intérieur) complètent le dispositif.

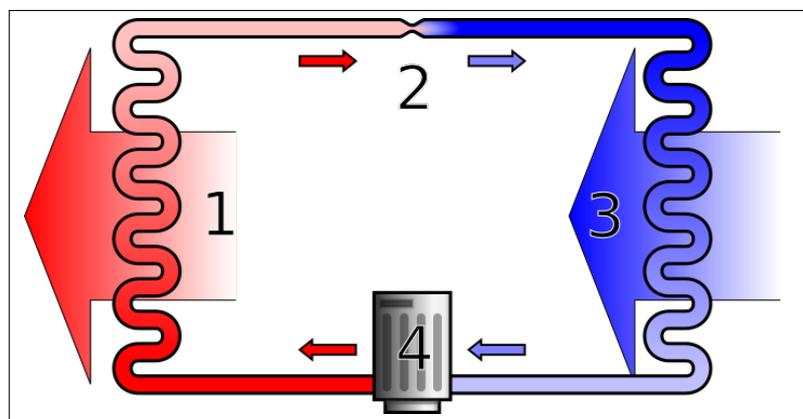


FIGURE 73.12 – Schéma d'une machine frigorifique.

Source : KARONEN, [Wikipedia :Heatpump2.svg](#)

Le gaz comprimé voir liquéfié par la pompe et le compresseur en (4) sur la figure 73.12 p 593 va donc libérer de l'énergie thermique en (1) à l'extérieur du frigo. Le gaz est alors à pression haute.

Au détendeur (2), le fluide va passer d'un tube très fin à un tube très large et passer à pression basse. De ce fait, il va se refroidir. Le gaz va absorber la chaleur à l'intérieur du frigo en (3).

### b) Cycle

Le gaz comprimé voir liquéfié par la pompe et le compresseur en (4) sur la figure 73.12 p 593 va donc libérer de l'énergie thermique  $Q_2$  en (1) à l'extérieur du frigo. Le gaz est alors à pression haute.

Au détendeur (2), le fluide va passer d'un tube très fin à un tube très large et passer à pression basse. De ce fait, il va se refroidir. Le gaz va absorber la chaleur  $Q_1$  à l'intérieur du frigo en (3).

Le gaz revient alors à la pompe et au compresseur en (4).

Le cycle recommence.

### c) Rendement

Dans le domaine des machines frigorifiques, on utilise le mot "efficacité" plutôt que "rendement".

2. Anciennement ce gaz était un chlorofluorocarbure (CFC). L'usage des CFC est désormais interdit car ils contribuaient à ce qu'on appelle "le trou dans la couche d'ozone".

Comme le fonctionnement du frigo est cyclique, nous pouvons une fois de plus appliquer le principe de la conservation de l'énergie.

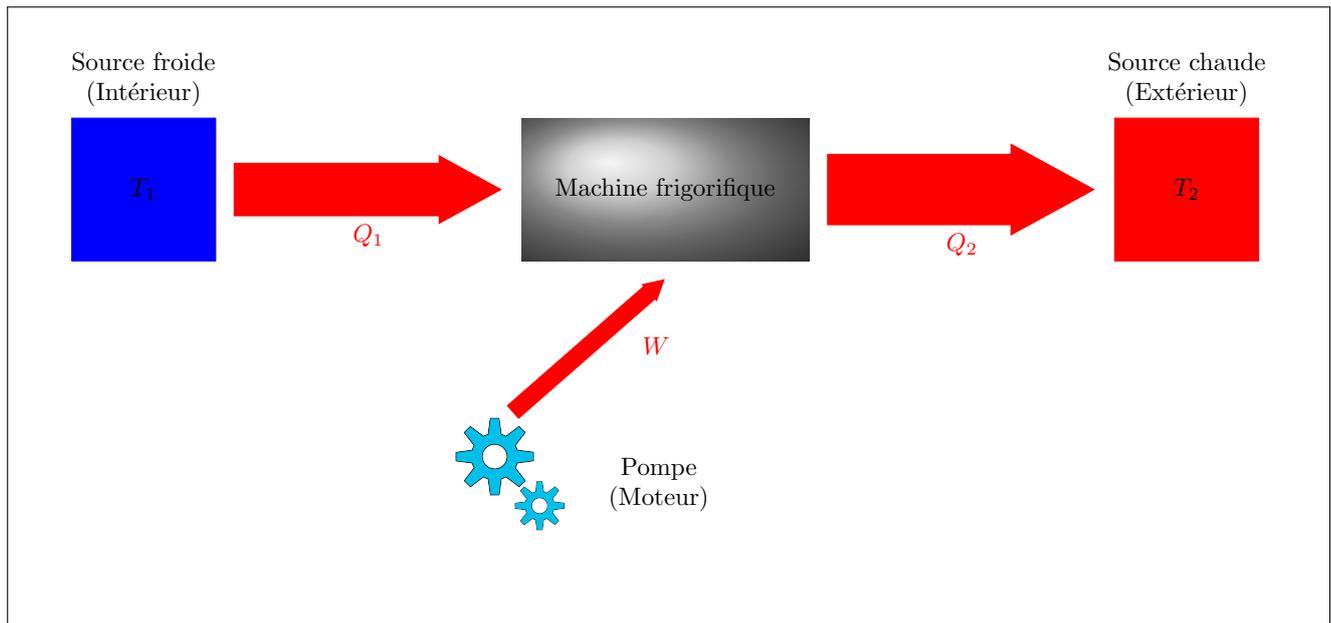


FIGURE 73.13 – Transformations d'énergie dans une machine frigorifique.

La somme de l'énergie reçue  $Q_1$  et du travail  $W$  va être égale à l'énergie cédée à l'extérieur  $Q_2$ .

$$W + Q_1 = Q_2 \quad (73.16)$$

L'énergie utile du frigo est celle  $Q_1$  "captée" dans le frigo. L'énergie utilisée ou "coûtante" est celle " $W$ " du moteur.

Dès lors :

$$\eta = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie utilisée}} \quad (73.17)$$

$$= \frac{Q_1}{W} \quad (73.18)$$

$$= \frac{Q_2 - W}{W} \quad (73.19)$$

$$= \frac{Q_2}{W} - 1 \quad (73.20)$$

**Relation 2** (Efficacité d'une machine frigorifique).

L'efficacité d'une machine frigorifique est

$$\eta = \frac{Q_2}{W} - 1 \quad (73.21)$$

où

- $\eta$  = l'efficacité,
- $Q_2$  = l'énergie thermique cédée à l'extérieur (J),
- $W$  = le travail mécanique de la pompe (J).

## D Pompe à chaleur

Fondamentalement, une pompe à chaleur et un frigo fonctionnent sur le même principe.

Mais, ici, l'objectif est de réchauffer un volume en "pompe" de la chaleur  $Q_1$  à l'extérieur (dans l'atmosphère ou dans le sol) pour, grâce à un travail  $W$ , faire rentrer de l'énergie thermique  $Q_2$  à l'intérieur.

### a) Schéma

On peut donc reprendre le schéma de la figure 73.12 p 593.

Mais, ici, en (1) on va être à l'intérieur (du bâtiment à chauffer) et en (3) on va être à l'extérieur.

### b) Rendement

Les chauffagistes parlent de "performance" ou de "*coefficient de performance (COP)*" plutôt que de rendement.

La conservation de l'énergie s'applique toujours :

$$W + Q_1 = Q_2 \quad (73.22)$$

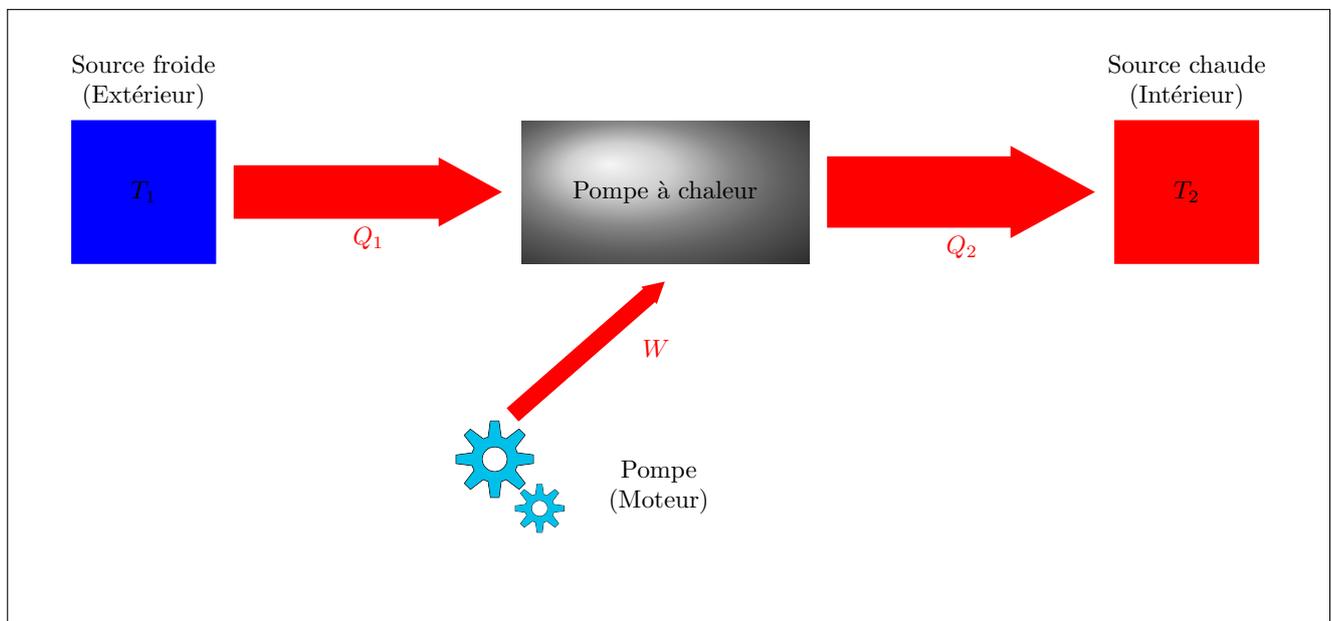


FIGURE 73.14 – Transformations d'énergie dans une pompe à chaleur.

Dès lors :

$$\text{COP} = \frac{Q_2}{W} \quad (73.23)$$

$$= \frac{W + Q_1}{W} \quad (73.24)$$

$$= 1 + \frac{Q_1}{W} \quad (73.25)$$

**Relation 3** (Coefficient de performance (COP) d'une pompe à chaleur).

$$\text{COP} = 1 + \frac{Q_1}{W} \quad (73.26)$$

où

- $\text{COP}$  = le coefficient de performance,
- $Q_1$  = l'énergie thermique prélevée à l'extérieur (J),
- $W$  = le travail mécanique de la pompe (J).

Le COP sera toujours supérieur à 1.

Le rendement d'une pompe à chaleur est donc très intéressant. On reçoit plus d'énergie que l'on en dépense (avec le moteur de la pompe).

Malheureusement, le réglage d'une pompe à chaleur est délicat. Sa mise en œuvre et son entretien sont assez coûteux.

Le travail  $W$  à fournir est égal à  $Q_2 - Q_1$ . Il est donc d'autant plus petit que l'écart en températures est petit. Et le rendement sera d'autant plus avantageux.

En été, on va prendre de l'énergie dans l'air qui est chaud.

En hiver, on va plutôt prendre de l'énergie dans le sol.

## 4 Exercices

# Chapitre 74

## Deuxième principe

### Sommaire

---

1	Phénomènes réversibles et irréversibles	598
	A    Phénomènes réversibles	598
	B    Phénomènes irréversibles	598
2	À l'échelle moléculaire	598
	A    Phénomènes réversibles	598
	B    Phénomènes irréversibles	598
3	Le second principe de la thermodynamique	598
4	Exercices	598

---

## Introduction

Le second principe de la thermodynamique établit un lien entre les transformations d'énergies et le passage du temps.

Le "sens" du passage du temps, le vieillissement des êtres et des choses y sont intimement liés.

### 1 Phénomènes réversibles et irréversibles

#### A Phénomènes réversibles

#### B Phénomènes irréversibles

### 2 À l'échelle moléculaire

#### A Phénomènes réversibles

#### B Phénomènes irréversibles

### 3 Le second principe de la thermodynamique

**Principe 1** (Second principe de la thermodynamique).

*Lors de toute transformations spontanée irréversible d'un système isolé, l'entropie du système augmente.*

### 4 Exercices

# **Chapitre 75**

## **Production d'électricité**



**Treizième partie**  
**Physique moderne**



## **Chapitre 76**

### **Effet photo-électrique**



# Chapitre 77

## Spectroscopie

### Sommaire

---

1	Spectre de la lumière . . . . .	<b>606</b>
	A Spectres obtenus par un réseau . . . . .	606
2	Principe de l'analyse des spectres . . . . .	<b>610</b>
	A Liens entre spectres et matières : analyse spectrale . . . . .	611
	B Spectres d'émission et spectres d'absorption . . . . .	612
3	Spectres et transitions électroniques . . . . .	<b>613</b>
	A Le rayonnement du corps noir . . . . .	613
	B Modèle atomique de Bohr . . . . .	615
	C Spectres moléculaires . . . . .	621
4	Applications . . . . .	<b>621</b>
	A Spectres des étoiles . . . . .	621
	B Analyse chimique en général . . . . .	622
	C Effet Doppler et spectres des astres . . . . .	622

---

## Introduction

Nous savons désormais que la lumière est une onde électro-magnétique mais aussi qu'elle est constituée de particules : les "photons".

L'interaction de la lumière avec la matière donne lieu à des phénomènes comme l'effet photo-électrique.

Lorsque la lumière interagit avec des gaz, l'étude de la lumière permet d'analyser ces gaz.

Les grands pionniers du sujet abordé ici sont Bunsen (celui du bec) et Kirchoff.

## 1 Spectre de la lumière

La lumière blanche peut être décomposée par un prisme. C'est une des méthodes que l'on utilise pour prouver que la lumière blanche est composée d'un mélange de lumières de couleurs différentes.

Cette décomposition aboutit à ce qu'on appelle le spectre de la lumière blanche.

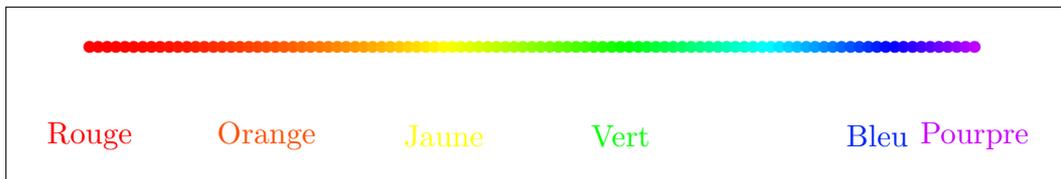


FIGURE 77.1 – Le spectre de la lumière blanche.

L'utilisation du prisme comporte néanmoins une série d'inconvénients : masse du prisme, absorption partielle de la lumière, contraintes mécaniques sur le prisme, relative imprécision. . .

### A Spectres obtenus par un réseau

Pour les raisons évoquées juste au-dessus, les scientifiques ont recours à des réseaux pour décomposer la lumière afin de l'analyser.

#### a) Réseaux

Nous savons que la lumière sera diffractée par une fente mince.

Les expériences d'interférences et en particulier l'expérience de Young nous ont appris que s'il y avait plusieurs fentes, les ondes lumineuses issues de ces fentes se superposaient et donnaient lieu à des figures d'interférences.

Les réseaux exploitent la diffraction de la lumière.

Il existe deux types de réseaux :

- les réseaux par transmission
- et les réseaux par réflexion.

#### (i) Réseaux par transmission

Le principe des réseaux par transmission est de multiplier les fentes des expériences d'interférences. Les mécanismes de superposition auront lieu en sommant les effets venus de toutes les fentes.

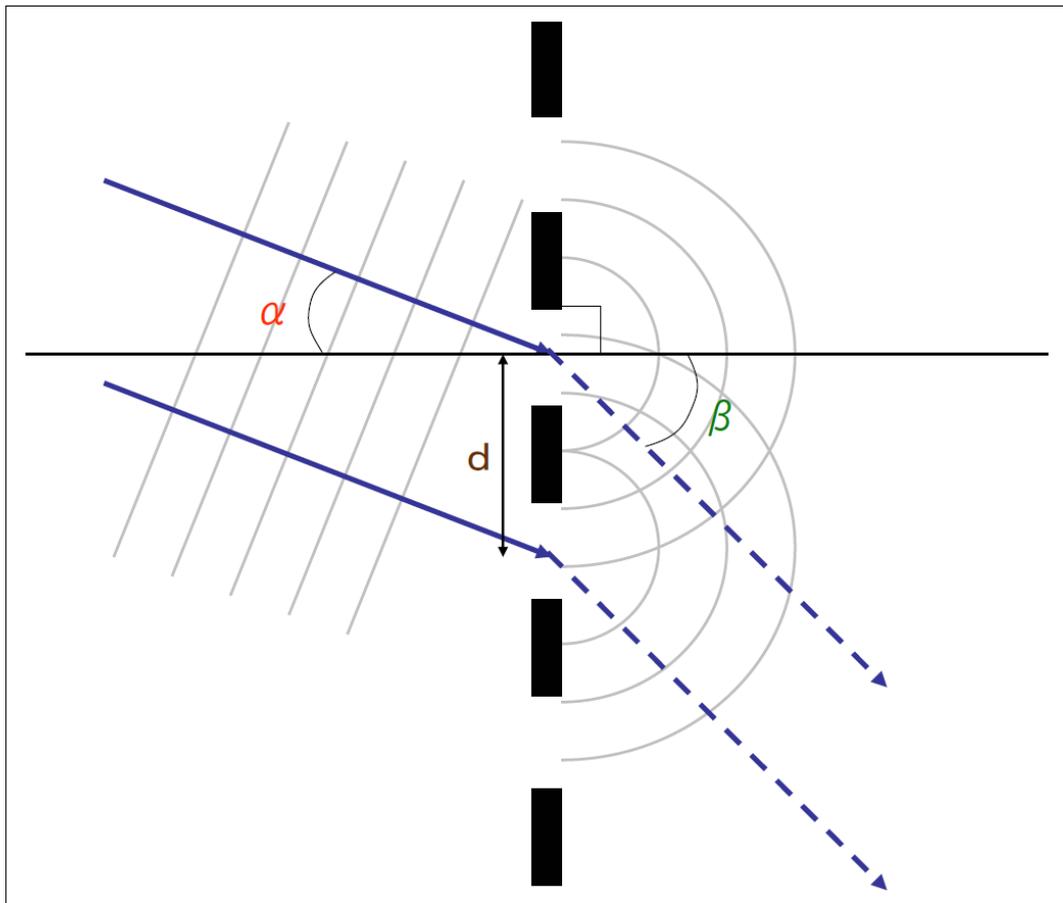


FIGURE 77.2 – Schéma d'un réseau par transmission.

Mais, qualitativement, on peut dire que le résultat sera de même nature qu'avec deux fentes : on obtiendra alternativement des zones lumineuses et des zones sombres sur un écran disposé derrière le réseau par rapport à la source.

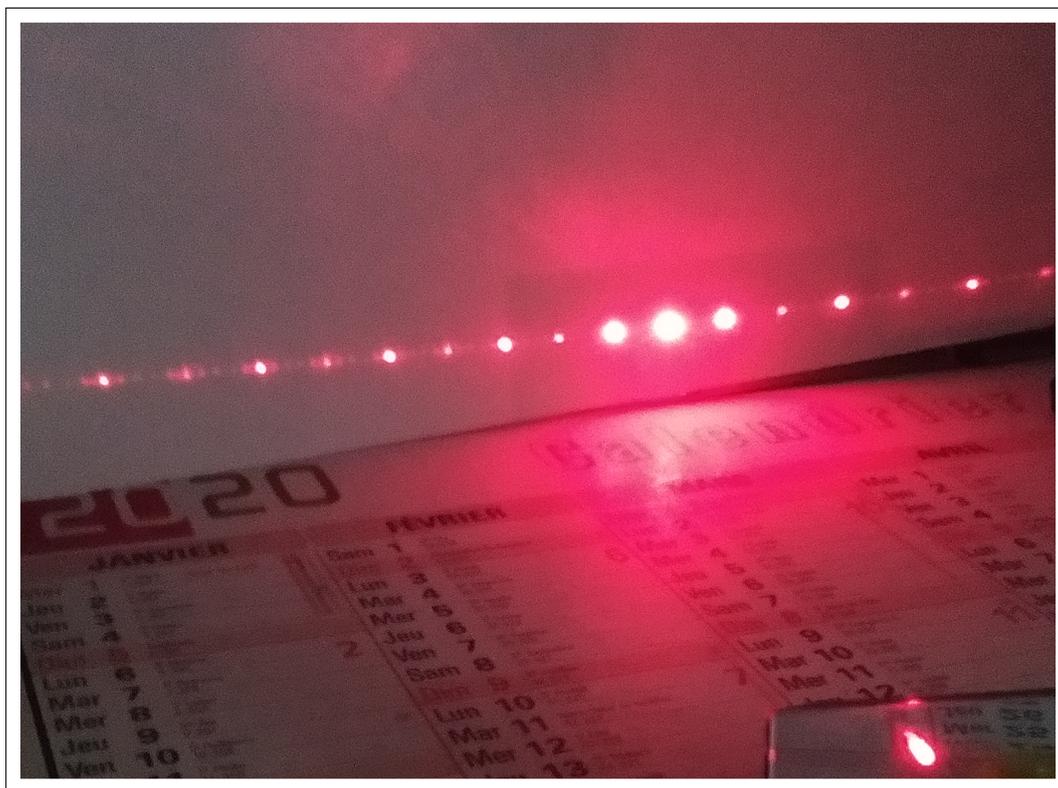


FIGURE 77.3 – Réseau par transmission : ordres.

La "tache" la plus lumineuse est dans l'axe optique et il lui est attribuée à l'ordre "0". Les "taches" à gauche et à droite reçoivent un numéro d'autant plus grand que la tache est éloignée de l'ordre "0". Le numéro sera négatif ou positif selon que la tache est à gauche ou à droite de l'ordre "0".

Plus l'ordre est grand en valeur absolue, moins la tache est lumineuse.

### (ii) Réseaux par réflexion

Le principe des réseaux par réflexion est de renvoyer la lumière en sens inverse par réflexion. Pour obtenir les interférences, la surface réfléchissante est "griffée" très régulièrement en parallèle.

Chaque "griffe" devient une petite source d'ondes. Ces ondes vont interférer sur le même principe que pour le réseau en transmission.

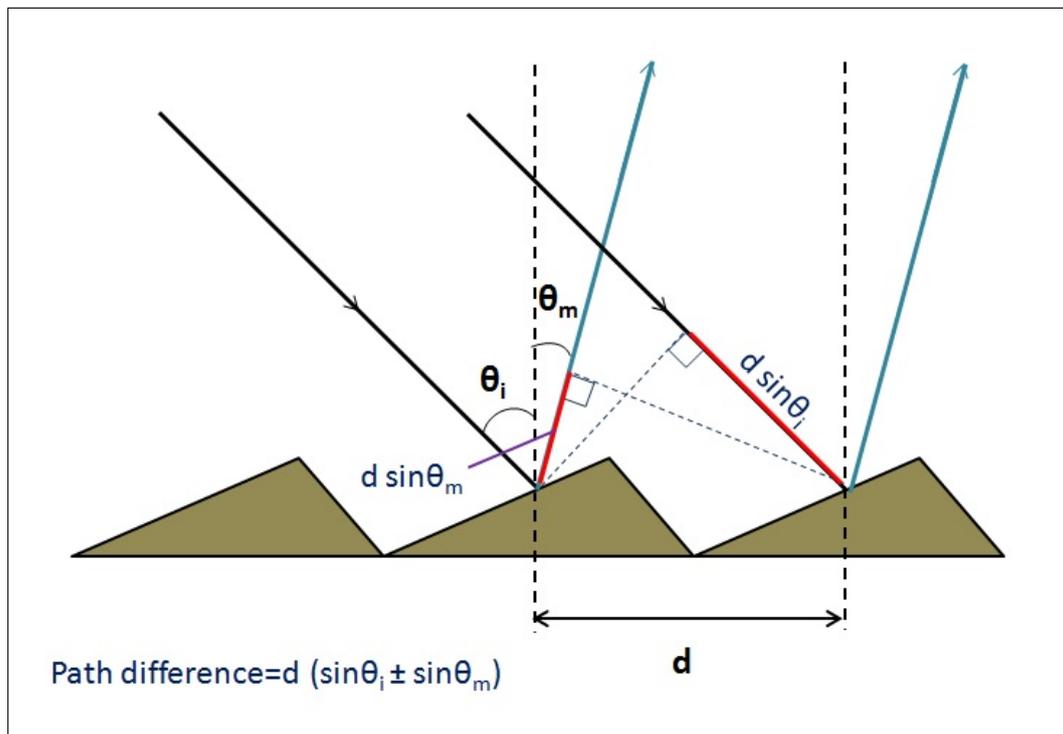


FIGURE 77.4 – Schéma d'un réseau par réflexion.

Le résultat sera essentiellement le même : on obtiendra alternativement des zones lumineuses et des zones sombres sur un écran disposé devant le réseau par rapport à la source.

La figure d'interférences obtenues connaît aussi des ordres comme pour les réseaux en transmission.

Des objets très familiers constituent d'excellents réseaux par réflexion.



FIGURE 77.5 – Un DVD comme réseau par réflexion.

Source : [wikipedia](https://fr.wikipedia.org/wiki/DVD)

### b) Aspect ondulatoire de la lumière et réseaux

La diffraction de la lumière donne des résultats dépendant de la longueur d'onde de la lumière diffractée.

Lorsque la lumière est diffractée, l'aspect sur un écran de la lumière diffractée apparaît différente selon la couleur (et donc la longueur d'onde) de la lumière.



FIGURE 77.6 – Diffraction de la lumière issue d'une lampe "blanche" par un même réseau.

## 2 Principe de l'analyse des spectres

Pour étudier en spectre, on va dès lors se concentrer sur l'ordre "+1" (ou "-1"). Ces ordres étant les plus lumineux des ordres à permettre une différenciation en couleurs.

Le dispositif utilisé pour analyser ce qu'on appelle le spectre d'une lumière est appelé un "spectroscope", un "spectromètre", un "spectrophotomètre" ou un "spectrographe" selon que l'on soit physicien, chimiste ou astronome.

Un spectromètre va enregistrer (ou filmer) l'image. La "tradition" en spectroscopie veut que les couleurs soient identifiées et mesurées en nm.

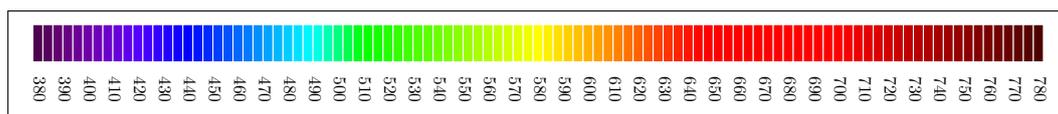


FIGURE 77.7 – Lien entre la couleur et la longueur d'onde.

On portera sur un graphique l'intensité lumineuse en fonction de la longueur d'onde.

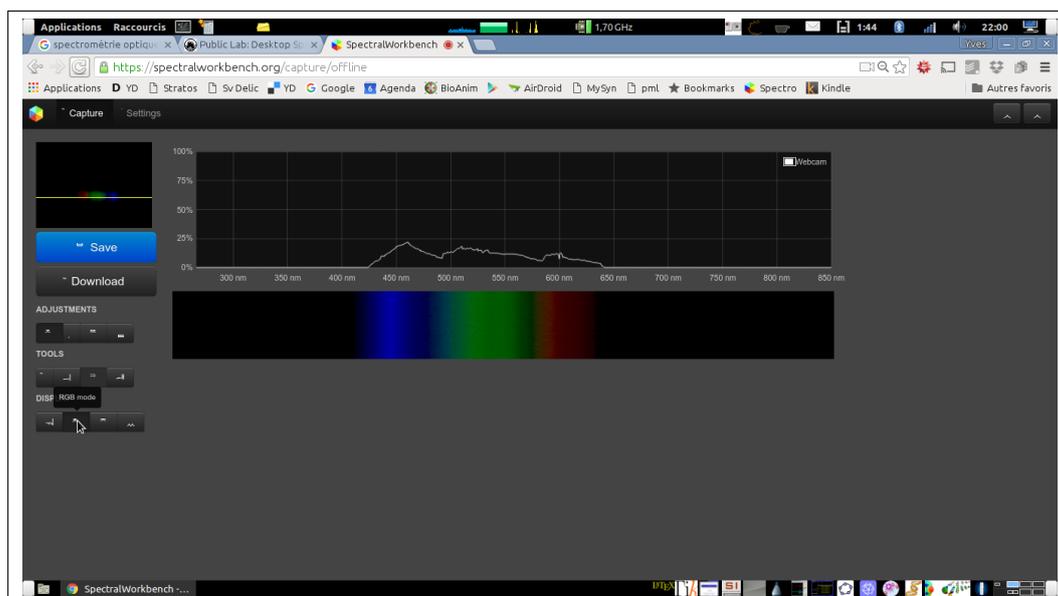


FIGURE 77.8 – Observation d'un spectre à l'ordre 1 : mesure en nm .

Certains dispositifs permettent d'observer simultanément le spectre et le graphique intensité lumineuse en fonction de la longueur d'onde, d'autres vont uniquement afficher le graphique.

## A Liens entre spectres et matières : analyse spectrale

Si on observe la lumière issue de différentes sources lumineuses, il devient vite évident que certaines substances offrent toujours un même type de spectre qui permet alors de les identifier.

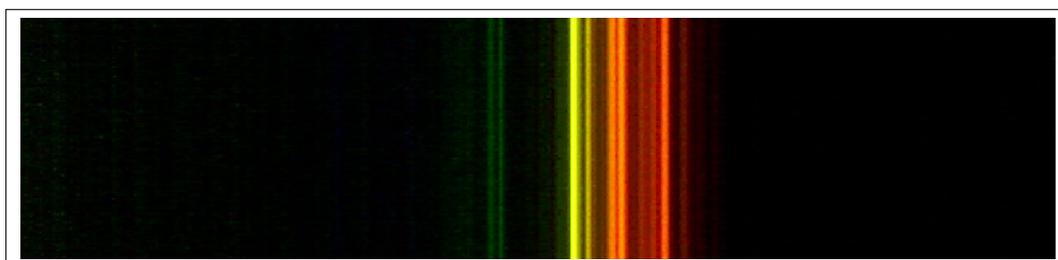


FIGURE 77.9 – Le spectre d'émission d'une lampe à néon.

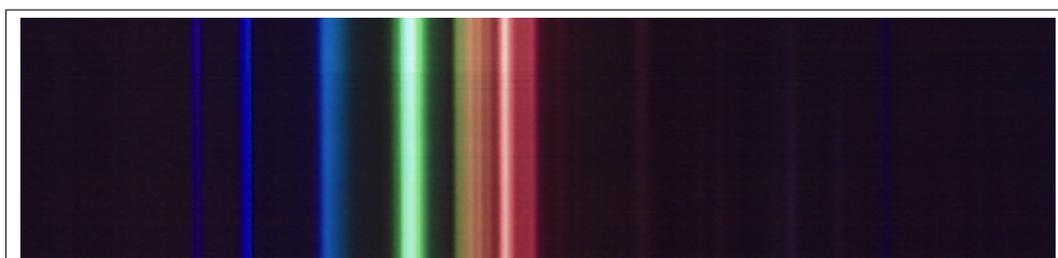


FIGURE 77.10 – Le spectre d'émission d'une lampe économique à mercure.

### a) Calibration des spectromètres

Il faut calibrer ces appareils. Pour ce faire on emploie des lampes avec des spectres très caractéristiques et bien connus.

Nous avons utilisé une lampe économique à mercure pour calibrer notre spectromètre.

Les vapeurs de mercure émettent en effet de la lumière à deux longueurs d'onde très caractéristiques :

On dit que le mercure a deux raies d'émission à

- 463 nm
- 546 nm

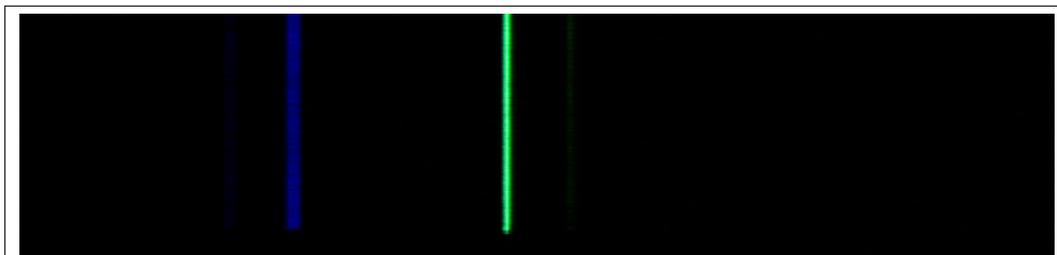


FIGURE 77.11 – Les deux raies caractéristiques du mercure.

L'observation de cette image permet de comprendre pourquoi on parle de "raie".

Les logiciels de spectrométrie permettent alors de calibrer l'observation sur ces raies caractéristiques.

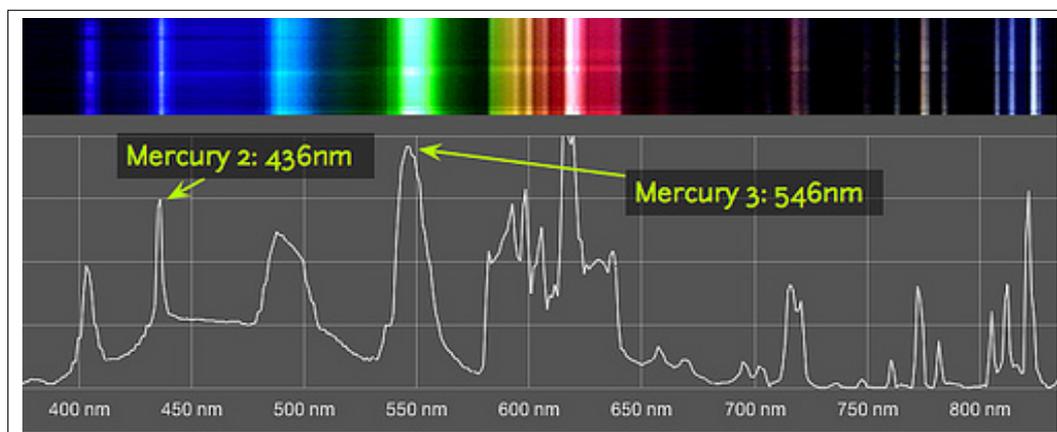


FIGURE 77.12 – Calibration avec une lampe économique à mercure.

## B Spectres d'émission et spectres d'absorption

Les différents spectres présentés jusqu'à présent étaient des spectres d'émission. Si on chauffe une substance (concentrons nous sur les gaz), cette substance va émettre de la lumière à des longueurs d'onde bien précises. Ces longueurs d'onde correspondent aux photons émis par des transitions entre orbitales électroniques.

C'est la mécanique quantique qui permet d'expliquer ces transitions.

Mais si de la lumière traverse un gaz, le gaz va absorber une partie de la lumière précisément à la (ou aux) longueur(s) d'onde où il aurait émis s'il avait été chauffé.

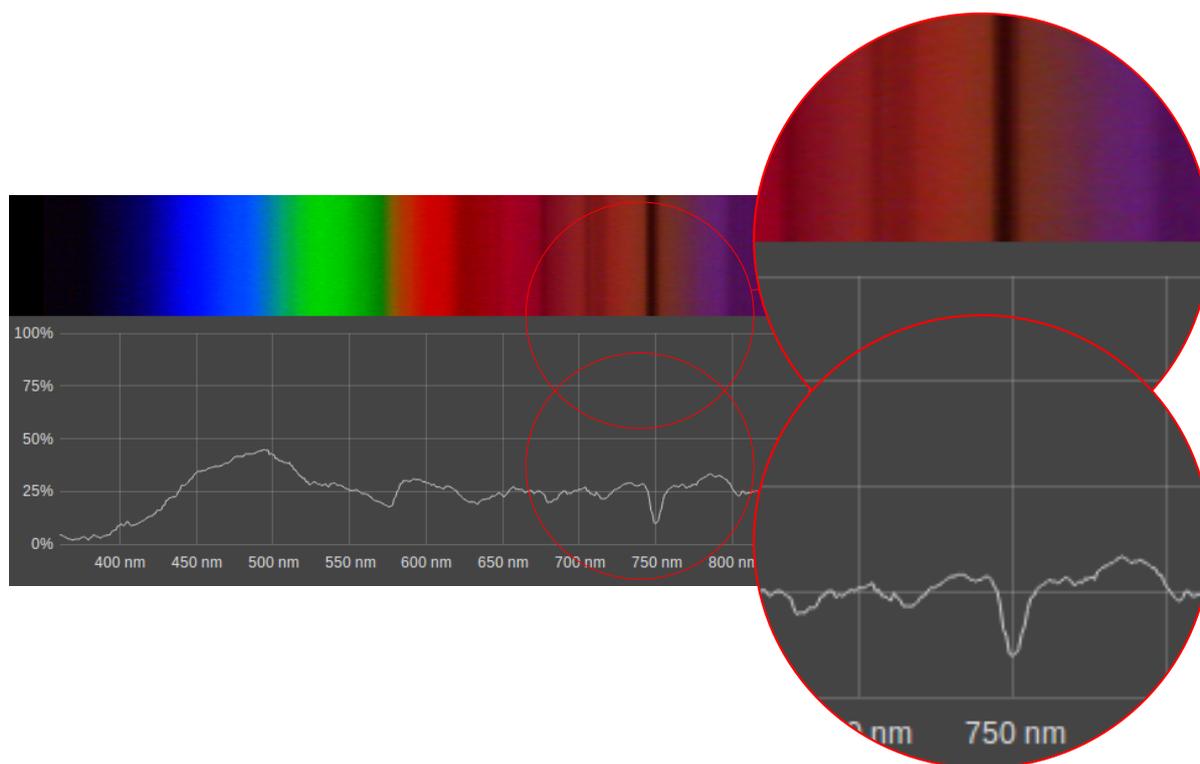


FIGURE 77.13 – Raie d'absorption de la vapeur d'eau dans la lumière solaire.

Des mesures d'absorption peuvent permettre de mesurer la quantité de matière absorbante via la loi de Beer-Lambert.

### 3 Spectres et transitions électroniques

Les essais d'explications des spectres d'émission et d'absorption ont participé à l'émergence de la physique moderne aux débuts du vingtième siècle.

#### A Le rayonnement du corps noir

À la fin du dix-neuvième siècle, les techniques de spectroscopie sont bien établies.

Ainsi, on connaît bien la relation expérimentale connue sous le nom de "loi de Wiens" qui établit la relation entre la température à laquelle est chauffé un corps "idéal" et le spectre émis par ce corps.

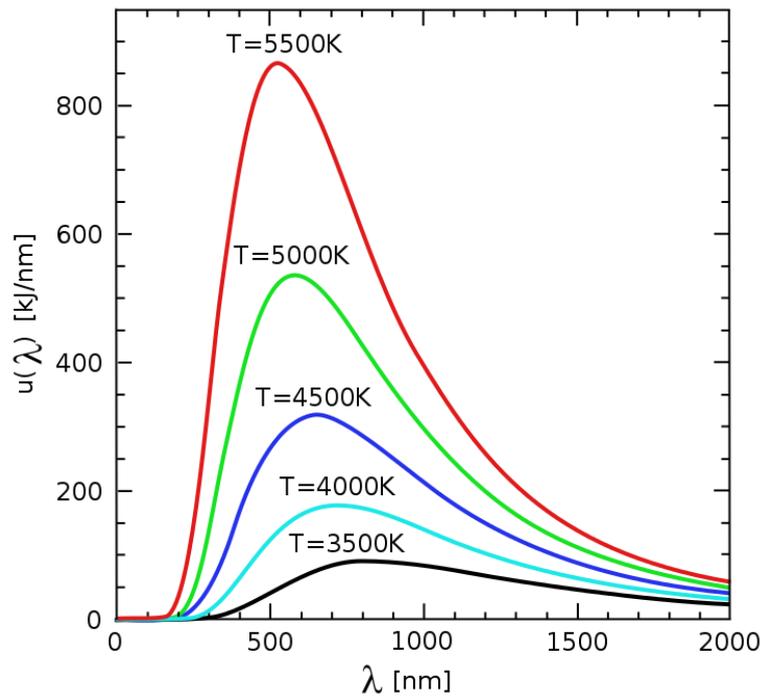


FIGURE 77.14 – La loi de Wiens.

Plus un corps est chaud, plus le "pic" de son spectre se décale vers de grandes fréquences. C'est ce qu'on appelle le "rayonnement du corps noir".

Cette propriété intéresse, entre autres, les entrepreneurs de la métallurgie. Ainsi, elle permet connaître la température du métal dans un haut-fourneau.



FIGURE 77.15 – Le corps noir : métaux chauffés.

Cependant, les modèles classiques de la matière ne permettent pas d'expliquer ce qui est observé. Selon ces modèles, tous les corps devraient émettre principalement dans les ultra-violets!

Cette "catastrophe ultraviolette" fait partie des sujets de débat des plus grands esprits du début du vingtième siècle.

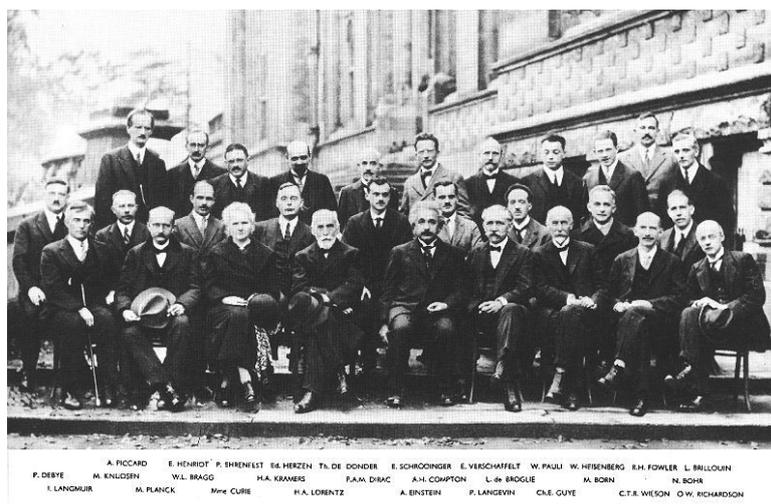


FIGURE 77.16 – Photographie de groupe du congrès Solvay à La Huelpe en 1927.

Cette "catastrophe ultraviolette" comme elle sera nommée aboutira aux travaux de Planck.

Planck, en quantifiant les niveaux d'énergie possibles, élabore un modèle qui permet d'expliquer ce qui est observé. C'est un des moments fondateurs de la mécanique quantique.

## B Modèle atomique de Bohr

Les recherches du début du vingtième siècle amène Bohr a proposé son célèbre modèle atomique.

### a) Flammes colorées et modèle en couches

On sait bien à l'époque que les sels des métaux mis dans une flamme provoque une coloration de la flamme qui est caractéristique du métal impliqué.



FIGURE 77.17 – Flamme colorée : lithium.



FIGURE 77.18 – Flamme colorée : sodium.



FIGURE 77.19 – Flamme colorée : potassium.

La réflexion sur cette question produit d'abord le modèle "en couches" des orbitales électroniques dans l'atome.

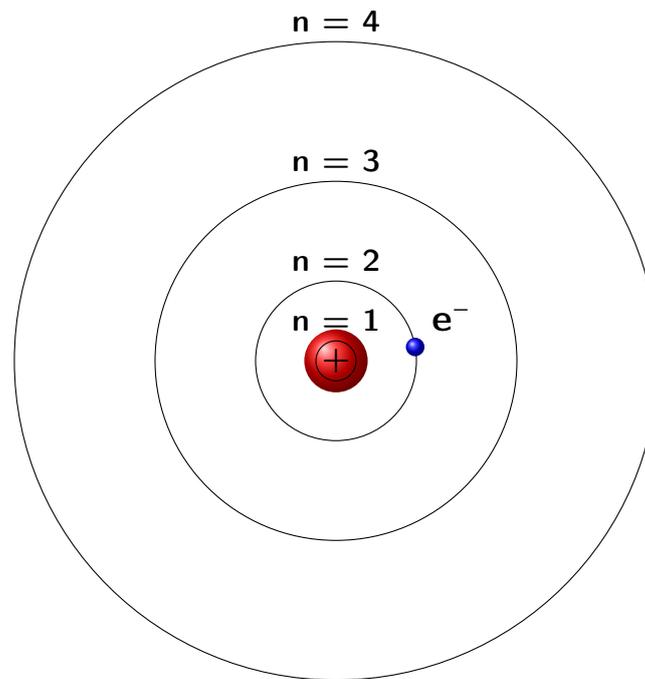


FIGURE 77.20 – Modèle de Bohr : Niveaux d'énergie des couches électroniques.

### b) Transitions électroniques et spectres

Le modèle atomique de Bohr permet d'aborder l'explication des spectres.

Les électrons en passant d'une couche à une autre, soit par émission soit par absorption d'énergie, sont la cause des raies d'émission ou d'absorption dans les spectres.

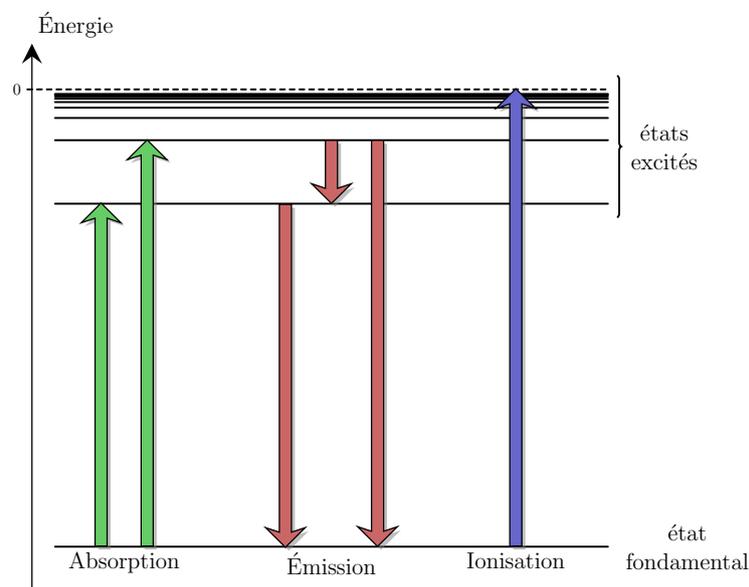


FIGURE 77.21 – Modèle de Bohr : Transitions électroniques en émission ou en absorption.

### c) Le prince et la mécanique quantique

Un français avec un statut un peu particulier, le prince Louis de Broglie, propose en explication à ces "couches" électroniques : les électrons sont à la fois des ondes et des particules.

Le modèle de Bohr s'enrichit : Les couches correspondent à des modes stationnaires de ces ondes.

La dualité "onde-particule" se confirme avec le temps et les découvertes.

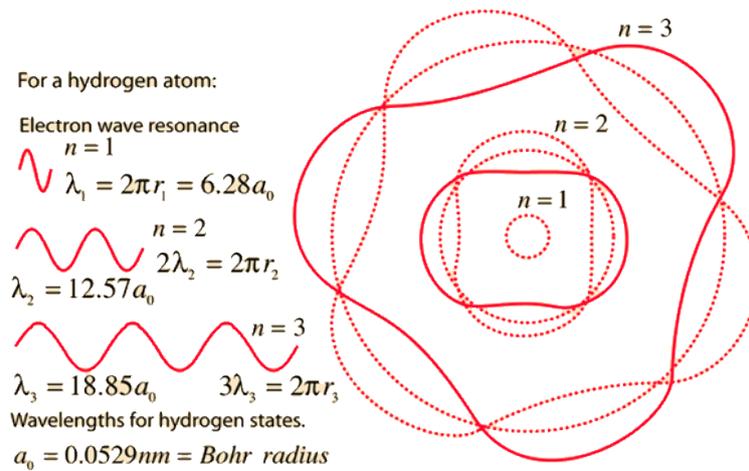


FIGURE 77.22 – Modèle de Bohr : Couches et modes stationnaires.

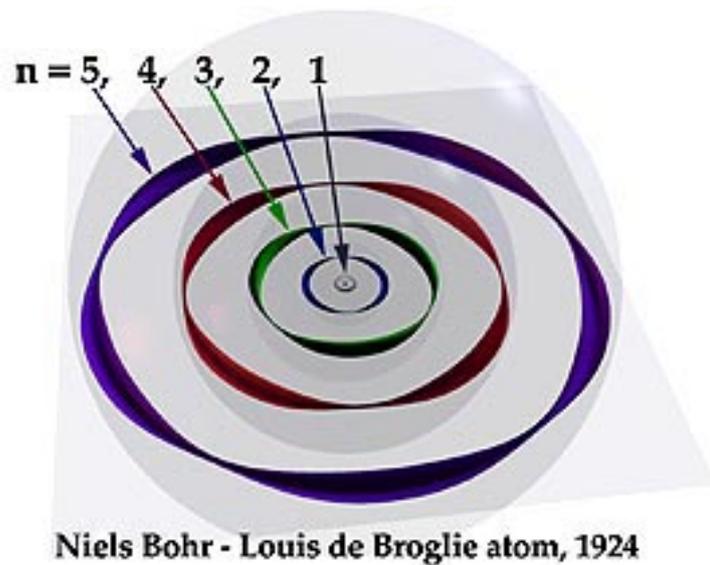


FIGURE 77.23 – Modèle de Bohr : Autre vision des modes stationnaires.

#### d) Développement du modèle de Bohr

Le nombre correspondant à la couche électronique est appelé "nombre quantique" principal. Il est désigné par la lettre "n" et c'est un naturel non nul :  $n \in \mathbb{N}_0$ .

Au fil des découvertes d'autres nombres quantiques sont venus s'ajouter "l", "m", et "s" pour expliquer la structure des orbitales électroniques de l'atome.

Même si ce modèle peut sembler complexe au néophyte, il ne permet guère de prévoir de manière correcte que le comportement de l'atome d'hydrogène.

Il permet cependant de comprendre nombre d'autres phénomènes observés en spectroscopie.

C'est sur cette base que c'est construite la mécanique quantique et sans elle nombre d'outils de notre quotidien n'existeraient pas : pas de transistor et donc pas d'ordinateur ou de smartphone, forcément pas d'internet, pas de laser et donc ni CD ni dvd, pas de chirurgie au laser non plus...

## C Spectres moléculaires

Si les électrons connaissent des transitions dans les atomes, les liaisons entre atomes forment parfois des orbitales "moléculaires". Des transitions entre niveaux d'énergie y sont aussi possibles et des spectres peuvent y être associés.

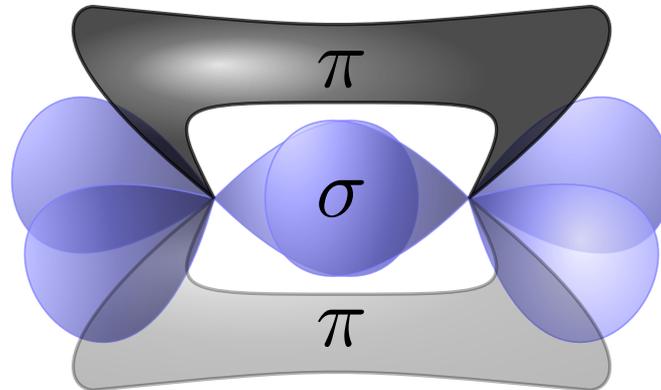


FIGURE 77.24 – Liaisons moléculaires : représentation de la double liaison  $\pi - \sigma$  entre les deux carbones de  $C_2H_4$ .

## 4 Applications

### A Spectres des étoiles

L'analyse chimique d'objets matériellement inatteignables par ailleurs est possible grâce à la spectroscopie.

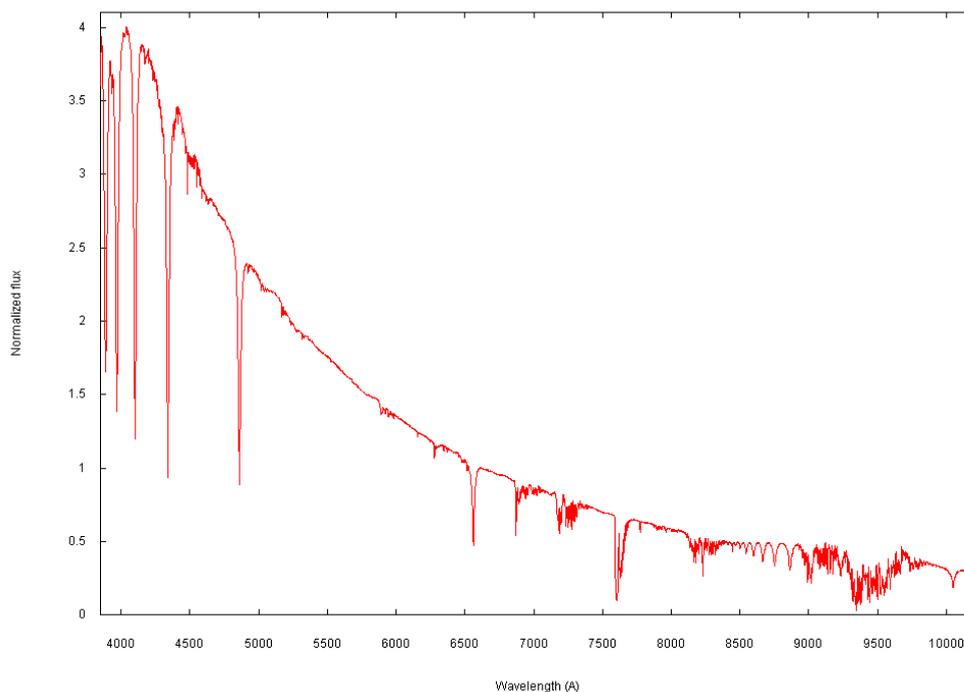


FIGURE 77.25 – Spectre de l'étoile Vega dans la constellation de la Lyre.

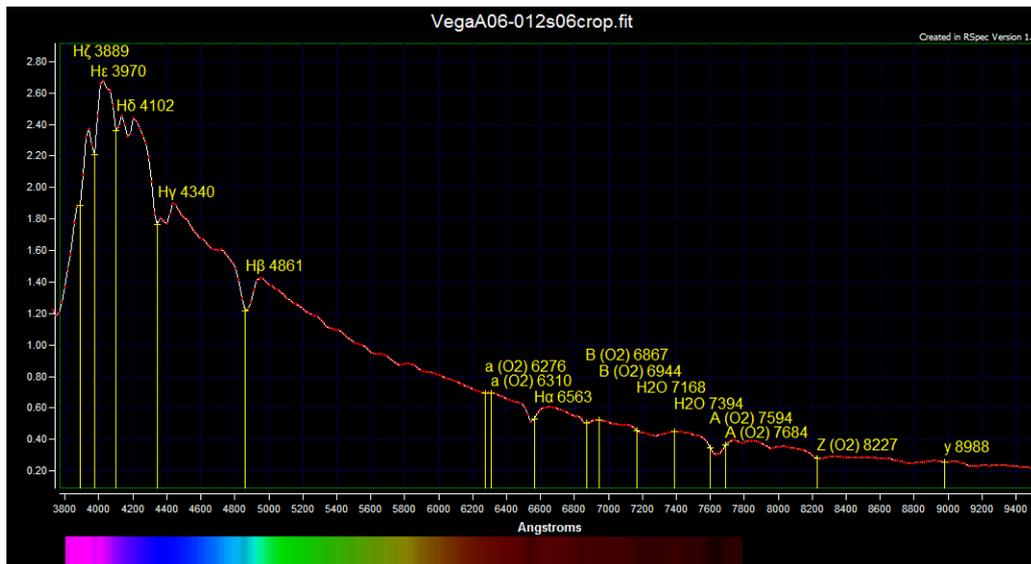


FIGURE 77.26 – Analyse chimique du spectre de Vega.

## B Analyse chimique en général

La spectrométrie en absorption permet de détecter, par exemple, des polluants et de déterminer leur concentration.

## C Effet Doppler et spectres des astres

Le décalage de raies connues permet de savoir si un astre se rapproche ou s'éloigne de nous.

L'observation des raies des galaxies et leur analyse par Hubble a permis de déduire que l'univers était en expansion et de calculer son âge.

# Chapitre 78

## Mécanique quantique

### Sommaire

---

1	Rappel : Le modèle de Rutherford-Chadwick . . . . .	<b>624</b>
	A    Notion d'isotope . . . . .	624
2	Faits expérimentaux . . . . .	<b>625</b>
	A    Flammes colorées . . . . .	625
	B    Le rayonnement du corps noir . . . . .	625
	C    Constat . . . . .	625
3	Le modèle de Bohr . . . . .	<b>625</b>
	A    Les niveaux d'énergie des électrons . . . . .	625
	B    Le modèle de Bohr (1913) . . . . .	627
4	Au-delà du modèle de Bohr . . . . .	<b>629</b>
	A    Les quatre nombres quantiques : $n, l, m, s$ . . . . .	629
	B    Le remplissage des couches selon les quatre nombres quantiques . . . . .	630
	C    Les règles de remplissage des orbitales . . . . .	633
	D    Structure électronique des atomes . . . . .	634

---

## Introduction

Nous allons ici revoir rapidement le modèle atomique tel qu'il existait au tout début du vingtième siècle : le modèle dit de Rutherford-Chadwick. Nous irons ensuite jusqu'à faire une très courte introduction de mécanique quantique pour expliquer quelques aspects des orbitales électroniques. Ces quelques notions de la structure des atomes nous serviront dans les chapitres ultérieurs à mieux comprendre les mécanismes de formations des molécules.

### 1 Rappel : Le modèle de Rutherford-Chadwick

Selon ce modèle, l'atome constitué

- d'un noyau :
  1. au centre de l'atome
  2. constitué de  $p^+$  et  $n^0$
  3.  $n_{p^+}$  fixe identité de l'atome
  4.  $m_{p^+} \simeq m_{n^0}$
  5.  $m_{\text{atome}} \simeq m_{\text{noyau}}$
  6.  $\varnothing_{\text{atome}} \simeq 10^4 \cdot \varnothing_{\text{noyau}}$
- d'un (ou d') electron(s) :
  1. en orbite autour du noyau (cfr. système planétaire)
  2.  $|q_{e^-}| = q_{p^+}$
  3.  $n_{e^-} = n_{p^+}$  : atome électriquement neutre
  4.  $m_{e^-} \simeq \frac{1}{1000} m_{p^+}$

#### A Notion d'isotope

C'est le nombre de protons qui donne l'identité chimique d'un élément. Le nombre de neutrons peut être variable.

**Définition 126** (Isotopes).

Des *isotopes* différents d'un même élément sont des atomes (ou groupes d'atomes) qui ont le même nombre de protons mais des nombres différents de neutrons.

(i) **Exemple** : Le carbone courant est le carbone 12 : 6  $p^+$  et 6  $n^0$ . Mais tout le monde connaît le carbone 14 : 6  $p^+$  et 8  $n^0$ .

Reprécisons quelques notations :

#### a) Isotopes : Z, A

L'isotope d'un élément X va désormais s'écrire de la manière suivante :

$${}^A_Z X \quad (78.1)$$

où :

- X est le symbole chimique de l'élément tel qu'utilisé dans le tableau périodique ;
- Z est le numéro atomique (= le nombre de  $p^+$  = la "place" dans le tableau périodique) ;
- A est le nombre de masse (= le nombre de nucléons = le nombre de  $p^+$  + le nombre de  $n^0$ ).

### b) Masse atomique

La notion d'isotope permet de comprendre les valeurs parfois surprenantes des masses atomiques trouvées dans le tableau périodique.

Celles-ci sont en effet la moyenne pondérée des masses atomiques des isotopes d'un même élément. La proportion des différents isotopes change selon les éléments.

## 2 Faits expérimentaux

Certains faits expérimentaux ne peuvent pas s'expliquer par le modèle atomique de Rutherford.

### A Flammes colorées

En effet, certaines substances chauffées émettent un rayonnement lumineux caractéristique du métal qu'elles contiennent.

- $NaCl$  chauffé conduit à l'apparition d'une lumière *orange*.
- $LiCl$  chauffé conduit à l'apparition d'une lumière *pourpre*.
- $KCl$  chauffé conduit à l'apparition d'une lumière *violette*.

### B Le rayonnement du corps noir

De même, au début du 20<sup>ème</sup> siècle, les ingénieurs cherchent à déterminer la température des métaux en fusion grâce à la couleur du rayonnement lumineux émis.

### C Constat

Cette émission de lumière ne s'explique pas par le modèle de Rutherford!

## 3 Le modèle de Bohr

Bohr a proposé un modèle qui, lui, permet d'expliquer ces observations.

### A Les niveaux d'énergie des électrons

#### a) Exemple des alcalins

$Li$ ,  $Na$  et  $K$  font tous trois partie de la famille des *alcalins*.

Ils possèdent donc des propriétés similaires. Pourtant, ils se comportent différemment dans une flamme!

#### b) Niveaux fondamental et excité

Avant d'être mis dans la flamme, les atomes sont dans un état stable, appelé *état fondamental*.

Dans la flamme, l'énergie calorifique reçue par le métal n'est pas suffisante pour perturber le noyau de l'atome.

Mais les électrons, eux, absorbent cette énergie calorifique. Ils sont alors excités c'est-à-dire qu'ils sont passés d'un niveau d'énergie fondamental ( $E_a$ ) à un niveau d'énergie supérieure

Or, suivant un principe de physique élémentaire, plus un corps possède de l'énergie, plus il a tendance à la perdre.

C'est pourquoi les électrons excités reviennent à leur niveau fondamental d'énergie en restituant l'énergie absorbée sous forme d'énergie lumineuse.

### c) Niveaux d'énergie et couleurs

Mais alors, pourquoi une coloration caractéristique pour chaque métal?

Nous savons que la lumière blanche peut être

- assimilée à de l'énergie ;
- décomposée dans un prisme en une série de raies de lumières colorées, chacune des couleurs correspondant à une énergie bien précise .

Représentons ici le spectre des couleurs et schématisons les énergies associées.

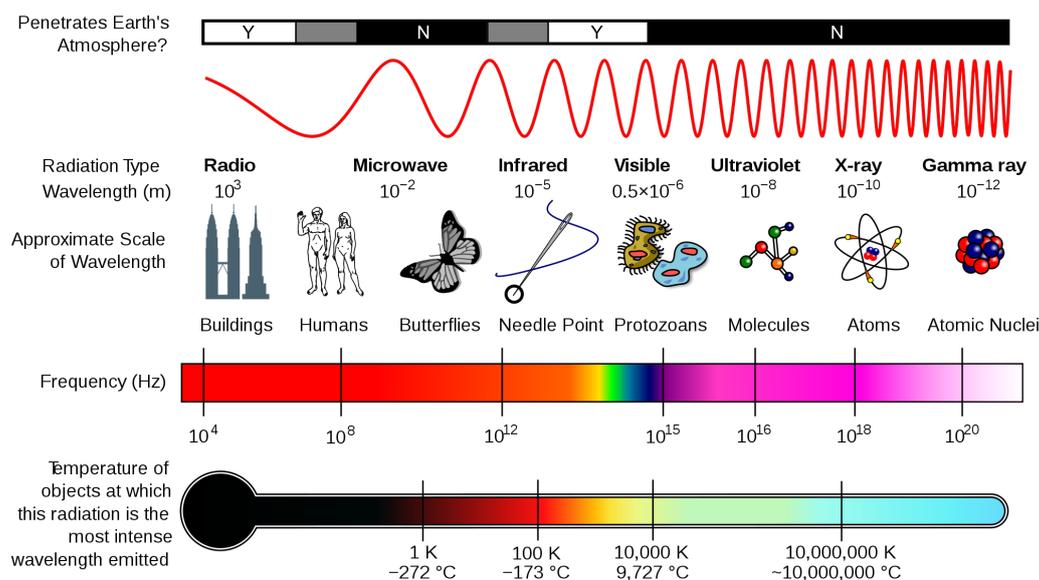


FIGURE 78.1 – Spectre de la lumière et des ondes électromagnétiques

Source : Wikipedia

Donc, la coloration pourpre propre au *lithium* traduit une restitution d'énergie moins importante que celle, orange du *sodium*, qui elle-même est moins importante que celle violette du *potassium*.

Si la quantité d'énergie restituée est différente, c'est que la quantité d'énergie absorbée était différente dans les trois cas.

Les électrons excités peuvent atteindre des niveaux d'énergie différents.

En conséquence, il faut admettre que les électrons sont situés à différents niveaux d'énergie dans les atomes!

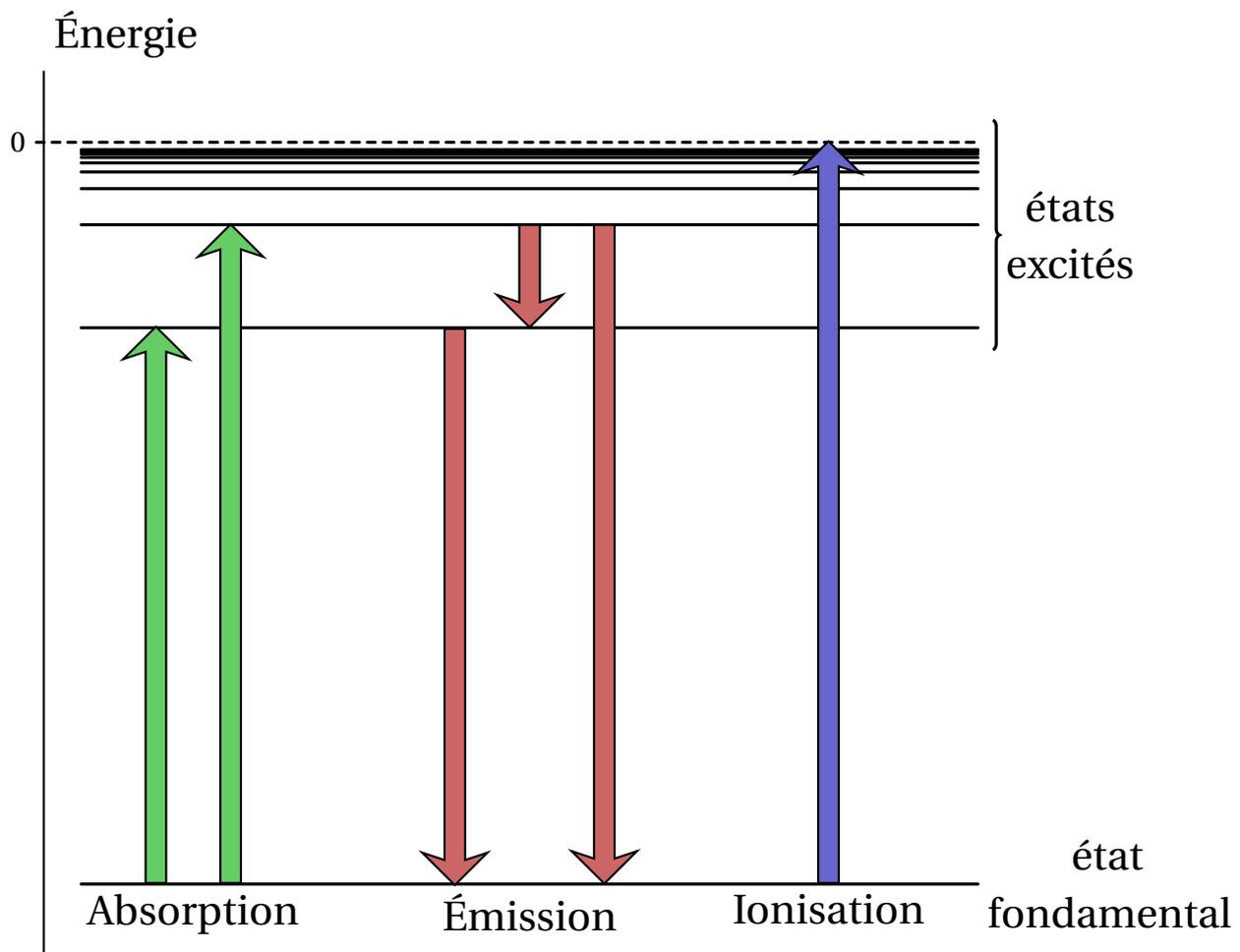


FIGURE 78.2 – Transitions électroniques dans l'atome de Bohr.

#### d) Modification du modèle de Rutherford-Chadwick

Le modèle de Rutherford-Chadwick doit donc être modifié, et il faut admettre que les atomes se différencient non seulement par leur nombre total d'électrons, mais aussi par les différents niveaux d'énergie occupés par ces électrons.

En fait, on peut concevoir ces niveaux d'énergie comme les marches d'un escalier au pied duquel se trouve le noyau. L'électron peut être sur une marche, mais pas entre deux marches. A chaque marche, correspond un niveau d'énergie bien précise, et les énergies intermédiaires n'existent pas!

L'énergie est donc *quantifiée* et non continue.

Dans la flamme, grâce à l'énergie reçue, l'électron monte l'escalier, puis il redescend d'une marche en émettant un rayonnement lumineux caractéristique.

## B Le modèle de Bohr (1913)

Atome constitué de

- noyau t.q.
  1. au centre de l'atome
  2. constitué de  $p^+$  et  $n^0$
  3.  $n_{p^+}$  fixe identité de l'atome
  4.  $m_{p^+} \simeq m_{n^0}$

5.  $m_{\text{atome}} \simeq m_{\text{noyau}}$
6.  $\varnothing_{\text{atome}} \simeq 10^4 \cdot \varnothing_{\text{noyau}}$

- électrons t.q.

1.  $|q_{e^-}| = q_{p^+}$
2.  $n_{e^-} = n_{p^+}$  : atome électriquement neutre
3.  $m_{e^-} \simeq \frac{1}{1000} m_{p^+}$
4. en orbite autour du noyau
5. situés sur des couches distinctes correspondant à des niveaux d'énergie

L'électron ne peut donc se trouver que sur une marche, une « couche » bien précise, correspondant chacune à un niveau d'énergie : son énergie est donc quantifiée.

### a) Les couches K, L et M

A partir du noyau, on trouvera :

- la couche *K* où se trouvent les électrons de niveau d'énergie  $n = 1$  (niveau d'énergie le plus bas);
- la couche *L*, où se situent les électrons de niveau d'énergie  $n = 2$ ;
- la couche *M* où se situent les électrons de niveau d'énergie  $n = 3$ ;
- et ainsi de suite...

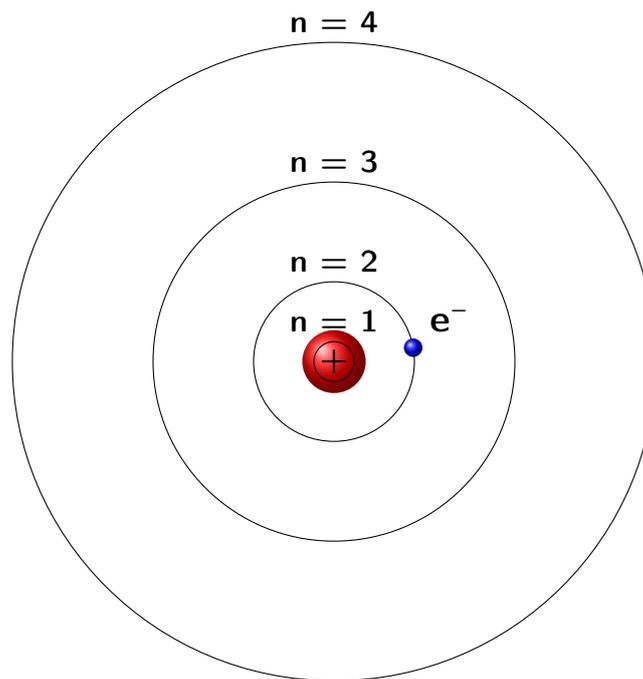


FIGURE 78.3 – L'atome de Bohr.

### b) Nombre d'électrons par couche

Selon ce modèle, chacune des couches est occupée par un ou plusieurs électrons.

Les électrons de même charge négative exercent des forces de répulsion entre eux. Il ne peut pas y avoir plus de  $2n^2$  électrons par couche. D'autres règles entrent en jeu que nous étudierons plus tard.

Couche K :  $n = 1 \Rightarrow 2 \times 1^2 = 2$  électrons

" M :  $n = 2 \Rightarrow 2 \times 2^2 = 8$  électrons

" L :  $n = 3 \Rightarrow 2 \times 3^2 = 18$  électrons

Pour un atome au repos, les électrons occupent les niveaux énergétiques les plus bas, c'est-à-dire les niveaux les plus proches du noyau.

Plus l'atome est lourd, plus le remplissage des dernières couches peut devenir irrégulier, car l'attraction du noyau se fait moins sentir.

Un apport d'énergie égal à la différence d'énergie entre deux niveaux peut provoquer le passage d'un électron à un niveau d'énergie supérieur : l'atome est alors excité. Il retombera au niveau fondamental quand l'électron regagnera son niveau d'énergie initial en restituant l'énergie excédentaire sous forme de lumière.

## 4 Au-delà du modèle de Bohr

Le modèle de Bohr fut élaboré vers 1912. Très vite, il a montré ses limites et, vers 1924, un modèle plus complet fut proposé.

Pour décrire l'état d'un électron en mécanique quantique, il faut quatre nombres quantiques.

Ainsi, on voit apparaître des "sous-couches" que nous appellerons désormais "orbitales". Ces orbitales sont les zones de l'espace où l'électron a la probabilité maximale de se trouver pour des valeurs données de ces quatre nombres quantiques.

### A Les quatre nombres quantiques : $n$ , $l$ , $m$ , $s$

Passons maintenant en revue ces quatre nombres quantiques de l'électron ainsi que leurs caractéristiques.

#### a) Le nombre quantique principal : $n$

$n$  décrit le niveau d'énergie de l'électron.

$n$  est un nombre naturel non nul :  $n \in \mathbb{N}_0$

Retenons que  $n = \{1, 2, 3, \dots\}$

#### b) Le nombre quantique de moment angulaire : $l$

$l$  décrit la forme de l'orbitale de l'électron.

Les formes des orbitales peuvent s'expliquer par les harmoniques sphériques.

$l$  est un naturel :  $l \in \mathbb{N}$

$l$  est lié à  $n$  par la relation suivante :  $0 \leq l \leq n - 1$

Retenons que  $l = \{0, \dots, n - 1\}$

#### c) Le nombre quantique magnétique : $m$

$m$  décrit l'orientation de l'orbitale de l'électron.

Ceci est associé au fait qu'un électron en mouvement peut être identifié à un courant et qu'un courant provoque l'apparition d'un champ magnétique.

$m$  est un entier :  $m \in \mathbb{Z}$

$m$  est lié à  $l$  par la relation suivante :  $-l \leq m \leq +l$

Retenons qu'il existe  $2l + 1$  possibilités différentes.

**Les orbitales s, p, d, f** Des noms "traditionnels" de la spectroscopie sont encore donnés selon le nombres de possibilités.

Ainsi, si  $l$  vaut 0, il y a 1 seule valeur possible pour  $m$  et on parlera d'orbitale "s". (s pour "sharp"<sup>1</sup>)

Si  $l$  vaut 1, il y a 3 valeurs possibles pour  $m$  et on parlera d'orbitale "p" (pour "principal").

Si  $l$  vaut 2, il y a 5 valeurs possibles pour  $m$  et on parlera d'orbitale "d" (pour "diffuse").

Si  $l$  vaut 3, il y a 7 valeurs possibles pour  $m$  et on parlera d'orbitale "f" (pour "fundamental").

Les orbitales suivantes sont données par l'ordre alphabétique : "g, h ..."

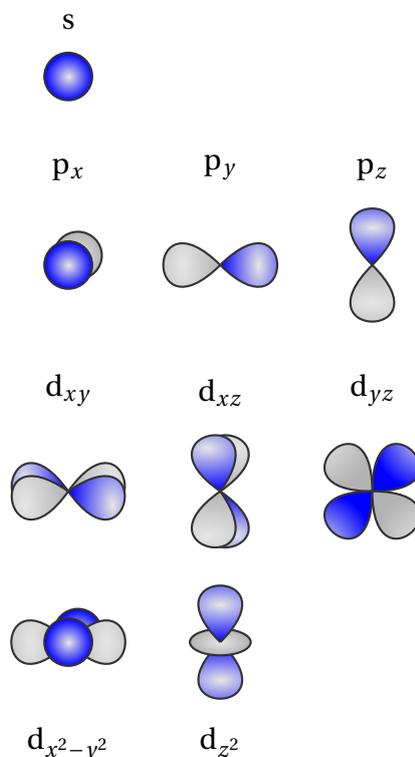


FIGURE 78.4 – La forme des orbitales "s", "p" et "d"

#### d) Le nombre quantique de spin : s

Le nombre quantique de spin  $s$  est dû au fait que l'électron, indépendamment de son mouvement autour du noyau, se comporte comme un petit aimant.

"s" pour l'électron ne peut avoir que deux valeurs :  $+\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{2}$ . On dit que le spin de l'électron est "demi-entier". D'autres valeurs de "s" sont possibles pour d'autres particules.

Retenons qu'il existe 2 possibilités différentes :  $+\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{2}$ , et qu'on les écrit aussi comme suit :  $\uparrow\downarrow$ . On parle de spin "up"  $\uparrow$  et "down"  $\downarrow$ .

## B Le remplissage des couches selon les quatre nombres quantiques

Résumons le remplissage des couches électroniques dans un tableau. Nous y indiquerons les quatre nombres quantiques.

Précisons de suite que le nombre d'électrons dans une orbitale est indiqué en exposant d'une de ces lettres et que l'on met devant la lettre le chiffre indiquant la couche.

Ainsi, si  $n$  vaut trois et  $l$  vaut un, on peut avoir au maximum six électrons, cette orbitale remplie au maximum s'écrira :  $3p^6$

1. Cette signification et les suivantes sont données à titre informatif.



n (= n° de couche) $n = \{1, 2, 3, \dots\}$	l forme $0 \leq l \leq n - 1$	m orientation $\#m = 2l + 1$	s spin max.=2	notation	nbre. max d' $e^-$ par orbitale	nbre. max d' $e^-$ par couche
1	s (l=0)	1 (m=1)	$\uparrow\downarrow$	$1s^2$	2	2
2	s (l=0)	1 (m=1)	$\uparrow\downarrow$	$2s^2$	2	8
	p (l=1)	3 (m=2.1+1)	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$2p^6$	6	
3	s (l=0)	1 (m=1)	$\uparrow\downarrow$	$3s^2$	2	18
	p (l=1)	3 (m=2.1+1)	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$3p^6$	6	
	d (l=2)	5 (m=2.2+1)	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$3d^{10}$	10	
4	s	1	$\times 2$	$4s^2$	2	32
	p	3	$\times 2$	$4p^6$	6	
	d	5	$\times 2$	$4d^{10}$	10	
	f	7	$\times 2$	$4f^{14}$	14	

TABLE 78.1 – Le nombre d' électrons par couches selon les quatre nombres quantiques

## C Les règles de remplissage des orbitales

Étudions maintenant comment les orbitales se remplissent. Pour ce faire, il faut faire appel à trois règles.

### a) Le principe d'exclusion de Pauli

En 1925, Pauli a formulé une règle pour les électrons qui fut étendue par la suite à toutes les particules de spin "demi-entier" ou fermions : les électrons mais aussi les protons, neutrons, neutrinos et quarks.

Cette règle affirme que deux fermions ne peuvent se trouver en même lieu dans un même état quantique.

Retenons que deux électrons ne peuvent pas se trouver dans un même atome avec exactement les mêmes nombres quantiques.

### b) La règle de Klechkowski et le mélange des couches

L'étude des spectres d'émission des atomes a amené les scientifiques à réaliser que les niveaux d'énergie des orbitales étaient mélangés selon des règles bien précises.

La règle applicable est appelée la règle de Klechkowski

#### Règle 1 (Règle de Klechkowski).

*Les orbitales se remplissent selon " $n + l$ " croissant (En cas d'égalité, l'orbitale avec le plus petit  $n$  est remplie en premier lieu.)*

Concrètement, cette règle se traduit par le diagramme de Klechkowski.

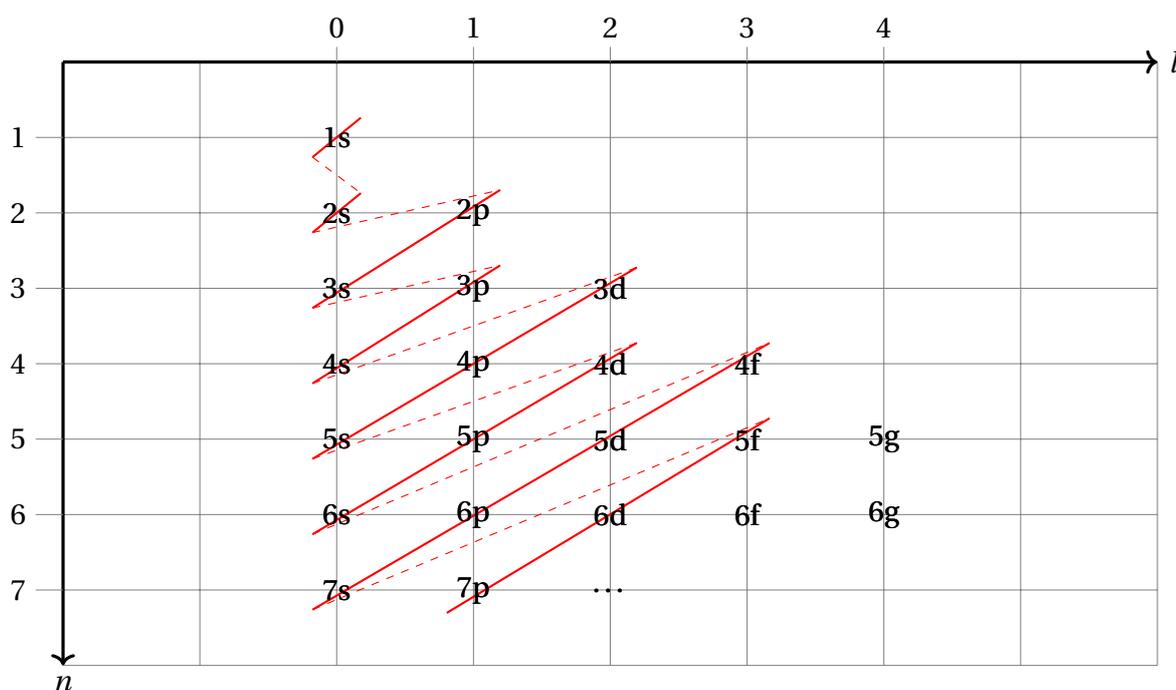


FIGURE 78.6 – Le diagramme de Klechkowski.

### c) La règle de Hund

Bien qu'il existe en réalité plusieurs règles de Hund, nous résumerons ces règles comme une règle unique.

#### Règle 2 (Règle de Hund).

*Dans une configuration électronique donnée, l'énergie minimale correspond au spin total qui est maximum.*

Rappelons qu'un système est dans son état le plus stable lorsque son énergie totale est minimale.

Les couches remplies ne sont pas prises en compte puisque leur énergie est aussi basse que possible.

Mais, lorsqu'une sous-couche ne sera pas complètement remplie, on la remplira d'abord avec des électrons de spin "up".

Nous reparlerons de cette règle lorsque nous discuterons de la règle de l'octet.

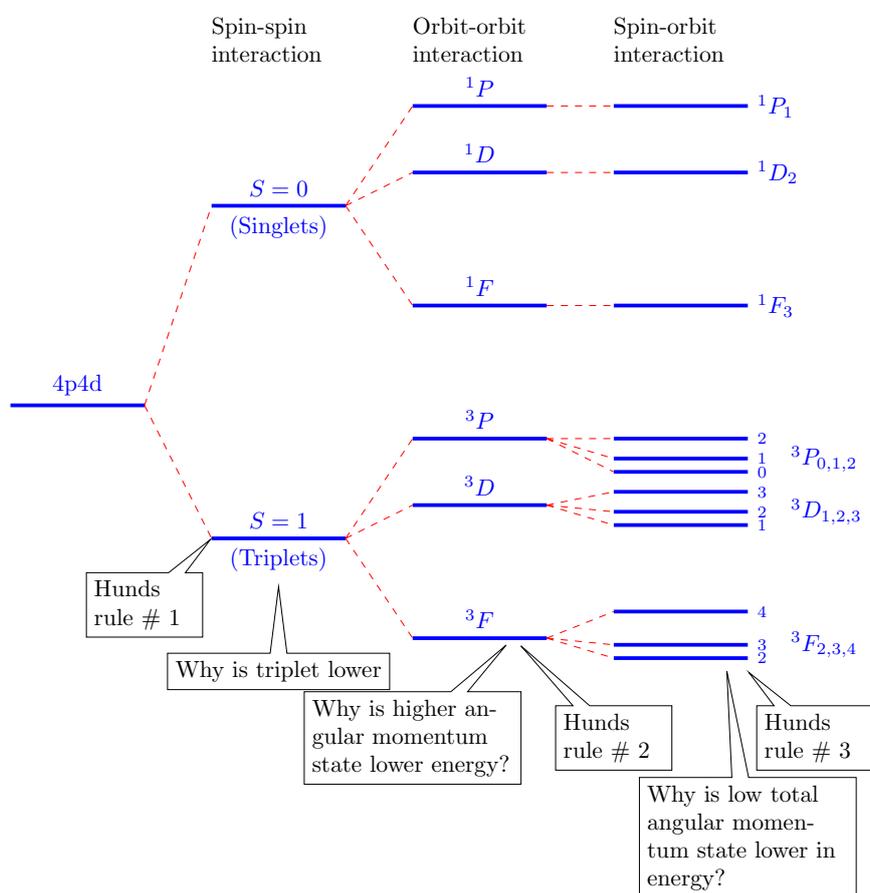


FIGURE 78.7 – Application des règles de Hund.

## D Structure électronique des atomes

Si nous considérons que, pour les atomes dans leur état fondamental, les électrons vont remplir les orbitales électroniques en progressant d'abord à partir de celles d'énergie la plus basse vers celles d'énergie immédiatement supérieure, nous pouvons déduire la structure électronique des atomes en suivant les règles énoncées jusque ici.

### a) Nombre d'électrons par orbitales

Utilisons pour déterminer la structure électronique des atomes le diagramme de Klechkowski (voir 78.6 p. 633) et disposons les orbitales "s" en colonnes.

Les électrons vont donc remplir les orbitales dans l'ordre suivant :

1s,
2s, 2p,
3s, 3p,
4s, 3d, 4p,
5s, 4d, 5p,
6s, 4f, 5d, 6p
7s, 5f, 6d, 7p,

TABLE 78.2 – L'ordre de remplissage des orbitales

Nous pouvons utiliser le tableau du nombre d'électrons par orbitales (voir 78.1 p. 632) pour voir comment le tableau précédent se remplit en y indiquant le nombre maximum d'électrons pour chaque orbitales.

1s <sup>2</sup> ,
2s <sup>2</sup> , 2p <sup>6</sup> ,
3s <sup>2</sup> , 3p <sup>6</sup> ,
4s <sup>2</sup> , 3d <sup>10</sup> , 4p <sup>6</sup> ,
5s <sup>2</sup> , 4d <sup>10</sup> , 5p <sup>6</sup> ,
6s <sup>2</sup> , 4f <sup>14</sup> , 5d <sup>10</sup> , 6p <sup>6</sup>
7s <sup>2</sup> , 5f <sup>14</sup> , 6d <sup>10</sup> , 7p <sup>6</sup> ,

TABLE 78.3 – Le nombre maximum d'électrons lors du remplissage des orbitales

### b) Notation

(i) **Premier exemple** Prenons un premier exemple.

Soit l'élément de numéro atomique  $Z=14$  : le silicium (Si). Si son  $Z$  vaut 14, c'est que son noyau contient 14 protons. Cet atome a donc 14 électrons sur ses orbitales. À l'état fondamental, ces électrons vont donc se répartir sur les orbitales en les remplissant pour occuper l'état d'énergie le plus bas possible.

La première orbitale qui se remplit est donc 1s avec 2 électrons et qui devient 1s<sup>2</sup>.

Ensuite, c'est l'orbitale 2s aussi avec 2 électrons et elle devient 2s<sup>2</sup>.

Puis vient le tour de 2p avec 6 électrons : 2p<sup>6</sup>.

Deux électrons vont remplir l'orbitale 3s : 3s<sup>2</sup>

Nous en sommes à 12 électrons (2 + 2 + 6 + 2).

Les deux électrons restant vont se disposer sur l'orbitale suivante : 3p<sup>2</sup>

On dit que la configuration électronique du silicium est : 1s<sup>2</sup>2s<sup>2</sup>2p<sup>6</sup>3s<sup>2</sup>3p<sup>2</sup>

(ii) **Écriture complète** De la même manière, écrivons la configuration électronique de quelques éléments et esquissons ces configurations.

$Z=19$  le potassium (K) : 1s<sup>2</sup>2s<sup>2</sup>2p<sup>6</sup>3s<sup>2</sup>3p<sup>6</sup>4s<sup>1</sup>

$Z=26$  le fer (Fe) : 1s<sup>2</sup>2s<sup>2</sup>2p<sup>6</sup>3s<sup>2</sup>3p<sup>6</sup>3d<sup>6</sup>4s<sup>2</sup>

$Z=53$  l'iode (I) :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^5$

$Z=90$  le thorium (Th) :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14} 5s^2 5p^6 5d^{10} 6s^2 6p^6 6d^2 7s^2$

**(iii) Écriture condensée** Comme les deux derniers exemples le démontrent amplement, cette écriture devient vite très lourde.

Nous reviendrons et expliquerons ce point mais affirmons simplement ici que la configuration électronique des gaz rares est particulière. Notre étude du tableau périodique nous a montré que les propriétés chimiques des éléments évoluaient lentement dans une période du caractère métallique vers un caractère de plus en plus non métallique jusqu'au gaz rare puis on "remettait les compteurs à zéro" et on recommençait avec un élément de caractère métallique.

Pour écrire donc la structure électronique des éléments on résume la structure correspondant aux périodes précédentes en écrivant le symbole du gaz rare précédant l'élément qu'on désire représenter.

**(iii).1 Le bore** Ainsi, pour représenter le bore, plutôt que d'écrire la première orbitale  $1s^2$ , on va écrire le symbole du gaz rare précédant c.à.d. l'hélium : He.

Puis on va indiquer les orbitales suivantes :  $2s^2$  et  $2p^1$ .

On écrira donc :  $[He]2s^2 2p^1$

**(iii).2 Le cuivre** Pour illustrer ceci prenons encore un exemple, celui du cuivre (Cu).

Son  $Z$  vaut 29 et donc :

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$

Ce qu'on résume comme  $[Ar]3d^{10} 4s^1$ .

### c) L'hybridation des orbitales atomiques

Il nous reste à envisager un dernier phénomène : l'hybridation des orbitales atomiques.

Considérons une orbitale  $2s$  et une orbitale  $2p$ .

La première a une symétrie sphérique. La deuxième a une symétrie axiale (plus sur ce sujet plus loin!) et une forme de "poire".

La pointe de la poire va être plus proche du noyau que la sphère de l'orbitale  $2s$ .

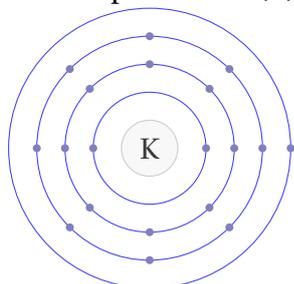
Un électron de l'orbitale  $2p$  va donc "passer" une fraction de son temps plus proche du noyau que les électrons de l'orbitale  $2s$ !

Sans rentrer dans les détails, un électron de l'orbitale  $2p$  est donc susceptible d'avoir une énergie inférieure, égale ou supérieure à un électron d'une orbitale  $2s$ .

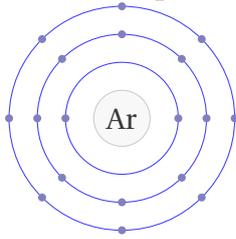
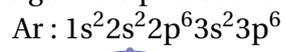
Les deux orbitales vont se "mélanger" et donner lieu à une orbitale unique dite "hybride" :  $2sp$ . Celle-ci peut héberger les  $2 e^-$  de l'orbitale  $2s$  et les  $6 e^-$  de l'orbitale  $2p$  :  $8 e^-$  au total donc.

**(i) Représentation simplifiée** Reprenons un des exemples précédents et représentons les orbitales comme des cercles concentriques sur lesquels vont venir se disposer les électrons.

$Z=19$  le potassium (K) :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$



(ii) **La notation condensée** Et pour illustrer la notation condensée, comparons le potassium et le gaz rare précédant : l'argon.



On va donc noter le potassium  $[\text{Ar}]4s^1$ .



# Chapitre 79

## La radioactivité

### Sommaire

---

1	Découverte de la radioactivité . . . . .	<b>640</b>
	A Historique . . . . .	640
2	Structure des atomes . . . . .	<b>640</b>
	A Rappel : le modèle de Rutherford . . . . .	640
	B Rappel : le modèle de Bohr . . . . .	641
	C Chimie . . . . .	641
3	Stabilité du noyau . . . . .	<b>641</b>
	A Force de répulsion entre protons . . . . .	641
	B Masse des nucléons . . . . .	641
	C Masse manquante . . . . .	641
	D Liaison entre nucléons . . . . .	642
	E Définition de la radioactivité . . . . .	643
	F Loi de la décroissance radioactive . . . . .	643
	G La demi-vie . . . . .	644
	H L'activité . . . . .	644
4	La fission . . . . .	<b>645</b>
	A Équation nucléaire . . . . .	645
	B Réactions en chaîne . . . . .	645
5	La fusion . . . . .	<b>645</b>

---

## Introduction

La radioactivité est connue dans le grand public pour certaines de ses caractéristiques comme sa dangerosité et pour ses applications : centrales nucléaires, bombes, mais aussi radiothérapie.

### 1 Découverte de la radioactivité

#### A Historique

Becquerel (1896) : photographe et géologue amateur Met du pelbenche à proximité de plaques photos : plaque voilée

##### a) Radiations

Conclusion : le minerai émet des “radiations”.

##### b) Le plomb

Le plomb arrête les radiations. D’où l’idée d’enfermer l’uranium dans une boîte en plomb : Première source radioactive.

##### c) Expériences : Effet du champ magnétique

La source radioactive est enfermée dans une chambre où on fait le vide.

Entre la source et la plaque photo, on place un aimant de sorte que le champs magnétique croise le trajet du faisceau.

SCHEMA

conclusion : 3 rayonnements  $\alpha, \beta, \gamma$

### 2 Structure des atomes

#### A Rappel : le modèle de Rutherford

Atome constitué de

- noyau t.q.
  1. au centre de l’atome
  2. constiuté de  $p^+$  et  $n^0$
  3.  $n_{p^+}$  fixe identité de l’atome
  4.  $m_{p^+} \simeq m_{n^0}$
  5.  $m_{atome} \simeq m_{noyau}$
  6.  $\varnothing_{atome} \simeq 10^4 \cdot \varnothing_{noyau}$
- electrons t.q.
  1. en orbite autour du noyau (cfr. système planétaire)
  2.  $|q_{e^-}| = q_{p^+}$
  3.  $n_{e^-} = n_{p^+}$  : atome électriquement neutre
  4.  $m_{e^-} \simeq \frac{1}{1836} m_{p^+}$

## B Rappel : le modèle de Bohr

Répartition des  $e^-$

- Rutherford :  $e^-$  en orbite autour du noyau (cfr. système planétaire)
- Bohr :  $e^-$  orbite autour du noyau sur orbitales bien précises

## C Chimie

La chimie étudie les transformations des structures électroniques sans transformations des noyaux.

## 3 Stabilité du noyau

Comme il y a émission de noyau dans l'expérience, il est clair que la stabilité du noyau doit être discutée.

### A Force de répulsion entre protons

La force entre les deux protons dans un noyau d' Hélium est énorme :

$$F = 9.10^9 \frac{(1,6.10^{-19})^2}{(10^{-14})^2} = 2,8N$$

Pourtant un noyau d'hélium est très stable!

De même, comment le noyau d' uranium garde t' il sa cohérence alors qu'il compte nonante deux (92) protons ?

### B Masse des nucléons

- masse du proton = 1,007276470 uma.
- masse du neutron = 1,008665012 uma.

#### a) Rappel : u.m.a.

$$1 \text{ u.m.a.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{Et donc } N_{Av} \cdot 1 \text{ u.m.a.} = 1g$$

$$\text{càd. } (6,022045.10^{23}).(1,6605655.10^{-27}) = 10^{-3}kg = 1g$$

### C Masse manquante

Etudions le noyau d'hélium d'un peu plus près : Et donc la masse de  $2p^+ + 2n^0 = 4,031882964$  uma.

Or la masse mesurée est de 4,0015059 uma.

Ceci est en contradiction apparente avec la loi de Lavoisier :

La réaction  $2n^0 + 2p^+ \rightarrow 2He$  provoque une disparition de masse.

#### a) Einstein à la rescousse

La fameuse formule d'Einstein

$$E = mc^2 \tag{79.1}$$

permet d'expliquer cette disparition de masse : La masse peut être convertie en énergie.

C'est ce qui se passe ici : une petite partie de la masse des nucléons est convertie en énergie potentielle de liaison.

S'il existe une énergie potentielle de liaison, cela signifie qu'il existe aussi une *force de liaison* entre les nucléons.

Cette force est appelée la force forte et c'est une des quatre forces fondamentales de la physique.

La relation 79.1 permet de calculer la valeur de cette énergie de liaison ( $E$ ) correspondant à la différence de masse ( $\Delta m$ ).

Après calcul, une valeur typique d'énergie de liaison par nucléon est 2 million de fois supérieure à celle d'une liaison chimique covalente.

Ceci explique les énormes énergies mises en jeu dans les phénomènes radioactifs : Les transformations nucléaires libérant une particule produisent aussi une énergie (thermique) du même ordre de grandeur que celle de l'énergie de liaison.

## D Liaison entre nucléons

La présence de neutron doit donc jouer pour contrecarrer la répulsion entre protons vue en section A page 641. Cette répulsion devient encore plus grande si le nombre de protons augmente.

La proportion de neutrons et de protons dans un noyau est un facteur de stabilité de celui-ci.

### a) Les isotopes

C'est le nombre de protons qui donne l'identité chimique d'un élément. Le nombre de neutrons peut être variable.

Des *isotopes* sont des éléments qui ont le même nombre de protons mais des nombres différents de neutrons.

**(i) Exemple :** Le carbone courant est le carbone 12 : 6  $p^+$  et 6  $n^0$ . Mais tout le monde connaît le carbone 14 : 6  $p^+$  et 8  $n^0$ .

Reprécisons quelques notations :

### b) Isotopes : Z, A

L'isotope d'un élément X va désormais s'écrire de la manière suivante :

$${}^A_Z X \quad (79.2)$$

où :

- X est le symbole chimique de l'élément tel qu'il est utilisé dans le tableau périodique;
- Z est le numéro atomique (= le nombre de  $p^+$  = la "place" dans le tableau périodique);
- A est le nombre de masse (= le nombre de nucléons = le nombre de  $p^+$  + le nombre de  $n^0$ ).

### c) Le tableau des isotopes

Le tableau des isotopes fournit la liste des éléments et de leurs isotopes (éventuels). La stabilité des éléments y est également renseignée.

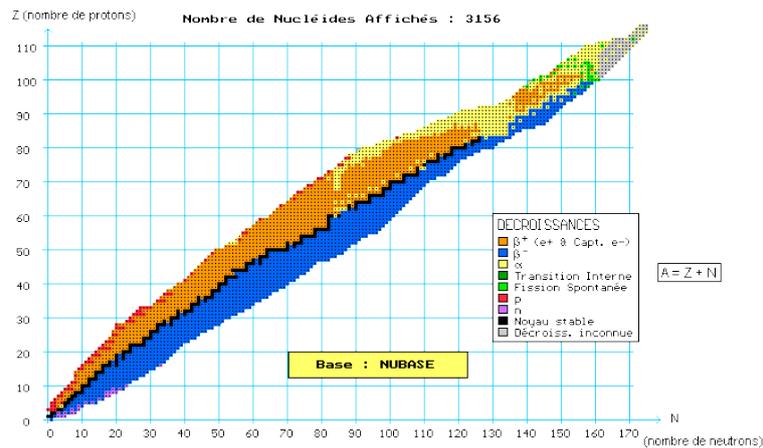


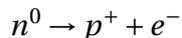
FIGURE 79.1 – Le tableau des isotopes (N(Z))

L'observation du tableau nous permet de tirer quelques conclusions concernant les isotopes stables :

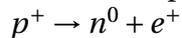
- Si  $Z \leq 20$ , alors Le nombre de  $n^0$  est égal au nombre de  $p^+$ .
- Si  $Z \geq 20$ , alors Le nombre de  $n^0$  est supérieur au nombre de  $p^+$ .

Ces isotopes seront caractérisés par des des émissions de rayonnements de natures différentes selon qu'ils appartiennent à la région I ou II :

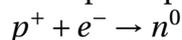
**Isotopes avec un excès de  $n^0$  (région II) :** Ils émettent une particule  $\beta^-$  (c'est-à-dire un  $e^-$ ) possédant une énergie énorme (et donc une très grande vitesse).



**Isotopes avec un excès de  $p^+$  (région I) :** Ils émettent une particule  $\beta^+$  (c'est-à-dire un  $e^+$ , un anti-électron ou positon : de l'anti-matière).



Une autre réaction possible est une émission  $\gamma$  suite à une capture électronique : un électron est capturé par le noyau.



Notons deux autres types de radioactivités caractéristiques de *noyaux lourds* (en général  $Z > 60$ )

**Émission  $\alpha$  :** noyau  ${}^4_2\text{He}$  à grande vitesse,

**Fission spontanée :** c'est un phénomène de rupture, d'éclatement du noyau en deux fragments de masses plus ou moins égales, accompagné de l'émission de particules et de rayonnements  $\gamma$ .

## E Définition de la radioactivité

La radioactivité est la propriété des atomes instables qui se transforment en un autre élément suite à une transformation de leur noyau. Cette transformation s'accompagne d'émission de rayonnements de nature corpusculaire (particule) et/ou électromagnétique.

### a) mise en évidence

La radioactivité est mise en évidence par les effets des radiations produites.

## F Loi de la décroissance radioactive

Tout corps voit sa radioactivité décroître au cours du temps.

## G La demi-vie

En faisant des mesures précises, on peut observer que la quantité de radiations diminue de moitié après un temps  $T_{1/2}$ . Si on attend de nouveau un temps  $T_{1/2}$ , la radioactivité aura à nouveau diminué de moitié, elle ne vaudra plus que le  $\frac{1}{4}$  de la valeur de départ.

Ce temps  $T_{1/2}$  est appelé la demi-vie.

## H L'activité

La quantité de radiations est appelée l'*activité* et nous la symboliserons par la lettre  $A$ . Son évolution au cours du temps peut se représenter comme suit :

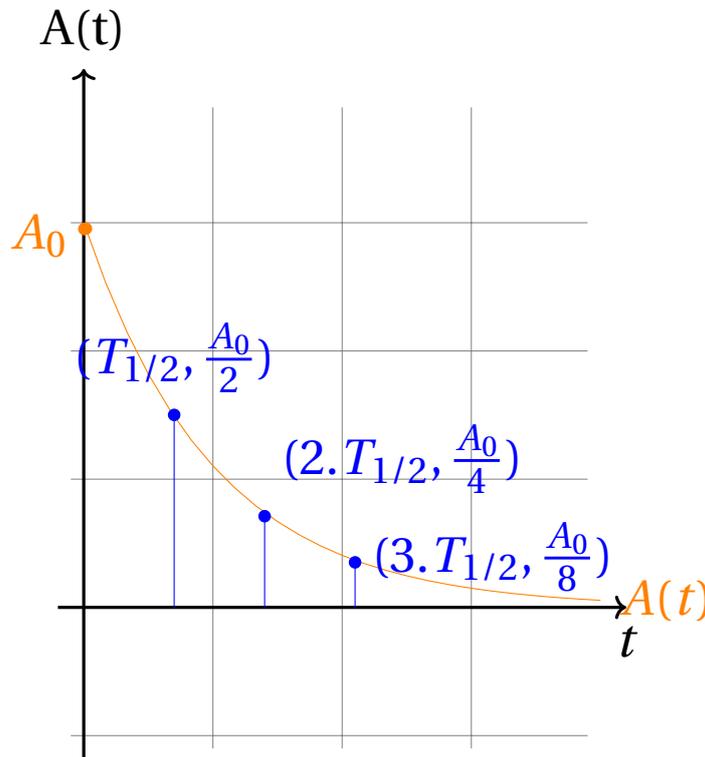


FIGURE 79.2 – L'activité en fonction du temps

Il est clair qu'il s'agit du graphique d'une fonction exponentielle décroissante. L'expression analytique de cette fonction est :

$$f(x) = a.e^{-a.x} \quad (79.3)$$

Nous pouvons donc écrire :

$$N(t) = N_0.e^{-\lambda.t} \quad (79.4)$$

L'activité est le nombre de désintégrations par seconde. Elle correspond à la variation du nombre d'atomes radioactifs ( $\Delta N$ ) par unité de temps ( $\Delta t$ ). En passant à la limite pour  $\Delta t \rightarrow 0$ , nous obtenons :

$$act. = \lim_{\Delta N \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta N}{\Delta t} \right) = -\frac{dN}{dt} \quad (79.5)$$

Par dérivation, nous obtenons facilement :

$$act. = \lambda.N \quad (79.6)$$

Si nous dérivons, nous pouvons montrer que :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (79.7)$$

## **4 La fission**

### **A Équation nucléaire**

### **B Réactions en chaîne**

## **5 La fusion**



# **Chapitre 80**

## **Relativité**



# Chapitre 81

## Cosmologie

### Sommaire

---

1	Notions de spectroscopie . . . . .	<b>650</b>
	A Notion de spectre . . . . .	650
	B Spectre d'émission . . . . .	650
	C Spectre d'absorption . . . . .	650
	D Physique solaire . . . . .	650
2	Décalage du spectre d'étoiles . . . . .	<b>650</b>
	A introduction . . . . .	650
	B Décalage vers le rouge, décalage vers le violet . . . . .	650
	C Effet Doppler . . . . .	650
	D Exemples . . . . .	651
3	Red Shift . . . . .	<b>651</b>
	A Galaxies proches . . . . .	651
	B Galaxies lointaines . . . . .	651
4	Histoire de l'univers . . . . .	<b>651</b>
	A Origine . . . . .	651
	B Evolution . . . . .	652

---

## Introduction

Vous êtes conviés aujourd'hui à une enquête policière : en 3 étapes (et demi).  
Nous discuterons de l'âge de l'univers, de sa taille, du Big bang.

### 1 Notions de spectroscopie

#### A Notion de spectre

#### B Spectre d'émission

#### C Spectre d'absorption

#### D Physique solaire

- a) Structure d'une étoile
- b) Chromosphère
- c) Comparaison des étoiles par spectroscopie

Si nous observons les mêmes raies d'absorption lors de l'étude des spectres de différentes étoiles, cela nous permet de conclure qu'elles contiennent les mêmes éléments.

#### d) Diagramme de Hertzsprung-Russel

La couleur "dominante" d'une étoile est une indication de sa température de surface. En comparant cette température et sa taille, les physiciens ont établi un diagramme où ils peuvent placer les étoiles et qu'il leur permet de dire à quel type appartient une étoile et où elle se situe dans son évolution.

## 2 Décalage du spectre d'étoiles

### A introduction

En 1868, on observe que le spectre de certaines étoiles est décalé vers le rouge. Pour d'autres étoiles le spectre est décalé vers le violet.

### B Décalage vers le rouge, décalage vers le violet

S'il y a décalage vers le rouge, cela signifie qu'une onde de longueur d'onde  $\lambda$  donné est transformée en une onde de longueur d'onde  $\lambda'$  où  $\lambda' > \lambda$ .

### C Effet Doppler

Nous avons déjà rencontré un phénomène où ceci se produit : l'effet Doppler.

Historiquement, l'effet Doppler-Fizeau a d'ailleurs été initialement un phénomène d'astrophysique et d'optique avant d'être appliqué à l'acoustique.

Souvenons nous, si  $\lambda \nearrow$  (croît), c'est que la distance source-observateur grandit.

Un décalage vers le rouge correspond donc à une étoile qui s'éloigne de nous.

## D Exemples

Cappela (dans la constellation du clocher) se situe à 42 années-lumière de nous et présente un décalage vers le rouge de 0,01%. Elle s'éloigne de nous à une vitesse qui vaut approximativement 30 km/s.

## 3 Red Shift

En 1920, le même phénomène est observé pour les galaxies.

Le spectre d'une galaxie peut-être vu comme la moyenne des spectres de toutes ses étoiles + le spectre dû aux gaz entre les étoiles de la galaxie + le spectre dû aux gaz entre les galaxies.

### A Galaxies proches

Certaines se rapprochent (décalage vers le violet). Ainsi Andromède (une proche voisine à 2 millions d'années-lumière) se rapprochent de nous à la vitesse de 300 km/s.

D'autres s'éloignent.

### B Galaxies lointaines

Dans le cas de galaxies, le décalage est systématiquement vers le rouge. Les physiciens anglo-saxon nomment cela le "Red Shift".

En 1929, la loi de Hubble est ainsi formulée :

Plus une galaxie est lointaine, plus vite elle s'éloigne.

#### a) Exemples

Tableau

#### b) Conclusion

Toutes les galaxies s'éloignent de la terre.

Souvenez vous de l'opposition "Géocentrisme Héliocentrisme". Nous avons dit que la terre n'occupe pas une position particulière dans l'univers. Les étoiles ne nous fuient pas "nous".

Elles s'éloignent toutes les unes des autres.

L'univers est en expansion.

On peut faire une analogie avec Ballon ou les grains de raisins dans un gâteau.

## 4 Histoire de l'univers

### A Origine

Cette dilatation de l'univers a eu une origine.

En 1927, le prêtre belge Georges Lemaître affirme que l'univers a eu une origine : le Big Bang.

Cette origine est maintenant estimée avoir eu lieu il y a 15 à 20 milliards d'années.

**a) Scénario du Big Bang****B Evolution**

S'il y a une origine y aura t' il une fin. L'univers a reçu une énorme "impulsion" à son début, ce qui explique son expansion. Mais celle-ci va-t-elle continuer indéfiniment?

Cela dépend de la masse de l'univers.

La force de GU est à l'œuvre et fait que les galaxies s'attirent entre elles.

Ici, on peut faire une analogie avec une balle et un entonnoir.

Si l'énergie de départ est suffisante (ou que la masse de l'univers est trop faible), les galaxies continuent à s'éloigner, nous allons vers un univers froid.

Si l'énergie de départ est insuffisante (ou que la masse de l'univers est trop grande), peut-être l'univers va-t-il se replier sur lui-même? CE scénario est appelé le "Big Crush".

# **Quatorzième partie**

## **Annexes**



# Annexe A

## Solutions des exercices

### 1 Ch. 1

### 2 Ch. 2

#### 1a

$$5,08 \text{ mm} = 5,08 \times 10^3 \mu\text{m} = 5080 \mu\text{m}$$

m	dm	cm	mm			$\mu\text{m}$
			5	0	8	0

#### 1b

$$0,543 \text{ mg} = 5,43 \times 10^{-1} \text{ mg} = 10^{-1} \times 5,43 \times 10^{-3} \text{ g} = 5,43 \times 10^{-4} \text{ g}$$

g	dg	cg	mg			$\mu\text{g}$
0	0	0	0	5	4	3

#### 1c

$$5,098 \times 10^{-4} \text{ s} = 10^{-4} \times 5,098 \times 10^6 \mu\text{s} = 5,098 \times 10^2 \mu\text{s}$$

#### 1d

$$9913 \text{ ng} = 9,913 \times 10^3 \text{ ng} = 10^3 \times 9,913 \times 10^{-9} \text{ g} = 10^{-6} \times 9,913 \times 10^3 \text{ mg} = 9,913 \times 10^{-3} \text{ mg}$$

#### 1e

$$5,8 \times 10^4 \text{ cm}$$

#### 1f

$$5,4 \times 10^{-10} \text{ ms}$$

#### 1g

$$3656,3 \text{ cm}^3 = 3,6563 \times 10^3 \text{ cm}^3 = 10^3 \times 3,6563 \times 10^{-3} \text{ dm}^3 = 3,6563 \text{ dm}^3 = 3,6563 \text{ L} = 3,6563 \times 10^{-2} \text{ hL}$$

#### 1h

$$3,69 \times 10^3 \text{ L}$$

#### 2a

$$1,0730 \times 10^5 \text{ m}$$

#### 2b

$$2,74194 \times 10^1 \text{ m}$$

#### 2c

$$1 \times 10^{-15} \text{ m}$$

**2d**

$$1,2 \times 10^2 \text{ m}$$

**2e**

$$4,000 \times 10^{-4} \text{ m}$$

**2f**

$$3,1415 \times 10^{-12} \text{ m}$$

**2g**

$$1 \times 10^7 \text{ m}$$

**2h**

$$2,54 \times 10^1 \text{ m}$$

**2i**

$$3,201 \times 10^{-5} \text{ m}$$

**2j**

$$6,80 \times 10^{-7} \text{ m}$$

**2k**

$$1,325 \times 10^2 \text{ m}$$

**2l**

$$5,003 \times 10^3 \text{ m}$$

### 3 Ch. 3

### 4 Ch. 4

**1**

1. Données :

$$\begin{aligned}v &= 1,08 \text{ ms}^{-1} \\ \Delta t &= 2' + 40'' \\ &= 120 + 40 \\ &= 160 \text{ s}\end{aligned}$$

2. Inconnue :  $\Delta r = ?$ 3. Formule :  $v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ 

4. Résolution :

$$\begin{aligned}\Delta r &= v \cdot \Delta t \\ &= 1,08 \cdot 160 \\ &= 172,8 \text{ m}\end{aligned}$$

**2a**

1. Données :

$$\Delta r = 119 \text{ km}$$

$$t_1 = 15 \text{ h}30$$

$$t_2 = 16 \text{ h}45$$

2. Inconnue :  $v_{\text{moy}} = ?$

3. Formule :  $v_{\text{moy}} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$

4. Résolution :

$$\begin{aligned} \Delta t &= t_2 - t_1 \\ &= 16 \text{ h}45 \text{ min} - 15 \text{ h}30 \text{ min} \\ &= 1 \text{ h}15 \text{ min} \\ &= 1,25 \text{ h} \\ v_{\text{moy}} &= \frac{\Delta r}{\Delta t} \\ &= \frac{119}{1,25} \\ &= 95,2 \text{ km h}^{-1} \end{aligned}$$

**2b**

$$\begin{aligned} v_{\text{moy}} &= \frac{95,2}{3,6} \\ &= 26,44 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

- 3**
- Données :
  - $v_1 = 90 \text{ km h}^{-1} = 25 \text{ ms}^{-1}$
  - $v_2 = 180 \text{ km h}^{-1} = 50 \text{ ms}^{-1}$
  - $\Delta r_1 = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$
  - $\Delta r_2 = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$
  - Inconnue :  $v_{\text{moy}} = ?$
  - Formules :
  - $v_{\text{moy}} = \frac{\Delta r_{\text{tot}}}{\Delta t_{\text{tot}}}$
  - $\Delta t = \frac{\Delta r_{\text{tot}}}{v}$
  - Résolution :
  - $\Delta t_1 = \frac{\Delta r_1}{v_1} = \frac{1000 \text{ m}}{25 \text{ ms}^{-1}} = 40 \text{ s}$
  - $\Delta t_2 = \frac{\Delta r_2}{v_2} = \frac{1000 \text{ m}}{50 \text{ ms}^{-1}} = 20 \text{ s}$
  - $v_{\text{moy}} = \frac{\Delta r_{\text{tot}}}{\Delta t_{\text{tot}}} = \frac{2000 \text{ m}}{60 \text{ s}} \approx 33,33 \text{ ms}^{-1} = 120 \text{ km h}^{-1}$

**4**

$$v_{\text{moy}} = 1,02 \text{ ms}^{-1}$$

**1a**

**1b**

**1c**

**5 Ch. 5****6 Ch. 6**

1  $1,25 \text{ m s}^{-1} = 4,5 \text{ km h}^{-1}$

2 30 min

3  $6,67 \times 10^{-6} \text{ s}$  et 5,83 s

4 1160 m

5  $464 \text{ m s}^{-1} = 1671 \text{ km h}^{-1}$

6 Première voiture : 2 h

Deuxième voiture : 2,25 h (ou 2 h 15 min. )

7 L'enfant court pendant 6 s et aura couru sur 3 m. La mère aura couru pendant 4 s sur 8 m.

8 72 km, 1,2 h (ou 1 h 12 min. )

9  $50 \text{ km h}^{-1}$  et  $100 \text{ km h}^{-1}$ 

$$10 \begin{cases} v_1 = \frac{\Delta r}{\Delta t} & \left\{ \begin{array}{l} \Delta r = v_1 \Delta t \\ \Delta r = v_2 (\Delta t + T) \end{array} \right. \\ v_2 = \frac{\Delta r}{\Delta t + T} \\ v_1 \Delta t = v_2 (\Delta t + T) \\ v_1 \Delta t - v_2 \Delta t = v_2 T \\ \Delta t = \frac{v_2 T}{v_1 - v_2} \\ \Delta r = \frac{v_1 v_2 T}{v_1 - v_2} \end{cases}$$

10  $\Delta t = \frac{9,5 \cdot 0,6}{10 - 9,5} = \frac{5,7}{0,5} = 11,4 \text{ s}$

$\Delta r = \frac{10 \cdot 9,5 \cdot 0,6}{0,5} = 114 \text{ m}$

**7 Ch. 7**

1(a)i

1(a)ii

1(a)iii

1(b)i

1(b)ii

1(b)iii

**1(b)iv**

**1(b)v**

**1(b)vi**

**1(b)vii**

**1(c)i**

**1(c)ii**

**2a**

**2b**

**3**

**1a**

**1b**

**1c**

**1d**

**1e**

**1f**

**1g**

**1h**

**2**

**1**

**2**

**3**

## 8 Ch. 8

1

- Données :
  - $v_0 = 0 \text{ m/s}$
  - $v_f = 144,0 \text{ km/h} = 40,0 \text{ m/s}$
  - $t_f = 10 \text{ s}$
- Inconnues :
  - $\Delta r = ?$
- Schéma :
- Formule(s) :
  - $v_f = v_0 + a \cdot \Delta t$
  - $\Delta r = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$
- Résolution :
  - $a = (v_f - v_0) / \Delta t = \frac{40}{10} = 4 \text{ m/s}^2$
  - $\Delta r = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2 = 200 \text{ m}$

2  $\Delta r_{\text{tot}} = 188,416 \text{ km}$ 

## 9 Ch. 9

1a

t = 4 s

1b

v = 40  $\text{m s}^{-1}$  (= 144  $\text{km h}^{-1}$ )

2a

2 X le temps de monter! C'est-à-dire  $2 \times 2 \text{ s} = 4 \text{ s}$ 

2b

20 m

3

11,25 m

4

## 10 Ch. 10

## 11 Ch. 11

## 12 Ch. 12

1a

0,6 s

**1b**

0,77 s

**1c**

1 s

**2a**

4,3 s

**2b**

1500 m

**2c** $353 \text{ m s}^{-1}$ **2d** $y = 90 - 0,00004x^2$ **13 Ch. 13****1a**

7794,21 m

**1b**

1125 m

**1c** $y = 0,58x - 0,00007x^2$ **2** $9^0$ **3**

Oui, la fléchette "tombe" simultanément avec la peluche.

**4** $\alpha = 15,93^0, v_0 = 16,28 \text{ m s}^{-1}$ **5**

NON

**14 Ch. 14****15 Ch. 15****16 Ch. 16****17 Ch. 17****18 Ch. 18****1**

50 N

**2**

1.  $2 \text{ ms}^{-2}$
2.  $10 \text{ ms}^{-1}$

**3**

2000 N

**4** $3,3 \text{ ms}^{-1}$ **5**

5,2 kg

**6a**

1852 N

**6b**

208 m

**7a**

3887 N

**7b**

0,0023 s

**1a** $1,73 \text{ ms}^{-2}$ **1b**

Non, au fur et à mesure que le carburant est consommé, la masse de la fusée diminue et l'accélération va augmenter.

**2a** $1 \times 10^4 \text{ N}$ **2b** $1,08 \times 10^4 \text{ N}$ **2c** $9,2 \times 10^3 \text{ N}$ **3****4**

1,05 s

**5** $2,887 \text{ ms}^{-2}$

**6**

4,9 m

**7a** $4 \text{ m s}^{-2}$ **7b**

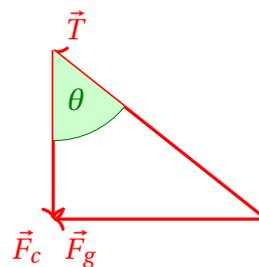
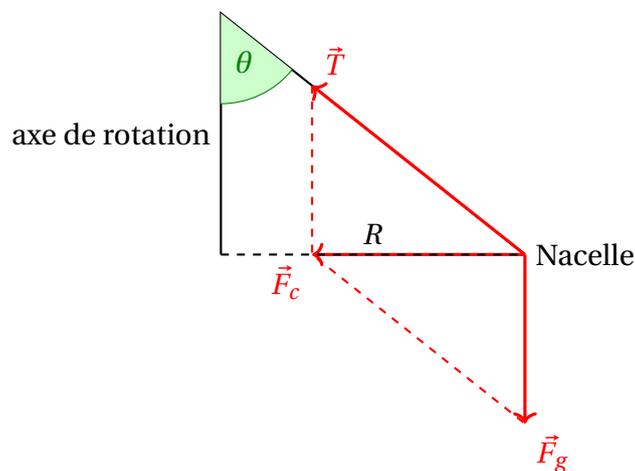
8 N

**7c**

12 N

**19 Ch. 19****20 Ch. 20****21 Ch. 21****1a**

La force centripète est l'addition de la force poids et de la tension dans les câbles. On construit donc un parallélogramme de forces à partir duquel on peut construire un triangle rectangle.



Dès lors :

$$F_g = T \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$= T \cos \theta$$

$$F_c = T \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$= T \sin \theta$$

$$\frac{F_c}{F_g} = \frac{T \sin \theta}{T \cos \theta}$$

$$= \tan \theta$$

$$F_c = m\omega^2 R$$

$$F_g = mg$$

$$\tan \theta = \frac{\omega^2 R}{g}$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{60}{\text{nbres. de révolutions par minute}} \\ &= \frac{60}{13,5} \\ &= 4,443 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ &= \frac{6,28}{4,443 \text{ s}} \\ &= 1,4142 \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2 R}{g} &= \frac{(1,4142)^2 \cdot 5}{10} \\ &= 1,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{\omega^2 R}{g} \\ &= 45,0^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\omega^2 R}{g} &= \tan \theta \\ \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R &= \tan \theta \\ T &= 2\pi \sqrt{\frac{R}{g \tan \theta}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{5}{10 \cdot \tan 30^\circ}} \\ &= 2\pi \sqrt{1,732} \\ &= 8,269 \text{ s}\end{aligned}$$

2

**3**

La force de frottement doit alors être égale à la force centripète.

$$F_f = \mu mg$$

$$F_c = m \frac{v^2}{R}$$

$$m \frac{v^2}{R} = \mu mg$$

$$v = \sqrt{\mu g R}$$

$$= \sqrt{0,30 \cdot 10 \cdot 24}$$

$$= \sqrt{72}$$

$$= 8,48 \text{ m s}^{-1}$$

**1**

$$\tan \theta = \frac{\omega^2 R}{g}$$

$$= \frac{v^2}{Rg}$$

$$= \frac{12^2}{30 \cdot 10}$$

$$= \frac{144}{300}$$

$$= 0,48$$

$$\theta = \arctan \frac{v^2}{Rg}$$

$$= \arctan 0,48$$

$$= 25,6^\circ$$

**2**

$0,8 \text{ m s}^{-1}$

**22 Ch. 22**

**23 Ch. 23**

**24 Ch. 24**

**25 Ch. 25**

**26 Ch. 26**

**27 Ch. 27**

**28 Ch. 28**

**29 Ch. 29**

**30 Ch. 30**

**1**

$$r = 101,26 \text{ m}$$

**2**

$$m_1 = 2,052 \times 10^6 \text{ kg}$$

$$m_2 = 6,58 \times 10^5 \text{ kg}$$

**3**

$$F = 2 \times 10^{-10} \text{ N}$$

**4**

$$m_{\text{Mars}} = 5,72 \times 10^{23} \text{ kg}$$

**5**

$$g_{630} = 8,1 \text{ m s}^{-2}$$

**6**

$$r = 8,95 \times 10^6 \text{ m}$$

**7**

$$\text{poids} = 6,67 \times 10^{-1} \text{ N}$$

**8a**

$$F = 2,64 \times 10^{-4} \text{ N}$$

**8b**

$$F = 9,77 \times 10^4 \text{ N}$$

**31 Ch. 31****32 Ch. 32****1**

2,08m

**33 Ch. 33****34 Ch. 34****35 Ch. 35****1**

Principe de moindre action

**3** $2 i_1 ; 2(i_1 + \alpha)$ **4**

85cm;80cm

**5** $D = d \cdot \cotg 2 \beta$ **6** $\beta = 2 \alpha$ **1**

90cm, réelle, renversée

**2**

à R/2

**3**

50 cm derrière le miroir plan, 36 cm de hauteur, réelle

**4**

à 75 cm du second miroir, de 1 cm de hauteur.

**7**

concave, 60 mm

**8** $6,34^0$  et  $0,6^0$

**36 Ch. 36****2**

$1,24 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

**7**

$1,65 \text{ mm}$

**8**

$37\%$

**10**

$60^0$

**12**

Si l'angle entre la normale à la surface passant par la mouette et le segment reliant la mouette et le requin est plus grand que l'angle limite, le requin est invisible pour la mouette.

$$\sin \theta_l = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\theta_l = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

$$\theta_l = \arcsin \frac{1}{4/3}$$

$$\theta_l = \arcsin \frac{3}{4} \approx 48,6^\circ$$

$$\text{Distance}_{\text{horizontale}} / \text{Profondeur} = \tan \theta_l$$

$$\text{Distance}_{\text{hor}} = \text{Profondeur} \cdot \tan \theta_l$$

$$\text{Distance}_{\text{hor}} = 4 \cdot \tan 48,6$$

$$\text{Distance}_{\text{hor}} = 4,5 \text{ m}$$

La distance "réelle" est l'hypoténuse du triangle rectangle formé par la profondeur et cette distance horizontale. On trouve alors approximativement 6 m.

**13**

arc sin (nair/neau)

**37 Ch. 37****1**

$90^0; 12,88^0; 37,4^0$

**2**

$1,55$

**3**

$1,18$

**6**

$\text{De } -90^0 \text{ à } 15,36^0$

**8**

$56,8^0$

**38 Ch. 38****3**

à 7,5 cm, virtuelle, droite; 5

**4**

s' éloigne du film de 0,42 mm

**5**

78 cm

**6**

12 cm; réelle, renversée, de 15 cm de hauteur

**7**à 1,2m;  $p'=1,2m$  et  $p=-0,24m$ **8**

1,5 ms

**9**

66,6D; 73,3D

**10**

à 5,06 cm; 1,897x2,845 m

**11**

13,3cm

**12**

122 mm

**13**

1,3D

**14**

20 cm

**15**

0,082m 0,0027m 6m 0,041m

**39 Ch. 39****1**

10cm; 100 et 20 cm ou 11,1 et 6,7 cm; 0,25 cm

**2**

1,8

**3**

54 cm; 59,5 cm

**4**

60 cm, virtuelle 21cm, à gauche

**40 Ch. 40****1**

divergente, de 2m de focale

**2**

66,6D;73,3D

**3**

3,5 D

**41 Ch. 41****1**

virtuelle, renversée, de 7,44 cm; 31

**2**

14,12

**3**

133,2 mm 4,12 mm 300

**42 Ch. 42****43 Ch. 43****44 Ch. 44****45 Ch. 45****46 Ch. 46****47 Ch. 47****1**

$$\begin{aligned}\text{Circuit } \Sigma : R_{tot} &= R_1 + R_2 \\ &= 2\Omega + 3\Omega \\ &= 5\Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_{tot} &= \frac{U_{tot}}{R_{tot}} \\ &= \frac{10}{5} \\ &= 2A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Circuit } \Sigma : I_{tot} &= I_1 = I_2 \\ &= 2\text{A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_1 &= R_1 \cdot I_1 \\ &= 2 \cdot 2 \\ &= 4\text{V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_2 &= R_2 \cdot I_2 \\ &= 3 \cdot 2 \\ &= 6\text{V}\end{aligned}$$

**1**

2

$$\begin{aligned}\text{Circuit // : } R_{tot} &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \\ &= \frac{6}{5} \\ &= 1,2\Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_{tot} &= \frac{U_{tot}}{R_{tot}} \\ &= \frac{10}{\frac{6}{5}} \\ &= \frac{25}{3} \\ &= 8,33\text{A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Circuit // : } U_{tot} &= U_1 = U_2 \\ &= 10\text{V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_1 &= \frac{U_1}{R_1} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5 \\ &= 5,00\text{A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_2 &= \frac{U_2}{R_2} \\ &= \frac{10}{3} \\ &= \frac{10}{3} \\ &= 3,33\text{A}\end{aligned}$$

On vérifie bien que  $I_1 + I_2 = I_{tot}$

2

**3**

$$\begin{aligned}R_{tot} &= R_1 + R_{1-2} \\ &= 1 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1}} \\ &= 1 + \frac{1}{\frac{6}{5}} \\ &= \frac{11}{5} \\ &= 2,2\Omega\end{aligned}$$

**3**

4

$$R_{tot} = 2,2 \Omega$$

donc

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \frac{U_{tot}}{R_{tot}} \\ &= \frac{10}{\frac{11}{5}} \\ &= \frac{50}{11} \\ &\approx 4,55 \text{ A} \end{aligned}$$

$R_1$  en  $\Sigma$  avec le générateur donc  $I_1 = I_{tot}$  :

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 \cdot I_1 \\ &= R_1 \cdot I_{tot} \\ &= 1 \cdot \frac{50}{11} \\ &= \frac{50}{11} \\ &\approx 4,55 \text{ V} \end{aligned}$$

$R_{2-3}$  en  $\Sigma$  avec  $R_1$ , donc  $I_{2-3} = I_1 = I_{tot}$  :

$$\begin{aligned} U_{2-3} &= R_{2-3} \cdot I_{2-3} \\ &= R_{2-3} \cdot I_{tot} \\ &= \frac{6}{5} \cdot \frac{50}{11} \\ &= \frac{60}{11} \\ &\approx 5,45 \text{ V} \end{aligned}$$

On vérifie bien ici que  $U_1 + U_{2-3} = U_{tot}$

$R_2$  en // avec  $R_3$ , donc  $U_{2-3} = U_2 = U_3$  :

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{U_2}{R_2} \\ &= \frac{\frac{60}{11}}{2} \\ &= \frac{30}{11} \\ &\approx 2,73 \text{ A} \\ I_3 &= \frac{U_3}{R_3} \\ &= \frac{\frac{60}{11}}{3} \\ &= \frac{20}{11} \\ &\approx 1,82 \text{ A} \end{aligned}$$

On vérifie bien que  $I_2 + I_3 = I_{tot}$ .

**48 Ch. 48**

1

$$P = RI^2 = 10 \cdot 5^2 = 250 \text{ W}$$

**49 Ch. 49**

1

**50 Ch. 50****51 Ch. 51**

1

$$F = 1,2015 \times 10^{-4} \text{ N}$$

2

$$F = 90 \text{ N}$$

3a

$$4,2 \times 10^3 \text{ m}$$

3b

$$8,4 \times 10^3 \text{ m}$$

4

$$1,296 \times 10^{-2} \text{ N}$$

5

$$20 \text{ cm}$$

6

$$1,63 \times 10^{-6} \text{ C}$$

1

$$q = 2,1 \times 10^{-8} \text{ C}$$

2

Si les deux autres charges sont placées à l'horizontale, la force totale pointe vers le haut (mais pas parfaitement à la verticale).

$$F = 15,7 \text{ N}$$

3a

- direction : selon  $BD$
- sens : de  $B$  vers  $D$
- norme :  $F_{D \rightarrow B} = 108 \cdot 10^{-15} \frac{1}{d^2}$

3b

- direction : selon  $BA$
- sens : de  $B$  vers  $A$
- norme :  $F_{A \rightarrow B} = 216 \cdot 10^{-15} \frac{1}{d^2}$

3c

- direction : à  $26,56^\circ$  avec la direction de  $BD$
- sens : vers l'intérieur du rectangle
- norme :  $F_{tot} = \sqrt{216^2 + 108^2} \cdot 10^{-15} \frac{1}{d^2} = 241,5 \cdot 10^{-15} \frac{1}{d^2}$

4

La force est

- horizontale,
- pointe vers la gauche
- et vaut  $F = 2\sqrt{2} \cdot 9 \times 10^9 \cdot q^2 \text{N}$

## 52 Ch. 52

1

Le champ électrique est en sens opposé au sens du mouvement de l'électron.

$$E \approx 5,7 \times 10^{-4} \text{NC}^{-1}$$

2

Le champ électrique est dans le sens du mouvement du proton.

$$F \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{N}$$

$$a \approx 10^8 \text{mm}^{-2}$$

3

$$q = -2,5 \text{C}$$

## 53 Ch. 53

## 54 Ch. 54

## 55 Ch. 55

## 56 Ch. 56

## 57 Ch. 57

1

t(s)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	1	1,2	1,5	1,6	2	2,1
e(m)	0,93	1,76	2,43	2,85	3	1,76	0	-1,76	-3	-2,856	0	0,93

1a

**1b****1c****1d****2****3a**

1. Données :

- $F = 0.068\text{N}$
- $\Delta e = 4\text{cm} = 0.040\text{m}$
- $m = 200\text{g} = 0.20\text{kg}$

2. Inconnues :  $T$ 

3. Formules :

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
- $F = -k\Delta e$

4. Résolution :

$$\begin{aligned}k &= \frac{F}{\Delta e} \\ &= \frac{0.068}{0.040} \\ &= 1.7\text{N m}^{-1}\end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ &= 2 \cdot 3,14\sqrt{\frac{0.20}{1.7}} \\ &= 2 \cdot 3,14\sqrt{0.12} \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 0.34 \\ &= 2.155\text{s}\end{aligned}$$

**3b**1. Inconnues :  $f$ 2. Formules :  $f = \frac{1}{T}$ 

3. Résolution :

$$\begin{aligned}f &= \frac{1}{T} \\ &= \frac{1}{2.155} \\ &= 0.4640\text{Hz}\end{aligned}$$

4a

4b

4c

4d

1

2

3

**58 Ch. 58**

**59 Ch. 59**

**60 Ch. 60**

**61 Ch. 61**

**62 Ch. 62**

**63 Ch. 63**

**64 Ch. 64**

1

2

**65 Ch. 65**

1

$$v_{\text{son ds.eau}} = 1500 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{max}} = 0,1 \text{ m}$$

$$v_{\text{min}} = \frac{v_{\text{son ds.eau}}}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{1500 \text{ m/s}}{0,1 \text{ m}} = 15000 \text{ Hz}$$

2

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{max}} = 2 \text{ m}$$

$$v_{\text{min}} = \frac{c}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \text{ m}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

$$3 \quad v_{\text{son ds.air}} = 340 \text{ m/s}$$

$$\nu = 5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{v_{\text{son ds.air}}}{\nu} = \frac{340 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^4 \text{ Hz}} \simeq 7 \text{ mm}$$

**66 Ch. 66**

**67 Ch. 67**

**68 Ch. 68**

**69 Ch. 69**

**70 Ch. 70**

**71 Ch. 71**

**1**

$$\text{ex. : } \nu = 107 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{\nu} \\ &= \frac{3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}}{107 \times 10^6 \text{ Hz}} \\ &\approx 3 \text{ m} \end{aligned}$$

**2**

Leurs longueurs d'onde; et leurs vitesses dans le vide <sup>1</sup>.

**3**

$$\text{UV : } 8 \times 10^{14} \text{ Hz} \leq \nu \leq 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\text{R. X : } 7 \times 10^{15} \text{ Hz} \leq \nu \leq 3 \times 10^{19} \text{ Hz}$$

**4**

Les micro-ondes et les ondes radars; communication et cuisine pour les 1<sup>re</sup>, détection et localisation pour les 2<sup>e</sup>.

**5**

tsunamis, ultrasons et ondes sismiques.

**6**

$$\frac{10^7}{10^3} = 10^4$$

**7**

Le polyéthylène n'absorbe pas les IR. Il n'y aurait pas d' "effet de serre".

1. Leurs vitesses sont différentes dans d'autres milieux. Ainsi, si la lumière dans l'eau à une vitesse qui est égale à  $\frac{3}{4}$  de sa vitesse dans le vide, les ondes radios sont dix fois plus lentes dans l'eau que dans le vide.

**8a**

les organes, les muscles et la matière organique en général

**8b**

le quartz

**8c**

le verre

**9**

2,4 GHz

**10**

L'eau et le verre.

**11**

L'énergie de la lumière est absorbée. C'est une loi en "exponentielle décroissante" selon l'épaisseur d'eau traversée.

**72 Ch. 72****1**

$$Q_{ex} = -1,05 \times 10^5 \text{ J}$$

**73 Ch. 73****74 Ch. 74****75 Ch. 75****76 Ch. 76****77 Ch. 77****78 Ch. 78****79 Ch. 79****80 Ch. 80****81 Ch. 81**



# Annexe B

## Listes diverses

### Liste des tableaux

1.1	Unites SI . . . . .	6
1.2	Multiples . . . . .	7
2.1	Erreurs absolues et relatives . . . . .	12
3.1	Repos et mouvement selon l'observateur. . . . .	20
4.1	Vitesses de différents mobiles. . . . .	34
7.1	Relations accélérations – vitesses. . . . .	54
7.2	Ordre de grandeurs d'accélérations. . . . .	54
8.1	Signes de $v$ et de $a$ . . . . .	66
12.1	Les équations horaires du tir horizontal. . . . .	107
17.1	Forces, longueurs et leviers . . . . .	156
27.1	Caractéristiques des objets du Système solaire. . . . .	232
45.1	Puissance et intensité de courant dans différentes lampes. . . . .	350
49.1	Croissance de la tension pour la loi des mailles. . . . .	374
72.1	Table de capacités calorifiques de certaines substances (à $\approx 0^\circ\text{C}$ sauf exception renseignée). Source : HECHT, <i>Physique</i> , p. 574 . . . . .	573
72.2	Valeurs de chaleurs latentes sous une pression d'une atmosphère. Source : HECHT, <i>Physique</i> , p. 580 . . . . .	577
73.1	Rendements de quelques machines thermiques. . . . .	584
78.1	Le nombre d' électrons par couches selon les quatre nombres quantiques . . . . .	632
78.2	L'ordre de remplissage des orbitales . . . . .	635
78.3	Le nombre maximum d'électrons lors du remplissage des orbitales . . . . .	635

# Table des figures

3.1	Un saut. . . . .	18
3.2	Seuls les mouvements de quelques points sont analysés. . . . .	19
3.3	Les différentes positions de quelques points. . . . .	19
3.4	Un axe à une dimension : l'emplacement du point "P" est donné par le réel "r". . . . .	21
3.5	Un système cartésien à deux dimensions : l'emplacement du point "P" est donné par les réels " $P_x$ " et " $P_y$ ". . . . .	22
3.6	Un système cartésien à trois dimensions : l'emplacement du point "P" est donné par les réels " $P_x$ ", " $P_y$ " et " $P_z$ ". . . . .	22
3.7	Un système polaire à deux dimensions : l'emplacement du point "P" est donné par les réels "r" et " $\theta$ ". . . . .	23
3.8	Coordonnées sphériques . . . . .	23
3.9	Coordonnées sphériques . . . . .	24
3.10	Vecteurs unités dans système de référence en coordonnées polaires. . . . .	26
3.11	Vecteurs unités ramenés à l'origine dans système de référence en coordonnées polaires. . . . .	26
3.12	Vecteurs unités au point P dans système de référence en coordonnées polaires. . . . .	27
3.13	Le mouvement d'une coccinelle sur un ressort. . . . .	28
4.1	Vecteur position . . . . .	30
4.2	Deux vecteurs position . . . . .	31
4.3	Vecteur déplacement . . . . .	32
4.4	Vecteur vitesse moyenne . . . . .	33
4.5	De la vitesse moyenne à la vitesse instantanée. . . . .	36
5.1	Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses : $r_1 & r_2 \geq 0, r_2 > r_1 \Rightarrow v > 0$ . . . . .	41
5.2	Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses : $r_1 & r_2 \leq 0, r_2 > r_1 \Rightarrow v > 0$ . . . . .	41
5.3	Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses : $r_1 & r_2 \geq 0, r_2 < r_1 \Rightarrow v < 0$ . . . . .	42
5.4	Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses : $r_1 & r_2 \leq 0, r_2 < r_1 \Rightarrow v < 0$ . . . . .	42
5.5	Un objet important en mouvement. . . . .	42
5.6	L'évolution de la position au cours du temps. . . . .	43
6.1	Graphique de la position en fonction du temps en MRU. . . . .	46
6.2	Graphique de la vitesse en fonction du temps en MRU. . . . .	47
7.1	"Tu tires ou tu pointes?" . . . . .	52
7.2	Le vecteur vitesse à la pétanque. . . . .	52
7.3	La voiture accélère. La différence de vitesse est constante. . . . .	53
7.4	Dans ce mouvement circulaire, la différence de vitesse est dirigée vers le centre. . . . .	53
8.1	Variation de la vitesse avec un mouvement dans le sens de l'axe. . . . .	64
8.2	Variation de la vitesse avec un mouvement dans le sens opposé de celui de l'axe. . . . .	64
8.3	Variation de la vitesse avec un mouvement dans le sens de l'axe. . . . .	65
8.4	Variation de la vitesse avec un mouvement dans le sens opposé de celui de l'axe. . . . .	65

8.5	Le graphe de $v(t)$ en MRUA. . . . .	69
9.1	Expérience de la plume et du marteau sur la Lune (Apollo XV - Juillet 1971). . . . .	72
9.2	Chute de bille sur la Terre (Novembre 2015). . . . .	73
9.3	Analyse de la chute de bille sur la Terre (Novembre 2015). . . . .	73
10.1	L'objet M est en rotation autour de C à une distance R de C. . . . .	78
10.2	L'objet M parcourt un arc de cercle $\Delta s$ . . . . .	79
10.3	Les vecteurs vitesses sont de même grandeur et perpendiculaires aux rayons. . . . .	81
10.4	Les vecteurs vitesses à deux instants $t_1$ et $t_2$ . . . . .	82
10.5	Soustraire un vecteur : somme d'un vecteur et de l'opposé de l'autre. . . . .	82
10.6	Les vecteurs vitesses comme vecteurs libres. . . . .	83
10.7	Les vecteurs accélérations. . . . .	83
10.8	La position de P en coordonnées polaires : $P(\theta, r)$ . . . . .	84
10.9	La position de P en coordonnées cartésiennes : $P(r_x, r_y)$ . . . . .	85
10.10	Le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes. . . . .	86
11.1	La position de P en coordonnées cartésiennes : $P(r_x, r_y)$ . . . . .	92
11.2	Le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes. . . . .	93
11.3	L'accélération linéaire en MCUA. . . . .	96
12.1	Deux pièces, une latte, un axe sur une table. . . . .	98
12.2	Les deux pièces vont tomber en même temps. . . . .	99
12.3	Chute dans le train : point de vue du passager. . . . .	99
12.4	Chute dans le train : point de vue de la vache. . . . .	100
12.5	Bombardement. . . . .	100
12.6	Le lancer d'une balle selon Aristote. . . . .	101
12.7	Tir de canon selon Aristote. . . . .	101
12.8	Mesure d'angle de tir. . . . .	102
12.9	Le lancer du boulet de canon au Moyen Âge : deuxième version. . . . .	102
12.10	Le lancer du boulet de canon au Moyen Âge : troisième version. . . . .	102
12.11	Le lancer du boulet de canon au Moyen Âge : quatrième version. . . . .	103
12.12	Le lancer du boulet de canon selon Léonard de Vinci (1493). . . . .	103
12.13	Le lancer du boulet de canon selon Galilée. . . . .	103
12.14	Chronophotographie de deux billes. . . . .	104
12.15	Graphique de la chronophotographie. . . . .	105
12.16	La trajectoire est parabolique. . . . .	108
12.17	La portée du tir horizontal. . . . .	109
12.18	L'angle de la vitesse avec l'horizontale dans le tir horizontal. . . . .	110
12.19	Les accélérations normales et tangentielles. . . . .	111
12.20	Les accélérations normales et tangentielles peu après le départ. . . . .	112
13.1	Le tir oblique. . . . .	114
13.2	Les composantes de la vitesse initiale. . . . .	115
13.3	La trajectoire du tir oblique est une parabole. . . . .	117
13.4	La hauteur "h" est la hauteur maximale dans le tir oblique. . . . .	118
13.5	La portée dans le tir oblique. . . . .	119
13.6	La portée maximale dans le tir oblique. . . . .	120
13.7	La cible dans le tir oblique. . . . .	121
13.8	La position de la cible, cas général dans le tir oblique. . . . .	122
13.9	La parabole de sûreté enveloppe les trajectoires possibles. . . . .	124
13.10	La parabole de sûreté de Léonard de Vinci. . . . .	125

13.11 La cible est dans la plaine, le canon en hauteur. . . . .	126
13.12 La cible est en hauteur. . . . .	127
14.1 Mouvement hélicoïdal simple. . . . .	131
14.2 Une tornade. . . . .	132
14.3 Une spirale à la surface d'une sphère. . . . .	133
14.4 Une maquette pour expliquer les éclipses. . . . .	134
15.1 La loi des ressorts : $F_0 = 0$ et $F_1/\delta l_1 = F_2/\delta l_2$ . . . . .	139
15.2 La méthode du parallélogramme de forces. . . . .	142
15.3 La méthode du polygone de forces. . . . .	143
16.1 La méthode du parallélogramme de forces. . . . .	147
16.2 Le triangle des forces. . . . .	147
16.3 Le plan incliné et les forces en présence . . . . .	149
16.4 Triangle de forces et plan incliné. . . . .	149
16.5 Le plan incliné et les forces en présence. . . . .	150
17.1 Timbre de 1948 consacré à Simon Stevin à l'occasion des 400 ans de sa naissance. . . . .	154
17.2 Un char à voile. . . . .	154
17.3 Un premier équilibre selon Simon Stevin. . . . .	155
17.4 Les forces et les distances dans la latte en équilibre. . . . .	155
17.5 Trois forces sur un levier selon Simon Stevin. . . . .	159
17.6 Levier avec cinq forces : deux à gauche et trois à droite du point d'appui. . . . .	159
17.7 Un poutre avec deux points d'appui selon Simon Stevin. . . . .	161
17.8 Les forces sur la poutre avec deux points d'appui. . . . .	161
17.9 Point d'appui de gauche. . . . .	162
17.10 Point d'appui de droite. . . . .	162
17.11 Un poutre avec deux points d'appui = un levier selon Simon Stevin. . . . .	163
17.12 Le treuil. . . . .	164
17.13 Le pédalier de vélo. . . . .	164
17.14 Bras de levier avec angle droit. . . . .	166
17.15 Bras de levier avec angle plat. . . . .	166
17.16 Bras de levier avec angle faible. . . . .	167
17.17 Bras de levier avec angle important. . . . .	167
18.1 Wagon et balle en MRU. . . . .	174
18.2 Wagon soumis à une accélération. . . . .	174
19.1 La cire qui brille sans glisser! . . . . .	182
21.1 Dans un virage. (Source : pixabay) . . . . .	191
21.2 Voiture dans un tournant : la forces de frottement est la force centripète. . . . .	191
21.3 Les balançoires du carrousel. (Source : pixabay) . . . . .	192
21.4 Les balançoires du carrousel : forces en présence. . . . .	192
21.5 Vélos de vitesse pure. (Source : pixabay) . . . . .	193
21.6 Vélos de vitesse pure : forces en présence. . . . .	194
21.7 Satellite. (Source : pixabay) . . . . .	195
21.8 Force de Coriolis. . . . .	195
22.1 Rappel : les forces et les distances dans la latte en équilibre . . . . .	200
22.2 Rappel : les forces et les distances dans la latte en équilibre . . . . .	201

23.1	Travail à une dimension : force et déplacement entre A et B	207
23.2	Lancer d'une masse $m$ à la verticale avec une vitesse $v_0$ depuis le sol.	209
23.3	Deux trajectoires aux montagnes russes : la gravité est une force conservative.	211
23.4	Énergie potentielle et travail	213
23.5	Lancer d'une masse depuis le sol : bilan en énergie.	214
27.1	Tailles du Soleil et des planètes à l'échelle. Les distances ne sont pas à l'échelle. (Source : Wikipedia)	231
27.2	Obliquité de l'écliptique. (Source : Wikipedia)	231
28.1	Le mouvement quotidien apparent du Soleil.	234
28.2	Le mouvement quotidien apparent de la Lune.	235
28.3	Le mouvement quotidien apparent des étoiles.	235
28.4	Les Phases de la Lune.	236
28.5	Le mouvement annuel du Soleil.	237
28.6	Le mouvement rétrograde de Mars.	238
29.1	La Terre est un cylindre chez Anaximandre.	240
29.2	Les phases de la Lune selon Anaxagore.	241
29.3	Les épicycles selon Hipparque.	242
29.4	Le Soleil selon Hipparque.	242
29.5	Les épicycles selon Ptolémée.	243
29.6	Une ellipse : les distances depuis ses foyers jusqu'à un point de sa périphérie.	244
29.7	Une planète balaie des aires égales en des temps égaux.	245
30.1	Trajectoires avec et sans gravité lors d'un lancer depuis le sol.	249
30.2	Trajectoires d'un objet lancé d'une grande hauteur selon Newton.	249
30.3	Une orbite elliptique : le soleil occupe un des foyers ( $F_1$ ou $F_2$ ) et pas le centre $O$ .	251
31.1	Schéma de l'œil.	260
31.2	Un cône.	261
31.3	Absorption des couleurs selon le type de récepteur. (échelle de longueur d'onde en nm)	262
31.4	Les deux carrés "A" et "B" sont identiques mais non perçus comme tels.	264
33.1	Du rouge au pourpre.	268
33.2	Le disque de Newton.	268
33.3	Une échelle de couleurs : la longueur d'onde est indiquée en nm sous la couleur correspondante.	269
33.4	Une échelle de couleurs : la fréquence approximative est indiquée en THz sous la couleur correspondante.	269
33.5	Trois couleurs de base : rouge, vert et bleu.	270
33.6	Mélange des couleurs de base dans le modèle RGB.	270
33.7	Triangle comme palette dans le modèle RGB.	271
33.8	Trois couleurs de base de KYMC : Jaune, magenta et cyan.	272
34.1	Images réelle et virtuelle par rapport à un système optique.	274
35.1	Réflexion spéculaire et réflexion diffuse.	278
35.2	loi de la réflexion sur un miroir plan.	279
35.3	L'objet $A'$ est une image virtuelle de l'objet réel $A$ .	280
35.4	Les catadioptrés de la mission Apollo 15.	281
35.5	Aberration dans un miroir sphérique : il n'y a pas de foyer.	283

35.6	Le miroir parabolique a un foyer.	283
35.7	Image réelle inversée avec un miroir peu profond. L'image $A'B'$ est réelle, inversée et plus petite que l'objet $AB$	284
35.8	Image virtuelle droite avec un miroir peu profond. L'image est droite et plus grande que l'objet.	286
36.1	Réfractions.	290
36.2	Loi de Snell-Descartes.	291
36.3	La réflexion totale.	292
36.4	Réflexion totale dans une fibre optique.	292
36.5	Mirages et déviation du faisceau de lumière dans un milieu stratifié.	293
37.1	Double réfraction dans un prisme.	296
37.2	Déviation $\delta$ par un prisme.	297
38.1	Lentille convergente.	305
38.2	Lentille divergente.	305
38.3	Rayons principaux dans les lentilles minces.	306
38.4	Formation d'image dans une lentille convexe.	307
38.5	Rayons principaux dans les lentilles minces.	307
38.6	Triangles semblables et loi des lentilles.	308
39.1	Construction d'image pour la combinaison de deux lentilles convergentes.	314
40.1	Fonctionnement de l'œil.	318
40.2	La vision lointaine.	318
40.3	La vision rapprochée.	319
40.4	Image floue - nette.	319
40.5	L'œil myope.	320
40.6	L'œil hypermétrope.	320
41.1	Fonctionnement de l'œil.	326
41.2	La lunette astronomique.	327
41.3	Le microscope.	328
41.4	Symboles utilisés dans les schémas électriques.	331
43.1	Un dipôle.	336
43.2	Un transistor possède trois bornes.	336
43.3	Quelques éléments "standards" d'un circuit électrique.	337
43.4	Plan du circuit électrique d'une maison.	338
43.5	Montage en série.	339
43.6	Montage en parallèle.	340
43.7	Un générateur (type batterie).	341
43.8	Circuit avec un générateur et un récepteur.	341
43.9	Mesure avec l'ampèremètre.	342
43.10	Intensités de courants dans un circuit en série.	343
43.11	Intensités de courant dans un circuit en parallèle.	343
45.1	Mesure de $I$ dans deux lampes.	350
45.2	Mesure de $U$ entre les deux bornes d'un dipôle.	352
46.1	L'ajout de batteries augmente la puissance dissipée par la lampe.	354
46.2	L'ajout de batteries en parallèle augmente la puissance dissipée par la lampe.	355

47.1	Symbole de la résistance $R$ . . . . .	358
47.2	Mesure simultanée de $U$ et de $I$ dans le récepteur $R$ . . . . .	358
47.3	Le triangle magique de la loi d'Ohm : $V = U$ . . . . .	359
47.4	Mesure des $U$ et des $I$ dans un montage en série . . . . .	361
47.5	Mesure des $U$ et des $I$ dans un montage en parallèle . . . . .	362
47.6	Premier exemple de circuit mixte. . . . .	363
49.1	Les points $A$ et $B$ sont des nœuds. . . . .	370
49.2	Il y a trois mailles dans ce circuit électrique. . . . .	371
49.3	Il y a trois branches dans ce circuit électrique. . . . .	371
49.4	L'intensité de courant $I_0$ est identique dans tous les éléments de la boucle. . . . .	372
49.5	Kirchoff : Différences de potentiels électriques entre $A$ , $B$ et $C$ . . . . .	373
49.6	Lois de Kirchoff, exemple n° 1 : une maille, deux générateurs, deux résistances. . . . .	375
49.7	Lois de Kirchoff, exemple n° 2 : deux mailles, deux générateurs, trois résistances. . . . .	376
51.1	Une balance de Coulomb. (Source : Wikipedia) . . . . .	384
51.2	Quatre charges et les forces sur $q_4$ . . . . .	387
51.3	Schéma d'un électroscope. . . . .	388
51.4	Principe de fonctionnement d'un électroscope. . . . .	388
52.1	Force totale exercée sur $q_4$ par $q_1$ , $q_2$ et $q_3$ si toutes les charges valent 1 C. . . . .	394
52.2	Forces exercées sur $q_4$ par $q_1$ , $q_2$ et $q_3$ si la charge $q_4$ vaut 0,5 C. . . . .	395
52.3	Forces exercées sur $q_4$ par $q_1$ , $q_2$ et $q_3$ si la charge $q_4$ vaut 1,5 C. . . . .	395
52.4	Force exercée sur $q_4$ si la charge $q_4$ est un peu éloignée de sa position de départ. . . . .	396
52.5	Force exercée sur $q_4$ si la charge $q_4$ est plus éloignée de sa position de départ. . . . .	396
52.6	Forces exercées sur une charge $q_1$ placée en différents points autour d'une charge $q_0$ . . . . .	397
52.7	L'altitude sur une carte comme champ scalaire. . . . .	398
52.8	La température dans un volume d'air : les fausses couleurs donnent la température. . . . .	399
52.9	La variation de pression à une altitude donnée : haute à gauche et basse à droite. . . . .	399
52.10	Le champ magnétique terrestre est un champ vectoriel. . . . .	400
52.11	Un champ vectoriel à deux dimensions : $\vec{v} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$ . . . . .	400
52.12	Un champ vectoriel à deux dimensions : $\vec{v} = y\vec{e}_x - x\vec{e}_y$ . . . . .	401
52.13	Représentation du champ électrique engendré par une charge. (source : Wikipedia) . . . . .	402
52.14	Les graines s'alignent suivant les lignes de champ électrique. . . . .	403
52.15	Représentation du champ électrique entre deux charges de signes opposés. (source : Wikipedia) . . . . .	404
52.16	Représentation du champ électrique engendré par plusieurs corps chargés. (source : Wikipedia) . . . . .	404
53.1	Un aimant droit . . . . .	409
53.2	Attraction entre aimant et boussoles . . . . .	409
53.3	La limaille de fer s'aligne selon le champ magnétique d'un aimant . . . . .	410
53.4	Le champ magnétique d'un aimant droit . . . . .	410
53.5	Le champ magnétique terrestre . . . . .	411
53.6	Une vue du crâne en IRM . . . . .	412
53.7	Une aurore boréale . . . . .	412
53.8	La magnétosphère protège la Terre . . . . .	413
53.9	Une aurore polaire sur Jupiter . . . . .	414
54.1	Le champ magnétisme créé par un courant dans un fil droit . . . . .	417
54.2	La règle du pouce droit pour un courant dans un conducteur droit . . . . .	417
54.3	Une spire . . . . .	418

54.4	Le champ magnétique dû au courant dans une spire	418
54.5	Un solénoïde	418
54.6	Le champ magnétique dû au courant dans un solénoïde	419
54.7	Un électroaimant industriel	420
55.1	La balançoire électromagnétique : pas de courant.	422
55.2	La balançoire électromagnétique : avec courant.	423
55.3	La balançoire électromagnétique : la force visualisée.	423
55.4	Courant $I$ , champ $\vec{B}$ et force $F$ dans un référentiel.	424
55.5	Courant $I$ , champ $\vec{B}$ et force $F$ : règle de la main droite.	425
56.1	Un générateur de courant continu	428
57.1	Le mouvement de l'oscillateur élastique.	432
57.2	Le mouvement du pendule simple.	433
57.3	Les caractéristiques de l'oscillateur élastique.	434
57.4	L'évolution temporelle de l'élongation de l'oscillateur élastique.	435
57.5	Le sinus d'un angle en fonction de cet angle.	435
57.6	Comparaison des élongation, vitesse et accélération de l'oscillateur élastique.	438
57.7	Oscillations amorties.	441
57.8	Déphasage : cas général.	442
57.9	Déphasage : Concordance de phase.	442
57.10	Déphasage : Opposition de phase.	443
58.1	Deux pendules de même longueur couplés.	446
58.2	Deux pendules de longueurs différentes couplés.	447
58.3	Deux diapasons.	448
58.4	Balançoire.	449
58.5	Roue équilibrée.	450
58.6	Baignoire.	450
59.1	Mouvement d'un canard en plastique sur une vague.	454
59.2	Onde transversale dans un ressort.	454
59.3	Mouvement dans un ressort.	455
59.4	Mouvement dans un ressort (2).	455
59.5	Onde sonore. (Image produite avec Phet)	455
59.6	Oscillateur élastique.	456
59.7	Oscillateur et onde entretenue.	456
59.8	L'onde sinusoïdale dans l'eau.	457
59.9	Sinus spatial.	457
59.10	Progression d'une onde transversale.	458
59.11	Longueur d'onde.	459
59.12	Le point $P$ sur une corde.	459
60.1	Cuve à ondes : une cuve remplie d'eau.	464
60.2	Cuve à ondes : Projection des mouvements à la surface de l'eau.	464
60.3	Cuve à ondes : exemple d'observation.	465
60.4	Cuve à ondes : Ondes circulaires.	465
60.5	Onde circulaire et longueur d'onde.	466
60.6	Cuve à ondes : Ondes Planes.	466
60.7	Onde plane et longueur d'onde.	467
60.8	Onde circulaire et principe de Huygens.	468

60.9	Onde plane et principe de Huygens. . . . .	468
61.1	Propagation des ondes sonores. . . . .	472
61.2	Propagation des ondes sonores : un court instant plus tard. . . . .	473
61.3	Schéma d'un microphone. (Source : Wikipedia) . . . . .	473
61.4	Un oscilloscope. (Source : H. Vermeiren) . . . . .	474
61.5	Ondes sonores circulaires. . . . .	475
61.6	Fondamentale et harmoniques : une onde carrée (en rouge) comme somme d'ondes sinusoïdales (en bleu) dont les fréquences sont des multiples entiers de celle de l'onde carrée. . . . .	477
62.1	Ondes circulaires incidentes et obstacle $MN$ . . . . .	480
62.2	Ondes circulaires réfléchies et source $S'$ . . . . .	481
62.3	Ondes planes incidentes et obstacle $MN$ . . . . .	481
62.4	Ondes planes réfléchies et obstacle $MN$ . . . . .	482
62.5	Ondes planes réfléchies et obstacle $MN$ : construction géométrique. . . . .	483
62.6	Réflexion des ondes planes et principe de Huygens. . . . .	484
62.7	Ondes réfléchies et réverbération. . . . .	485
62.8	Ondes réfléchies et écho. . . . .	485
62.9	Ondes réfléchies et sonar. . . . .	486
62.10	Ondes réfléchies et échographie : une sonde avec un seul élément. . . . .	486
62.11	Ondes réfléchies et échographie : Construction d'une image. . . . .	487
63.1	Cuve à ondes inclinée : vue de profil. . . . .	490
63.2	Cuve à ondes inclinée : observations. . . . .	490
63.3	Cuve à ondes à deux niveaux : deux $\lambda$ . . . . .	491
63.4	Cuve à ondes à deux niveaux : source en biais. . . . .	492
63.5	Cuve à ondes à deux niveaux : le changement de niveau est en biais. . . . .	493
63.6	Cuve à ondes à deux niveaux, source en biais : schéma du trajet des ondes. . . . .	494
63.7	Lois de la réfraction des ondes : schéma. . . . .	495
63.8	Réfraction des ondes : sismographie. . . . .	496
64.1	Christian Doppler (1803-1853). . . . .	500
64.2	Trois applications de l'effet Doppler. . . . .	500
64.3	Oscillogrammes de deux sons dont un son plus aigu. . . . .	501
64.4	Oscillogrammes de deux sons dont un son plus grave. . . . .	501
64.5	À la plage : le dernier dans l'eau ... . . . .	502
64.6	À la plage : brr ... . . . .	503
64.7	Effet Doppler : source en mouvement vers l'observateur. . . . .	504
64.8	Effet Doppler : source en mouvement s'éloignant de l'observateur. . . . .	504
64.9	Radar automobile. . . . .	506
64.10	Alarme domestique. . . . .	506
64.11	Échographie Doppler. . . . .	507
64.12	Détection des exoplanètes par effet Doppler. . . . .	507
64.13	Canard au mur du son. . . . .	508
64.14	Avion franchissant le mur du son. . . . .	508
64.15	Canard supersonique. . . . .	509
65.1	Ondes planes aux bord d'un obstacle : $\lambda$ petit. . . . .	512
65.2	Ondes planes aux bord d'un obstacle : $\lambda$ grand. . . . .	513
65.3	Fente large et $\lambda$ petit. . . . .	514
65.4	Fente et $\lambda$ de même taille. . . . .	514

65.5 Fente beaucoup plus petite que $\lambda$ .	515
65.6 Objet large et $\lambda$ petit.	516
65.7 Objet et $\lambda$ de même ordre de grandeur.	516
65.8 Objet petit par rapport à $\lambda$ .	517
65.9 Diffraction par une fente et principe de Huygens	518
65.10 Diffraction du son et placement des haut-parleurs.	519
66.1 Oscillogramme du premier diapason (sans cavalier) : $f_1 = 440$ Hz.	523
66.2 Oscillogramme du deuxième diapason (sans cavalier) : $f_2 = 400$ Hz.	523
66.3 Oscillogramme des deux diapasons : battement.	524
67.1 Schéma du montage pour produire des modes stationnaires.	528
67.2 Réflexions d'onde dans une corde.	529
67.3 Modes stationnaires dans une corde.	529
67.4 Nœuds, ventres et fuseaux dans les modes stationnaires.	530
67.5 Ondes de même fréquence se propageant en sens opposés.	530
67.6 $t_0$ : les deux ondes s'additionnent.	531
67.7 Composition des deux ondes tous les $\frac{T}{8}$ .	531
67.8 Modes stationnaires : les deux extrémités sont des nœuds.	532
67.9 Modes stationnaires dans un spaghetti.	533
67.10 Modes stationnaires dans une corde avec une extrémité libre.	534
67.11 Analyse des modes stationnaires avec une extrémité libre.	534
68.1 Un élève se déplace parallèlement devant les haut-parleurs.	538
68.2 Cuve à ondes avec deux pointes reliées au même vibreur.	539
68.3 Interférences : lignes de repos.	539
68.4 Interférences en $P$ des ondes issues de $S_1$ et $S_2$ .	540
68.5 $\Delta t = 0$ , $P$ sur la médiatrice de $S_1 S_2$ .	541
68.6 $\Delta t = 0$ , amplitude double en $P$ .	541
68.7 $\Delta t = 2T$ , amplitude double en $P$ .	542
68.8 Une hyperbole : $PF_1 - PF_2 = \text{cste.}$	543
68.9 $\Delta t = \frac{3}{2}T$ , amplitude nulle en $P$ .	544
68.10 Figure d'interférence.	545
69.1 Deux sources d'ondes circulaires.	548
69.2 Deux sources d'ondes circulaires : interférences.	549
69.3 Deux sources d'ondes circulaires : lignes.	550
69.4 Deux sources d'ondes circulaires : lignes de repos.	550
69.5 Deux sources d'ondes circulaires : superposition.	550
69.6 Expérience de Young : schéma.	551
69.7 Expérience de Young : observation sur l'écran.	552
71.1 Courant périodique 1.	556
71.2 Courant périodique : onde rectangulaire.	557
71.3 Courant périodique : onde triangulaire.	557
71.4 Courant périodique : onde sinusoïdale.	558
71.5 Courant périodique : loi de Faraday.	559
71.6 L'alternateur : $t = 0$ .	560
71.7 L'alternateur : $t$ quelconque.	560
71.8 L'alternateur : $\varphi(t)$ .	561
71.9 Différence de potentiel et onde sinusoïdale.	562

72.1	La machine de Joule. . . . .	571
72.2	Le schéma de principe de l'expérience de Joule. . . . .	571
72.3	Schéma du rendement d'une machine. . . . .	575
72.4	Graphique de la température d'un récipient contenant 1 kg de glace d'eau en fonction de l'énergie fournie. . . . .	576
73.1	Le cycle d'une machine thermique simple. . . . .	581
73.2	Une machine thermique simple comme monte-charge. . . . .	582
73.3	Schéma des échanges d'énergie d'une machine thermique. . . . .	583
73.4	Schéma d'un moteur à explosion à quatre temps. . . . .	585
73.5	Cycle d'un moteur à explosion à quatre temps. . . . .	586
73.6	Graphique " $P(V)$ " "théorique" d'un moteur à explosion à quatre temps . . . . .	587
73.7	Graphique " $P(V)$ " "réel" d'un moteur à explosion à quatre temps . . . . .	588
73.8	En rouge, le vilebrequin d'un moteur à explosion. . . . .	589
73.9	Une turbine à vapeur. . . . .	590
73.10	Schéma d'une centrale électrique "classique". . . . .	591
73.11	Transformations d'énergie dans une centrale électrique. . . . .	592
73.12	Schéma d'une machine frigorifique. Source : KARONEN, <i>Wikipedia :Heatpump2.svg</i> . . . . .	593
73.13	Transformations d'énergie dans une machine frigorifique. . . . .	594
73.14	Transformations d'énergie dans une pompe à chaleur. . . . .	595
77.1	Le spectre de la lumière blanche. . . . .	606
77.2	Schéma d'un réseau par transmission. . . . .	607
77.3	Réseau par transmission : ordres. . . . .	608
77.4	Schéma d'un réseau par réflexion. . . . .	609
77.5	Un DVD comme réseau par réflexion. Source : wikipedia . . . . .	609
77.6	Diffraction de la lumière issue d'une lampe "blanche" par un même réseau. . . . .	610
77.7	Lien entre la couleur et la longueur d'onde. . . . .	610
77.8	Observation d'un spectre à l'ordre 1 : mesure en nm . . . . .	611
77.9	Le spectre d'émission d'une lampe à néon. . . . .	611
77.10	Le spectre d'émission d'une lampe économique à mercure. . . . .	611
77.11	Les deux raies caractéristiques du mercure. . . . .	612
77.12	Calibration avec une lampe économique à mercure. . . . .	612
77.13	Raie d'absorption de la vapeur d'eau dans la lumière solaire. . . . .	613
77.14	La loi de Wiens. . . . .	614
77.15	Le corps noir : métaux chauffés. . . . .	614
77.16	Photographie de groupe du congrès Solvay à La Hulpe en 1927. . . . .	615
77.17	Flamme colorée : lithium. . . . .	616
77.18	Flamme colorée : sodium. . . . .	617
77.19	Flamme colorée : potassium. . . . .	618
77.20	Modèle de Bohr : Niveaux d'énergie des couches électroniques. . . . .	619
77.21	Modèle de Bohr : Transitions électroniques en émission ou en absorption. . . . .	619
77.22	Modèle de Bohr : Couches et modes stationnaires. . . . .	620
77.23	Modèle de Bohr : Autre vision des modes stationnaires. . . . .	620
77.24	Liaisons moléculaires : représentation de la double liaison $\pi - \sigma$ entre les deux carbones de $C_2H_4$ . . . . .	621
77.25	Spectre de l'étoile Vega dans la constellation de la lyre. . . . .	621
77.26	Analyse chimique du spectre de Vega. . . . .	622
78.1	Spectre de la lumière et énergie . . . . .	626

78.2	Transitions électroniques	627
78.3	Atome de Bohr	628
78.4	La forme des orbitales "s", "p" et "d"	630
78.5	Les couches se résolvent en orbitales sous l'action d'un champ magnétique.	631
78.6	Diagramme de Klechkowski	633
78.7	Application des règles de Hund.	634
79.1	Le tableau des isotopes (N(Z))	643
79.2	L'activité en fonction du temps	644

## Table des théorèmes, définitions et autres

1	Remarque	4
1	Définition (mètre)	5
2	Définition (kilogramme)	5
3	Définition (seconde)	5
4	Définition (ampère)	5
5	Définition (kelvin)	5
6	Définition (mole)	6
7	Définition (candela)	6
8	Définition (Litre)	7
9	Définition (instant)	19
10	Définition (durée)	20
11	Définition (position)	20
12	Définition (trajectoire)	21
1	Propriété (Décomposition en vecteurs unités)	25
13	Définition (vecteur position)	30
1	Schéma	31
2	Schéma	31
14	Définition (vecteur déplacement)	32
2	Remarque (positions de départ et d'arrivée)	32
15	Définition (vecteur vitesse moyenne)	33
2	Propriété (Du $\text{km h}^{-1}$ au $\text{m s}^{-1}$ )	34
3	Remarque (vitesses moyennes plus ou moins constantes)	35
16	Définition (vecteur vitesse instantanée)	36
17	Définition (mouvement rectiligne)	40
18	Définition (déplacement rectiligne)	41
19	Définition (vitesse rectiligne)	41
3	Propriété (Signe et sens de la vitesse)	42
20	Définition (MRU)	46
21	Définition (Vecteur variation de vitesse)	53
22	Définition (vecteur accélération)	54
23	Définition (vecteur accélération instantanée)	55
4	Remarque	57
24	Définition (MRUA)	64

25	Définition (chute libre) . . . . .	73
5	Remarque (Choix d'axe en chute libre) . . . . .	74
26	Définition (Accélération de pesanteur) . . . . .	74
6	Remarque . . . . .	79
27	Définition (norme de la vitesse linéaire en MCU) . . . . .	79
28	Définition (Vitesse angulaire) . . . . .	81
29	Définition (accélération en MCU) . . . . .	86
30	Définition (Accélération angulaire en MCUA) . . . . .	90
31	Définition (Vitesse angulaire en MCUA) . . . . .	90
32	Définition (Angle instantané en MCUA (cas particulier) ) . . . . .	90
33	Définition (Angle en fonction du temps en MCUA (cas général) ) . . . . .	91
34	Définition (accélération en MCUA) . . . . .	95
7	Remarque . . . . .	95
1	Conclusion . . . . .	99
4	Propriété . . . . .	104
2	Conclusion (Équation de la trajectoire du tir horizontal) . . . . .	107
35	Définition (Portée du tir horizontal) . . . . .	108
36	Définition (Hauteur maximale h du tir oblique) . . . . .	117
37	Définition (Portée du tir oblique) . . . . .	119
38	Définition (Portée maximale du tir oblique) . . . . .	120
39	Définition (Parabole de sûreté) . . . . .	123
40	Définition (Force) . . . . .	138
1	Loi (de Hooke) . . . . .	138
2	Loi (Loi d'équilibre statique des forces) . . . . .	146
3	Loi (Loi des leviers) . . . . .	156
41	Définition (Moment de force : valeur (absolue)) . . . . .	158
8	Remarque (sur l'usage des moments de force) . . . . .	158
4	Loi (Loi des leviers en terme de moments de force) . . . . .	158
5	Loi (Signe des moments de force) . . . . .	160
6	Loi (Équilibre de rotation : $\sum \vec{M} = \vec{0}$ ) . . . . .	160
7	Loi (Équilibre de rotation : $\sum M - \sum M = 0$ ) . . . . .	160
42	Définition (Moment de force) . . . . .	160
9	Remarque . . . . .	162
43	Définition . . . . .	165
10	Remarque . . . . .	165
1	Principe (Principe d'inertie) . . . . .	172
1	Exemple (Phénomènes non-inertiels dus à la rotation de la Terre) . . . . .	175
2	Principe (Principe fondamental de la dynamique) . . . . .	177
3	Principe (Principe des forces réciproques) . . . . .	178
8	Loi (Force de frottement statique) . . . . .	183
9	Loi (Force de frottement dynamique) . . . . .	183
10	Loi (Frottements fluide-solide) . . . . .	184
44	Définition . . . . .	200
45	Définition . . . . .	200
46	Définition (Travail d'une force et d'un déplacement parallèles) . . . . .	201
47	Définition (Le joule) . . . . .	201
48	Définition (Travail d'une force non parallèle au déplacement) . . . . .	202
49	Définition (Travail comme produit scalaire) . . . . .	202
50	Définition (Travail moteur et travail résistant) . . . . .	202
51	Définition (Travail moteur ou résistant en terme de cosinus) . . . . .	202

52	Définition (Travail d'une force le long d'un chemin à une dimension)	207
53	Définition (Énergie cinétique)	208
1	Théorème (Théorème de l'énergie cinétique)	208
54	Définition (Travail d'une force le long d'un chemin à trois dimensions)	210
55	Définition (Force conservative)	211
2	Théorème (Énergie potentielle et travail)	212
56	Définition (Puissance)	216
57	Définition (Cheval vapeur français)	217
58	Définition (Cheval vapeur impérial (hp))	217
59	Définition (Cheval vapeur de chaudière)	217
60	Définition (Quantité de mouvement (ou impulsion))	220
5	Propriété	220
6	Propriété (Conservation de la quantité de mouvement 1)	221
61	Définition (Systèmes de particules)	221
11	Loi (Conservation de l'impulsion et forces internes)	222
12	Loi (Choc et conservation de la quantité de mouvement)	223
13	Loi (1 <sup>re</sup> loi de Kepler)	244
14	Loi (2 <sup>e</sup> loi de Kepler)	245
15	Loi (3 <sup>e</sup> loi de Kepler)	245
16	Loi (Loi de la gravitation universelle)	251
11	Remarque	263
17	Loi (Loi des miroirs plans)	279
1	Méthode (Construction d'images et miroirs courbes)	285
62	Définition (Indice de réfraction)	290
18	Loi (Snell-Descartes)	291
7	Propriété (Angle limite)	292
63	Définition (Pouvoir réflecteur)	293
8	Propriété (Déviation minimale par un prisme)	299
4	Principe (Les faisceaux principaux)	306
19	Loi (Loi des lentilles)	307
64	Définition (Grandissement)	308
65	Définition (Grossissement)	308
66	Définition (Puissance d'une lentille)	309
20	Loi (loi des lentilles minces)	309
21	Loi (Position de l'image finale avec deux lentilles)	315
67	Définition (Montage en série)	339
68	Définition (Montage en parallèle)	340
69	Définition (Intensité du courant électrique)	341
12	Remarque (Résistance d'un ampèremètre)	342
22	Loi (Intensités de courant dans un montage en série)	343
23	Loi (Intensités de courant dans un montage en parallèle)	344
70	Définition (Tension électrique)	351
13	Remarque	351
71	Définition (Résistance électrique)	359
24	Loi (Loi de Pouillet)	360
72	Définition (L'effet Joule)	366
1	Équation (L'effet Joule dans une résistance)	367
73	Définition (Nœud d'un circuit électrique)	370
74	Définition (Maille d'un circuit électrique)	370
75	Définition (Branche d'un circuit électrique)	371

25	Loi (Loi des nœuds (ou des courants))	373
26	Loi (Loi des mailles (ou des tensions))	373
76	Définition (Force électromotrice)	380
77	Définition (Tension aux bornes)	380
27	Loi (La loi de Coulomb (scalaire))	385
28	Loi (La loi de Coulomb (vectorielle))	386
2	Exemple (Grand nombre de charges)	387
78	Définition (Champ scalaire)	398
79	Définition (Champ vectoriel)	400
80	Définition (Champ électrique engendré par une charge)	401
81	Définition (Phénomène périodique)	433
3	Exemple (Phénomènes périodiques)	433
82	Définition (Mouvement harmonique)	433
83	Définition (Élongation)	434
84	Définition (Amplitude)	434
85	Définition (Période)	434
86	Définition (Fréquence)	434
2	Équation (Relation fréquence-période)	434
3	Équation (Équation horaire du mouvement harmonique (1))	435
4	Équation (Équation horaire du mouvement harmonique(2))	436
87	Définition (Fréquence angulaire)	436
5	Équation (Équation horaire du mouvement harmonique)	436
88	Définition (Vitesse instantanée)	437
89	Définition (Vitesse en MH)	437
90	Définition (Accélération en MH)	437
6	Équation (Accélération et élongation en MH)	438
7	Équation (Énergie en MH)	439
91	Définition (Rappel de la loi des ressorts)	440
92	Définition (Rappel du principe fondamental de la dynamique)	440
8	Équation (période de l'oscillateur harmonique)	440
9	Équation (Modélisation d'une oscillation amortie)	441
93	Définition (Couplage)	447
94	Définition (Excitateur)	447
95	Définition (Résonateur)	447
96	Définition (Résonance)	447
3	Conclusion (Résonance et fréquences propres)	448
4	Conclusion (Transfert d'énergie sélectif en fréquence)	448
97	Définition (Élongation)	452
4	Exemple (Ondes mécaniques)	452
98	Définition (Oscillations)	452
5	Exemple (Oscillations)	452
99	Définition (Onde transversale)	454
100	Définition (Onde longitudinale)	455
101	Définition (Crêtes et creux)	457
102	Définition (Longueur d'onde (1))	458
103	Définition (Longueur d'onde (2))	458
10	Équation (Élongation $e_P(t)$ en un point $P$ )	460
9	Propriété (Déphasage de l'onde progressive)	460
10	Propriété (Concordance de phase entre deux points)	461
104	Définition (Longueur d'onde (3))	461

14	Remarque (Distance entre deux crêtes) . . . . .	466
15	Remarque (Direction de propagation et crêtes) . . . . .	466
16	Remarque (Distance entre deux crêtes : ondes planes) . . . . .	467
17	Remarque (Direction de propagation et crêtes : ondes planes) . . . . .	467
5	Principe (Principe de Huygens) . . . . .	467
105	Définition (Intensité sonore) . . . . .	475
106	Définition (décibel) . . . . .	476
107	Définition (Fondamentale et harmoniques) . . . . .	477
108	Définition (Normale, angles d'incidence, de réflexion) . . . . .	482
29	Loi (Angles d'incidence et de réflexion des ondes planes) . . . . .	482
5	Conclusion (Réflexion des ondes) . . . . .	482
6	Conclusion (Réflexion des ondes et optique géométrique) . . . . .	483
18	Remarque (Réflexion des ondes et principe de Huygens) . . . . .	483
19	Remarque (Sonar) . . . . .	486
7	Conclusion (Vitesses des ondes et profondeur d'eau) . . . . .	491
109	Définition (Réfraction : angle d'incidence) . . . . .	493
110	Définition (Réfraction : angle de réfraction) . . . . .	493
20	Remarque (Réfraction : angles d'incidence et de réfraction) . . . . .	494
21	Remarque (Réfraction : relation entre les longueurs d'onde) . . . . .	494
30	Loi (Loi des angles dans la réfraction des ondes) . . . . .	496
8	Conclusion (Lois de la réfraction des ondes) . . . . .	496
31	Loi (Effet Doppler : observateur en mouvement) . . . . .	505
32	Loi (Effet Doppler : source en mouvement) . . . . .	505
6	Principe (Principe de superposition des ondes) . . . . .	522
111	Définition (Battement) . . . . .	524
112	Définition (Pulsation de battement) . . . . .	525
113	Définition (Pulsation moyenne) . . . . .	525
22	Remarque (Pulsation de battement) . . . . .	525
11	Équation (Fréquence du battement) . . . . .	526
23	Remarque (Modes stationnaires : corde, ressort, ...) . . . . .	528
24	Remarque (Pont de Tacoma) . . . . .	533
114	Définition . . . . .	538
115	Définition (Lignes de repos) . . . . .	539
116	Définition (La médiatrice comme ligne de tempête) . . . . .	541
117	Définition (Hyperbole comme lieu de points) . . . . .	542
118	Définition (Différence de marche) . . . . .	543
119	Définition (courant périodique) . . . . .	556
120	Définition (courant alternatif) . . . . .	557
121	Définition (courant sinusoïdal) . . . . .	558
33	Loi (Loi de Faraday) . . . . .	559
122	Définition (différence de potentiel sinusoïdale) . . . . .	561
12	Équation (Équation de la calorimétrie) . . . . .	572
7	Principe (Premier principe de la thermodynamique) . . . . .	574
8	Principe (Premier principe de la thermodynamique (2 <sup>e</sup> formulation)) . . . . .	574
123	Définition (Rendement) . . . . .	574
6	Exemple (Énergie perdue et rendement dans la première machine de Watt) . . . . .	575
34	Loi (Relation entre l'énergie thermique et la chaleur latente) . . . . .	576
124	Définition (Machine thermique) . . . . .	580
125	Définition (Cycle d'une machine) . . . . .	580
35	Loi (La loi des gaz parfaits) . . . . .	581

9	Principe (Principe de Carnot) . . . . .	583
3	Théorème (Théorème de Carnot) . . . . .	584
1	Relation (Rendement théorique d'un moteur à explosion) . . . . .	589
2	Relation (Efficacité d'une machine frigorifique) . . . . .	594
3	Relation (Coefficient de performance (COP) d'une pompe à chaleur) . . . . .	595
1	Principe (Second principe de la thermodynamique) . . . . .	598
126	Définition (Isotopes) . . . . .	624
1	Règle (Règle de Klechkowski) . . . . .	633
2	Règle (Règle de Hund) . . . . .	634



# Annexe C

## Bibliographie

### 1 Livres

- BRANSDEN, B. H. *Introduction to quantum mechanics*. Harlow, Essex, England New York : Longman Scientific & Technical Wiley, 1989. ISBN : 9780582444980.
- FERGUSON, Kitty. *Tycho & Kepler : the unlikely partnership that forever changed our understanding of the heavens*. New York : Walker & Company, 2002. ISBN : 9780802713902.
- FLEISCH, Daniel. *A student's guide to vectors and tensors*. Cambridge New York : Cambridge University Press, 2012. ISBN : 9780521171908.
- HECHT, Eugene. *Physique*. Paris Bruxelles : De Boeck Université/ITP, 1999. ISBN : 9782744500183.
- MANTON, Nicholas. *The physical world : an inspirational tour of fundamental physics*. Oxford, United Kingdom : Oxford University Press, 2017. ISBN : 9780198796114.
- MURRAY, Carl. *Solar system dynamics*. Cambridge New York : Cambridge University Press, 1999. ISBN : 9780521575973.

### 2 Ressources en ligne

- KARONEN, Ilmari. *Wikipedia :Heatpump2.svg*. Sous la dir. de WIKIPEDIA. 25 juil. 2020. URL : <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Heatpump2.svg>.



# **Annexe D**

## **Index**



# Annexe E

## Table des matières

## Table des matières

<b>I</b>	<b>Métrologie</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Les unités de mesures</b>	<b>3</b>
1	Le système international d'unités . . . . .	4
A	Le système SI . . . . .	4
a)	Majuscule ou minuscule . . . . .	4
b)	Les unités de base . . . . .	4
(i)	mksA . . . . .	5
(i).1	Le mètre . . . . .	5
(i).2	Le kilogramme . . . . .	5
(i).3	La seconde . . . . .	5
(i).4	L' ampère . . . . .	5
(ii)	Les autres unités de base du système international . . . . .	5
(ii).1	Le kelvin . . . . .	5
(ii).2	la mole . . . . .	6
(ii).3	La candela . . . . .	6
(iii)	Résumé . . . . .	6
c)	Multiples et sous-multiples . . . . .	6
B	Les volumes . . . . .	7
2	Les unités dérivées . . . . .	7
A	Les unités dérivées comme produits de puissances des unités de base . . . . .	7
a)	Notations . . . . .	8
b)	Exemple : le joule . . . . .	8
B	Analyse dimensionnelle . . . . .	8
3	Exercices . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Les erreurs de mesures</b>	<b>9</b>
1	Imprécisions sur les mesures . . . . .	10
A	Précision des mesures . . . . .	10
B	Erreur aléatoire . . . . .	10

	C	Erreur systématique	10
2		Types d'erreurs	11
	A	Erreur absolue	11
	B	Erreur relative	11
3		Calcul d'erreur	11
	A	Types de grandeurs	11
	B	Exemple : erreur sur une surface	12
	C	Règles de calcul d'erreur	12
4		La notation scientifique et les chiffres significatifs	12
	A	Les chiffres significatifs	12
	B	La notation scientifique	13
5		Exercices	13
<b>II Cinématique</b>			<b>15</b>
<b>3 Positions, trajectoires et systèmes de référence</b>			<b>17</b>
1		Le mobile ponctuel	18
2		Le temps	19
	A	Date et instant	19
	B	Durée	20
3		Positions, trajectoires	20
	A	Repos et mouvement	20
	B	Positions	20
	C	Trajectoires	21
4		Les systèmes de référence	21
	A	Cartésiens	21
	a)	À une dimension	21
	b)	À deux dimensions	22
	c)	À trois dimensions	22
	B	Polaires, cylindriques et sphériques	23
	a)	Polaires	23
	b)	Cylindriques	23
	c)	Sphériques	24
	C	Différentes coordonnées sphériques	24
	a)	Physiciens	24
	b)	Mathématiciens	24
	c)	Géographes	24
	d)	Astronomes	24
	D	Vecteurs unités	25
	a)	Cartésiens	25
	b)	$\vec{I}_r, \vec{I}_\theta$	25
	E	Degrés de liberté	27
	F	Changement de système	28
	a)	Jacobien	28
5		Exercices	28
<b>4 Déplacements et vitesses</b>			<b>29</b>
1		Vecteurs positions et déplacements	30
	A	Vecteur position	30
	a)	Définition	30

	b)	Relativité . . . . .	30
B		Vecteur déplacement . . . . .	30
	a)	Justification . . . . .	30
	b)	Définition . . . . .	32
	c)	Relativité . . . . .	32
2		Vitesses . . . . .	32
A		Histoire du concept de vitesse . . . . .	32
B		Le vecteur vitesse moyenne . . . . .	33
	a)	Définition . . . . .	33
	b)	Du $\text{km h}^{-1}$ au $\text{m s}^{-1}$ . . . . .	33
	(i)	Exemple . . . . .	34
	c)	Ordres de grandeur . . . . .	34
	d)	La vitesse moyenne n'est pas la moyenne des vitesses . . . . .	34
	(i)	Exemple . . . . .	34
	e)	Limitations de la vitesse moyenne . . . . .	34
	(i)	Vitesses variables en grandeur . . . . .	34
	(ii)	Vitesses variables en sens . . . . .	34
	(iii)	Vitesses variables en direction . . . . .	35
	(iv)	Cas général . . . . .	35
	(v)	Conclusion . . . . .	35
C		Vecteur vitesse instantanée . . . . .	35
	a)	Une solution aux limitations de la vitesse moyenne . . . . .	35
	(i)	Tangente . . . . .	36
	b)	Définition . . . . .	36
	c)	En pratique : "Delta t" petit! Mais petit comment? . . . . .	37
	(i)	Chronophotographie . . . . .	37
	(ii)	Exercices . . . . .	37
	d)	Propriétés du point de vue de la physique mathématique . . . . .	37
3		Exercices . . . . .	38
A		Vitesses moyennes . . . . .	38
B		Déplacements et vitesses . . . . .	38
<b>5</b>		<b>Mouvements rectilignes</b> . . . . .	<b>39</b>
1		Définition . . . . .	40
A		L'axe OX : mouvements et réels . . . . .	40
2		Simplification des notations . . . . .	40
A		Le vecteur déplacement . . . . .	40
B		Les vecteurs vitesses . . . . .	40
C		Définitions (ou de l'art de faire du neuf avec du vieux) . . . . .	41
3		Sens et signes des vecteurs déplacements et vitesses . . . . .	41
A		Graphiques déplacement et vitesse . . . . .	41
B		Vitesses négatives . . . . .	42
4		Étude d'un mouvement rectiligne : différents types de mouvements rectilignes . . . . .	42
A		MRU . . . . .	43
B		Repos . . . . .	43
C		MRUV . . . . .	43
5		Exercices . . . . .	43
<b>6</b>		<b>MRU</b> . . . . .	<b>45</b>
1		Définition et conséquences . . . . .	46

	A	Conséquences . . . . .	46
2		Graphe de la position en fonction du temps . . . . .	46
	(i)	Conclusion . . . . .	47
3		Graphe de la vitesse en fonction du temps . . . . .	47
4		Problèmes de croisement . . . . .	48
	A	Croisement et systèmes d'équations . . . . .	48
	a)	Croisement . . . . .	48
	B	Détermination des paramètres . . . . .	48
	a)	En partant de la position 0, en fixant l'instant du départ comme zéro. . . . .	48
	b)	En partant de la position $r_0$ , en fixant l'instant du départ comme zéro. . . . .	48
	c)	En partant de la position $r_0$ , l'instant du départ est $t_0$ . . . . .	49
5		Exercices . . . . .	49
<b>7</b>		<b>Variation de vitesse et accélération</b>	<b>51</b>
1		Vitesses variables . . . . .	52
	A	Vecteur variation de vitesse . . . . .	52
	a)	Mise en situation . . . . .	52
	b)	Définition . . . . .	53
	B	Démarrage de voiture . . . . .	53
	C	Centrifugeuse . . . . .	53
2		Variation de vitesse et accélération . . . . .	53
	A	Vecteur accélération . . . . .	53
	a)	Définition . . . . .	54
	b)	Ordres de grandeur . . . . .	54
	B	Vecteur accélération instantanée . . . . .	55
	a)	Définition . . . . .	55
3		Accélération, dérivées et intégrales . . . . .	55
	A	L' accélération instantanée et les dérivées . . . . .	55
	B	Accélération et intégrales . . . . .	55
	a)	variation de vitesse . . . . .	55
	b)	déplacement . . . . .	55
	c)	Une application : frottement aérodynamique . . . . .	56
4		Le vecteur accélération comme somme de vecteurs perpendiculaires . . . . .	57
	A	Retour sur les exemples . . . . .	57
	a)	La voiture . . . . .	57
	b)	L'essoreuse . . . . .	57
	B	Accélérations normale et tangentielle . . . . .	57
5		Exercices . . . . .	57
	A	Analyse de graphiques . . . . .	57
	a)	Analyse de graphiques position-temps . . . . .	58
	b)	Analyse de graphiques vitesse-temps . . . . .	59
	c)	Analyse de graphiques accélération-temps . . . . .	60
	B	Exercices numériques . . . . .	61
<b>8</b>		<b>MRUA</b>	<b>63</b>
1		MRUA . . . . .	64
	A	Notations . . . . .	64
	B	Définition . . . . .	64
2		Sens des vitesses et signe de l'accélération . . . . .	64

A	En utilisant les vecteurs . . . . .	64
a)	La vitesse "compteur" augmente : une accélération . . . . .	64
(i)	Mouvement dans le sens de l'axe . . . . .	64
(ii)	Mouvement dans le sens opposé à celui de l'axe . . . . .	64
b)	La vitesse "compteur" diminue : une décélération . . . . .	65
(i)	Mouvement dans le sens de l'axe . . . . .	65
(ii)	Mouvement dans le sens opposé à celui de l'axe . . . . .	65
c)	Conclusion . . . . .	65
B	En n'utilisant <i>pas</i> les vecteurs . . . . .	65
a)	La vitesse "compteur" augmente : une accélération . . . . .	65
(i)	Mouvement dans le sens de l'axe . . . . .	65
(ii)	Mouvement dans le sens opposé à celui de l'axe . . . . .	65
b)	La vitesse "compteur" diminue : une décélération . . . . .	66
(i)	Mouvement dans le sens de l'axe . . . . .	66
(ii)	Mouvement dans le sens opposé à celui de l'axe . . . . .	66
c)	Conclusion . . . . .	66
3	Lois du MRUA . . . . .	66
A	La loi des vitesses . . . . .	66
a)	Graphique de $v(t)$ . . . . .	66
B	La loi des espaces . . . . .	67
a)	Graphique de $v(t)$ . . . . .	67
(i)	Caractéristiques de $v(t)$ . . . . .	67
(ii)	Démonstration graphique de la loi des espaces. . . . .	68
b)	Graphique de $r(t)$ . . . . .	69
4	Exercices . . . . .	69
<b>9</b>	<b>Chute libre</b> . . . . .	<b>71</b>
1	Chute d'objets dans l'atmosphère . . . . .	72
2	Chute libre . . . . .	72
A	Définition . . . . .	73
3	L'accélération de gravité sur Terre . . . . .	73
4	Choix d'axes pour résoudre des problèmes . . . . .	74
A	Pure chute . . . . .	74
B	Lancer vers le haut . . . . .	74
5	Exercices . . . . .	74
<b>III</b>	<b>Cinématique dans l'espace</b> . . . . .	<b>75</b>
<b>10</b>	<b>MCU</b> . . . . .	<b>77</b>
1	mouvement circulaire uniforme . . . . .	78
2	Vitesses linéaire et angulaire . . . . .	79
A	Vitesse linéaire . . . . .	79
a)	Exemple : . . . . .	80
b)	Caractéristiques du vecteur vitesse . . . . .	80
B	Vitesse angulaire . . . . .	81
3	L'accélération en MCU . . . . .	81
A	L'accélération centripète . . . . .	81
a)	Différence de vitesses vectorielles . . . . .	82
B	Grandeur de l'accélération centripète . . . . .	83
a)	Équations du mouvement : position . . . . .	84

	b)	Équations du mouvement : vitesse . . . . .	85
	c)	Équations du mouvement : accélération . . . . .	86
	C	Résumé . . . . .	86
4		Exercices . . . . .	87
<b>11</b>		<b>MCUA</b>	<b>89</b>
1		Hypothèses de départ . . . . .	90
	A	$\omega$ croissant et accélération angulaire . . . . .	90
	a)	Vitesse angulaire initiale . . . . .	91
2		Équations du mouvement . . . . .	91
	A	Le vecteur position . . . . .	91
	B	Le vecteur vitesse . . . . .	92
	C	le vecteur accélération . . . . .	92
	a)	Accélérations normale et tangentielle . . . . .	93
	(i)	Accélération tangentielle : . . . . .	93
	(ii)	Accélération normale : . . . . .	94
	b)	Norme de l'accélération . . . . .	94
	c)	Direction de l'accélération . . . . .	95
	d)	En résumé . . . . .	95
3		Exercices : . . . . .	96
<b>12</b>		<b>Le tir horizontal</b>	<b>97</b>
1		Mise en situation . . . . .	98
	A	Expérience . . . . .	98
	B	Autres exemples . . . . .	99
	a)	Dans le train . . . . .	99
	b)	Largage depuis un avion . . . . .	100
	C	La notion de trajectoire d'Aristote à Galilée en passant par Léonard de Vinci : les boulets de canons . . . . .	100
2		Chronophotographie . . . . .	104
	A	analyse du mouvement vertical . . . . .	104
	B	Analyse quantitative du mouvement . . . . .	104
3		Conclusions . . . . .	106
4		Les équations du mouvement . . . . .	106
	A	Tableau récapitulatif : Les équations horaires ou paramétriques . . . . .	106
	B	Trajectoire : les équations cartésiennes . . . . .	107
5		Portée . . . . .	108
6		Autres . . . . .	109
	A	Vitesse en fonction de l'altitude . . . . .	109
	B	Angles . . . . .	109
	C	$\vec{a}_n, \vec{a}_{tg}$ . . . . .	110
7		Exercices . . . . .	112
<b>13</b>		<b>Le tir oblique ou parabolique</b>	<b>113</b>
1		Équations du mouvement . . . . .	114
	A	Les règles du jeu . . . . .	114
	B	Vitesse initiale oblique . . . . .	115
	C	Vitesse . . . . .	115
	a)	Composante horizontale . . . . .	115
	b)	Composante verticale . . . . .	116
	(i)	Signes . . . . .	116

	D	Équations paramétriques ou horaires	116
2		Trajectoire : équation cartésienne	116
	A	Hauteur maximale	117
3		Portée	118
	A	En général	118
	B	Portée maximale	119
	a)	Optimisation	120
4		Autres	120
	A	Vitesse en fonction de l'altitude	120
	B	Angles	120
	C	$\vec{a}_n, \vec{a}_{tan}$	120
5		Cibles	121
	A	Équations générales	121
	a)	Solutions de l'équation du second degré	123
	(i)	Le discriminant	123
	(ii)	Discriminant nul ou la parabole de sûreté	123
	(iii)	Trop loin!	125
	(iv)	Deux solutions	125
	B	De haut, c'est plus beau : la citadelle	126
	a)	Cible en hauteur	127
6		Avec les frottements	128
7		Exercices	128
<b>14</b>		<b>Mouvements à trois dimensions</b>	<b>129</b>
1		Coordonnées et vecteurs dans $\mathbb{R}^3$	130
2		Équations paramétriques	130
	A	Équations de droites	130
	B	Généralisation	131
3		Exemples	131
	A	Exemples généraux	131
	a)	Mouvement hélicoïdal simple	131
	b)	"Tornade"	131
	c)	Spirale à la surface d'une sphère	132
	B	Mécanique céleste	133
<b>IV</b>		<b>Statique</b>	<b>135</b>
<b>15</b>		<b>Les forces</b>	<b>137</b>
1		Définitions et caractéristiques	138
	A	Mesure des forces	138
	B	Loi des ressorts	138
2		La force de pesanteur	139
	A	Les caractéristiques de la force de pesanteur	139
	B	Différences entre masse et poids	140
3		Autres forces	140
	A	Forces électrostatiques	140
	a)	Note historique	140
	b)	A retenir	140
	B	La force magnétique	141
	C	La force électromagnétique	141

	D	Les forces de frottement . . . . .	141
	E	Les forces fondamentales . . . . .	141
4		Additions de forces . . . . .	141
	A	En pratique : Méthodes . . . . .	141
	a)	Le parallélogramme de forces . . . . .	142
	b)	Le polygone des forces . . . . .	142
	c)	Composantes . . . . .	143
5		Exercices . . . . .	143
<b>16 Les forces : équilibres de translation</b>			<b>145</b>
1		Énoncé du principe . . . . .	146
2		En pratique : Méthodes . . . . .	146
	A	Parallélogramme . . . . .	146
	B	Polygone . . . . .	147
	C	Composantes . . . . .	148
	D	Exemples . . . . .	148
3		La résistance . . . . .	148
4		Le plan incliné . . . . .	148
	A	Caveat . . . . .	148
	B	Identifier les forces en présence . . . . .	148
	C	Déterminer les forces en présence . . . . .	149
	D	Point de vue analytique . . . . .	150
	a)	Force parallèle et normale . . . . .	150
	E	Marche à suivre . . . . .	150
5		Exercices . . . . .	151
<b>17 Équilibres de rotation et moments de force</b>			<b>153</b>
1		Un peu d'histoire : Simon Stevin . . . . .	154
2		Équilibre de rotation et leviers . . . . .	155
	A	Observations . . . . .	155
	B	Déduction . . . . .	156
	C	Loi des leviers . . . . .	156
	a)	Vocabulaire . . . . .	156
	b)	$F$ et $d$ orthogonaux . . . . .	156
	D	Types de leviers . . . . .	157
	a)	Inter appui . . . . .	157
	b)	Inter moteur : . . . . .	157
	c)	Inter résistant : . . . . .	158
3		Moments de force . . . . .	158
	A	Définition . . . . .	158
	B	Reformulation de la loi des leviers . . . . .	158
	C	Somme des moments de force . . . . .	159
	D	Signes des moments de force . . . . .	159
	a)	Sens de rotation et signe des moments de force . . . . .	160
	E	Condition d'équilibre de rotation . . . . .	160
	F	Définition . . . . .	160
4		Poutres et autres . . . . .	160
	A	Analyse de la situation . . . . .	161
	a)	Les forces . . . . .	161
	b)	Les moments de force . . . . .	162

	(i)	Point d'appui de gauche	162
	(ii)	Point d'appui de droite	162
	(iii)	Système d'équation	163
B		Équivalence poutre et leviers	163
5		Autres machines simples qui peuvent être comparées aux leviers	164
A		Le treuil	164
B		Le pédalier de vélo	164
6		Le produit vectoriel	165
A		Le produit vectoriel	165
	a)	Repère direct et indirect	165
	b)	Définition du produit vectoriel	165
	c)	Technique de calcul du produit vectoriel avec les coordonnées des vecteurs	165
	d)	Cas particulier où les deux vecteurs sont dans le plan "xy"	166
B		Application aux moments de force	166
	a)	La force et le bras de levier sont perpendiculaires	166
	b)	Sens de la rotation	166
C		la force et le bras de levier ne sont pas perpendiculaires	166
	a)	Différentes situations	166
	(i)	Force et le bras de levier perpendiculaires	166
	(ii)	Force et bras de levier parallèles	166
	(iii)	Force et bras de levier faiblement inclinés l'un par rapport à l'autre	166
	(iv)	Force et bras de levier fortement inclinés l'un par rapport à l'autre	167
	b)	Analyse	167
	c)	Synthèse	167

## V Dynamique 169

<b>18</b>	<b>Les lois de Newton</b>	<b>171</b>	
1	Le principe d'inertie	172	
A	Principe	172	
	a)	Exemple	172
	b)	L'inertie	172
	c)	Première loi de Newton	172
	d)	Cas particulier	173
	e)	Exemple (suite)	173
B	Importance du système de référence	173	
	a)	Exemple	173
2	Le principe fondamental de la dynamique	175	
A	Introduction	175	
B	Recherche de la relation qui lie $F$ , $m$ et $a$	175	
	a)	Dispositif expérimental	175
	b)	Trois grandeurs entrent en jeu.	175
	c)	Démarche "théorético-expérimentale"	175
	d)	Expérience établissant le lien entre masse et accélération	176
	e)	Expérience établissant le lien force et accélération	176
C	Le principe fondamental de la dynamique (finalement)	177	

	a)	Expression mathématique du principe fondamental de la dynamique . . . . .	177
3		Le principe des forces réciproques (action et réaction) . . . . .	177
	A	Exemples . . . . .	178
	B	Principe . . . . .	178
4		Exercices . . . . .	178
	A	Applications immédiates . . . . .	178
	B	Applications plus subtiles . . . . .	179
<b>19 Les forces de frottements</b>			<b>181</b>
1		Mise en situation . . . . .	182
2		Nature des frottements . . . . .	182
3		Différents types de frottements . . . . .	182
	A	Frottements entre 2 surfaces solides . . . . .	182
		a)	Règles générales pour les forces de frottements solide-solide . . . . .
		b)	Les forces de frottements statiques . . . . .
		c)	Les forces de frottements dynamiques . . . . .
	B	Frottements Solide-Fluide . . . . .	183
		a)	Lois des frottements fluide-solide . . . . .
4		Exercices . . . . .	184
<b>20 Chute libre</b>			<b>185</b>
<b>21 La force centripète</b>			<b>187</b>
1		Force centripète . . . . .	188
	A	Rappel : le principe d'inertie . . . . .	188
	B	mouvement circulaire uniforme . . . . .	188
		a)	Rappel des définitions : période, vitesses d'un mouvement circulaire uniforme, ... . . . . .
		(i)	Caractéristiques du vecteur vitesse . . . . .
		(ii)	Vitesse angulaire . . . . .
	C	La force centripète . . . . .	189
	D	L'accélération centripète . . . . .	189
		a)	Rappel : principe fondamental de la dynamique . . . . .
		b)	Application de principe fondamental de la dynamique en MCU . . . . .
	E	Grandeur de la force et de l'accélération centripète . . . . .	189
		a)	Considérations expérimentales . . . . .
		b)	Conclusion . . . . .
2		Applications . . . . .	190
	A	Pourquoi les pneus lisses sont dangereux. . . . .	190
	B	Les balançoires du carrousel . . . . .	191
	C	Les vélos de vitesse pure . . . . .	193
	D	Les satellites . . . . .	194
3		Force de Coriolis . . . . .	195
4		Exercices . . . . .	196
	A	Applications relativement immédiates . . . . .	196
	B	Applications moins immédiates . . . . .	196

<b>VI</b>	<b>Les lois de conservation</b>	<b>197</b>
<b>22</b>	<b>Travail</b>	<b>199</b>
1	Rappel sur les leviers . . . . .	200
2	Définitions, formules . . . . .	200
	A Une première définition . . . . .	200
	B Une deuxième définition . . . . .	200
	a) Découverte . . . . .	201
	b) Définition en terme de force et de déplacement . . . . .	201
	c) Définition de l'énergie . . . . .	201
	C Une troisième définition . . . . .	201
	a) Mise en situation . . . . .	202
	b) Définition en terme d'angle . . . . .	202
	c) Définition en terme vectoriel . . . . .	202
3	Travail moteur ou résistant . . . . .	202
	A Définition qualitative . . . . .	202
	B Définition quantitative . . . . .	202
4	Exercices . . . . .	203
<b>23</b>	<b>Énergie</b>	<b>205</b>
1	Travail . . . . .	206
	A Énergie et chute . . . . .	206
	a) Expérience : trous dans le sable . . . . .	206
	b) Impact et énergie . . . . .	206
	c) Énergie et hauteur : travail de la gravité . . . . .	206
	(i) Énergie et force . . . . .	206
	B Travaux moteurs et résistants . . . . .	207
	a) Découverte . . . . .	207
	(i) Exemples : . . . . .	207
	(ii) Conditions . . . . .	207
	b) Formule . . . . .	207
2	Travail et énergie . . . . .	207
	A Définition du travail le long d'un chemin . . . . .	207
	a) À une dimension . . . . .	207
	B Théorème de l'énergie cinétique . . . . .	208
	a) Exemple : la gravité . . . . .	209
	b) Principe d'inertie et théorème de l'énergie cinétique . . . . .	210
	C À trois dimensions . . . . .	210
	D Forces conservatives et non conservatives . . . . .	210
3	Énergies potentielle et cinétique . . . . .	211
	A Énergies potentielles . . . . .	212
	a) Énergie potentielle et travail . . . . .	212
	B Énergie cinétique . . . . .	213
	a) Calcul . . . . .	214
	(i) Rappel MRUA . . . . .	214
	C Application à la conservation de l'énergie . . . . .	214
4	Exercices . . . . .	214
<b>24</b>	<b>Puissance</b>	<b>215</b>
1	Illustration . . . . .	216
2	Définition . . . . .	216

3	Exemple . . . . .	216
4	Autres unités . . . . .	216
	A    Chevaux . . . . .	216
	a)    Cheval vapeur français . . . . .	217
	b)    Cheval vapeur anglais (hp) . . . . .	217
	c)    Cheval vapeur de chaudière . . . . .	217
5	Exercices . . . . .	217
<b>25</b>	<b>Quantité de mouvement</b>	<b>219</b>
1	Définition et propriété . . . . .	220
	A    Définition . . . . .	220
	B    Conséquence . . . . .	220
2	Forces internes, forces externes et quantité de mouvement . . . . .	221
	A    Contexte : systèmes de particules . . . . .	221
	B    Uniquement des forces internes . . . . .	221
	a)    Action réciproque . . . . .	221
	b)    Somme de forces internes . . . . .	222
	c)    Principe d'inertie . . . . .	222
	d)    Variation de vitesse . . . . .	222
3	Chocs élastiques et chocs inélastiques . . . . .	222
	A    Chocs inélastiques . . . . .	223
	B    Chocs élastiques . . . . .	223
	a)    Quantité de mouvement et chocs élastiques . . . . .	223
	C    Chocs et conservation de la quantité de mouvement . . . . .	223
4	Exercices . . . . .	223
<b>26</b>	<b>Moment angulaire</b>	<b>225</b>
1	Définition . . . . .	226
2	Exemples . . . . .	226
3	exercices . . . . .	226
<b>VII</b>	<b>Modèles de l'univers et gravitation universelle</b>	<b>227</b>
<b>27</b>	<b>Tailles de l'univers</b>	<b>229</b>
1	Dimensions de l'univers . . . . .	230
	A    Quelques diamètres et distances . . . . .	230
	B    Règles de trois . . . . .	230
	C    De la biosphère aux confins de l'Univers . . . . .	230
	D    Nombres de ... . . . . .	230
2	Système solaire . . . . .	231
	A    Éléments de mécanique céleste . . . . .	231
	B    Caractéristiques des planètes . . . . .	231
<b>28</b>	<b>Le ciel vu de la Terre</b>	<b>233</b>
1	Mouvements quotidiens . . . . .	234
	A    Mouvement du Soleil . . . . .	234
	B    Mouvement de la Lune . . . . .	234
	C    Mouvements des étoiles . . . . .	235
	D    Résumé . . . . .	235
2	Mouvements annuels . . . . .	236

A	Mouvement de la Lune . . . . .	236
B	Mouvements des étoiles . . . . .	236
C	Mouvement du Soleil . . . . .	236
	a) Le solstice d'été . . . . .	236
	b) L'équinoxe d'automne . . . . .	236
	c) Le solstice d'hiver . . . . .	237
	d) L'équinoxe de printemps . . . . .	237
D	Mouvements des planètes . . . . .	237
<b>29 Géocentrisme et héliocentrisme</b>		<b>239</b>
1	Le modèle géocentrique . . . . .	240
	A Thalès de Milet (600 avant J.-C.) . . . . .	240
	B Anaximandre (550 avant J.-C.) . . . . .	240
	C Pythagore (530 avant J.-C.) . . . . .	240
	D Anaxagore (450 avant J.-C.) . . . . .	241
	E Hipparque (150 avant J.-C.) . . . . .	242
	F Ptolémée (120 après J.-C.) . . . . .	242
	G Conclusions . . . . .	243
2	Le modèle héliocentrique . . . . .	243
	A Aristarque de Samos (IIIe siècle avant J.C.) . . . . .	243
	B Nicolas Copernic (Début XVIe siècle) . . . . .	243
	C Tycho-Brahé (Fin XVIe siècle) . . . . .	244
	D Kepler (1571-1630) . . . . .	244
	a) Loi n° 1 . . . . .	244
	b) Loi n° 2 . . . . .	245
	c) Loi n° 3 . . . . .	245
	d) En résumé . . . . .	246
	E Galilée (1564-1642) . . . . .	246
<b>30 La gravitation universelle</b>		<b>247</b>
1	Découverte de la loi de Newton (XVII <sup>e</sup> siècle) . . . . .	248
	A Question . . . . .	248
	B Observations . . . . .	248
	C Hypothèse : Fin de la dualité Terre-Ciel . . . . .	248
	a) Trajectoire d'un objet lancé obliquement à la surface de la Terre. . . . .	248
	b) Trajectoire d'un corps lancé horizontalement à partir d'une grande hauteur au-dessus de la surface de la Terre avec des vitesses différentes . . . . .	249
	c) Conclusions . . . . .	250
	D Conséquences . . . . .	250
	a) La Terre attire la Lune . . . . .	250
	b) Le Soleil attire les planètes . . . . .	250
	c) Lien avec les lois de Kepler : pourquoi une loi en $1/d^2$ . . . . .	250
2	Loi de la gravitation universelle . . . . .	251
	A Formulation . . . . .	251
	B Conséquences . . . . .	251
	C Applications . . . . .	252
	a) La vitesse orbitale des satellites . . . . .	252
	b) Les satellites géostationnaires et géosynchrones . . . . .	252
	D La masse de la Terre . . . . .	252

E	La masse du Soleil . . . . .	253
a)	La constante de Kepler . . . . .	253
F	Autres calculs possibles . . . . .	254
3	Exercices . . . . .	254

## **VIII Optique géométrique 255**

### **31 L'oeil 259**

1	Anatomie de l'œil . . . . .	260
A	Cornée . . . . .	260
B	Iris et pupille . . . . .	260
C	Cristallin . . . . .	260
D	Liquides . . . . .	261
E	Rétine . . . . .	261
a)	Fovéa . . . . .	261
b)	Photorécepteurs . . . . .	261
(i)	Cônes . . . . .	261
(ii)	Bâtonnets . . . . .	262
(iii)	Désensibilisation . . . . .	262
c)	Le point aveugle . . . . .	263
F	Nerf optique . . . . .	263
G	Cerveau . . . . .	263
2	Illusions . . . . .	263
A	Renforcement des contrastes . . . . .	263
a)	Niveaux de gris . . . . .	263
b)	Contraste de couleurs . . . . .	264
B	Le cerveau . . . . .	264

### **32 Faisceaux de lumière 265**

1	Historique . . . . .	266
2	Faisceaux de lumière . . . . .	266
3	Les faisceaux de lumière ne sont pas lumineux . . . . .	266
4	Trajets des faisceaux de lumière . . . . .	266
5	Exercices . . . . .	266

### **33 Couleurs 267**

1	Lumière blanche et couleurs . . . . .	268
A	Couleur = longueur d'onde . . . . .	268
a)	Espace de couleurs . . . . .	269
2	Addition et soustraction de couleurs . . . . .	269
A	Addition de couleurs . . . . .	269
a)	RGB . . . . .	270
b)	Couleurs complémentaires . . . . .	271
B	Soustraction de couleurs . . . . .	271
a)	KYMC . . . . .	271

### **34 Images 273**

1	Image = intersections de faisceaux . . . . .	274
2	Deux types d'images . . . . .	274
A	Image réelle . . . . .	274

	B	Image virtuelle	274
3		Conclusion	275
<b>35</b>		<b>Miroirs</b>	<b>277</b>
1		La réflexion	278
2		Miroirs plans	278
	A	Loi des miroirs plans	278
	B	Images dans un miroir	279
	C	Inversion gauche-droite	280
	a)	Un peu de géométrie	280
	(i)	Catadioptr	281
	D	Systèmes optiques utilisant la loi des miroirs.	282
3		Miroirs courbes	282
	A	Miroirs concaves	282
	a)	Miroirs sphériques	282
	b)	Miroirs paraboliques	283
	(i)	Applications	283
	c)	Miroirs peu profonds	284
	d)	Images dans un miroir concave	284
	(i)	Objet se trouvant au delà du centre "C" : image réelle	284
	(ii)	Techniques pour la construction d'images	284
	(iii)	Objet se trouvant entre le centre "C" et le foyer "F"	285
	(iv)	Objet se trouvant entre le foyer "F" et la surface du miroir	285
	B	Miroirs convexes	286
	a)	Images dans un miroir convexe	286
4		Exercices	286
	A	Miroirs plans	286
	B	Miroirs sphériques	287
<b>36</b>		<b>Réfraction</b>	<b>289</b>
1		Déviaton du faisceau de lumière : la réfraction	290
2		Indice de réfraction	290
3		Loi de Snell-Descartes	291
4		Angle limite : la réflexion totale	291
	A	Fibres optiques	292
	B	Les mirages	292
	a)	Mirage inférieur	293
	b)	Mirage supérieur	293
5		Pouvoir réflecteur	293
6		Exercices	293
<b>37</b>		<b>Prismes</b>	<b>295</b>
1		Le prisme	296
	A	Description	296
	B	Double réfraction	296
	C	Angle de déviation	296
	D	Déviaton minimale	298
2		Décomposition de la lumière blanche	300
	A	La dispersion	300
	B	L'arc-en-ciel	300
	a)	Le bleu du ciel	301

3	Exercices . . . . .	301
<b>38</b>	<b>Lentilles minces</b>	<b>303</b>
1	Combinaison de prismes . . . . .	304
2	Lentilles . . . . .	304
3	Lentilles minces . . . . .	304
4	Types de lentilles . . . . .	304
	A    Lentilles convergentes . . . . .	304
	B    Lentilles divergentes . . . . .	305
5	Point focal . . . . .	305
	A    Distance focale . . . . .	306
6	Rayons principaux . . . . .	306
7	Formation d'images . . . . .	306
8	Lois des lentilles . . . . .	307
	A    Grandissement . . . . .	308
	B    Grossissement . . . . .	308
	C    La puissance d'une lentille . . . . .	309
	D    Lentille convergente, divergente et loi des lentilles minces . . . . .	309
9	Exercices . . . . .	310
<b>39</b>	<b>Combinaisons de lentilles</b>	<b>313</b>
1	Constructions géométriques . . . . .	314
2	Loi . . . . .	314
3	Exercices . . . . .	315
<b>40</b>	<b>Les défauts de l'oeil</b>	<b>317</b>
1	Fonctionnement . . . . .	318
2	Principaux défauts . . . . .	319
	A    Myopie . . . . .	320
	B    Hypermétropie . . . . .	320
	C    Presbytie . . . . .	321
	D    Astigmatisme . . . . .	321
3	Les corrections . . . . .	321
	A    Myopie . . . . .	322
	B    Hypermétropie . . . . .	323
	C    Presbytie . . . . .	324
	D    Astigmatisme . . . . .	324
4	Exercices . . . . .	324
<b>41</b>	<b>Télescopes et microscopes</b>	<b>325</b>
1	Combinaisons de lentilles . . . . .	326
	A    La loupe . . . . .	326
	B    La lunette astronomique . . . . .	327
	C    Le microscope . . . . .	327
2	Exercices . . . . .	328
<b>IX</b>	<b>Électricité</b>	<b>329</b>
<b>42</b>	<b>Électrostatique (base)</b>	<b>333</b>
1	Observation . . . . .	334

2	Historique . . . . .	334
3	Rappels et précisions . . . . .	334
	A    Modèle atomique et corps chargés électriquement . . . . .	334
4	Exercices . . . . .	334
<b>43</b>	<b>Courants, circuits</b>	<b>335</b>
1	Schémas électriques . . . . .	336
	A    Dipôles . . . . .	336
	B    Conventions d'écriture d'un schéma électrique . . . . .	336
	C    Plan du circuit électrique d'une maison . . . . .	337
2	Montages en série et en parallèle . . . . .	339
	A    Montages en série . . . . .	339
	a)    Conséquence . . . . .	339
	B    Utilisation . . . . .	339
	C    Montages en parallèle . . . . .	340
	a)    Conséquence . . . . .	340
	b)    Utilisation . . . . .	340
	D    Logique de blocs . . . . .	340
3	Intensité de courant . . . . .	340
	A    Définition . . . . .	341
	a)    Remarque . . . . .	342
	b)    Analogie avec un débit . . . . .	342
	B    Mesure de I . . . . .	342
	C    Lois des intensités de courant dans des montages de plusieurs dipôles . . . . .	343
	a)    Montages en série . . . . .	343
	b)    Montages en parallèle . . . . .	343
4	Exercices . . . . .	344
<b>44</b>	<b>Énergie électrique : le kWh</b>	<b>345</b>
1	Énergie et électricité . . . . .	346
	A    Energie, puissance . . . . .	346
	B    Watt et kilowattheure . . . . .	346
	C    La facture d'électricité . . . . .	347
2	Exercices . . . . .	347
<b>45</b>	<b>Différence de potentiel</b>	<b>349</b>
1	Expérience . . . . .	350
	A    exemples . . . . .	351
2	Définition . . . . .	351
	A    unité . . . . .	351
	B    Analogie . . . . .	351
3	Mesure . . . . .	351
4	Application . . . . .	352
5	Exercices . . . . .	352
<b>46</b>	<b>Association de générateurs</b>	<b>353</b>
1	Montages en série et en parallèle . . . . .	354
	A    Montages en série . . . . .	354
	B    Montages en parallèle . . . . .	355
2	Applications . . . . .	356
3	Exercices . . . . .	356

<b>47 La loi d'Ohm</b>	<b>357</b>
1 La loi d'Ohm	358
a) Le triangle magique	359
2 Application	359
A Exemples	359
a) Résistances typiques d'appareils électriques	359
b) Résistance du corps humain	360
B Résistance électrique et électrocution	360
a) Sec	360
b) Mouillé	360
c) Loi de Pouillet	360
3 Résistances en parallèle et en série	361
A Résistances en série	361
B Montages en parallèle	362
C Circuits mixtes	363
4 Exercices	363
<b>48 L'effet Joule</b>	<b>365</b>
1 Définition	366
2 Effet Joule dans un récepteur	366
A Effet Joule dans une résistance	366
B Autres types de récepteurs	367
3 Exercices	367
<b>49 Les lois de Kirchoff</b>	<b>369</b>
1 Mailles, branches, nœuds	370
A Nœuds	370
B Mailles	370
C Branches	371
2 Lois de Kirchoff	372
A Rappels utiles	372
a) Conservation de la charge électrique	372
b) Relation entre tensions	372
B Loi des nœuds	373
C Loi des mailles	373
a) Signes	374
b) Justification des signes	374
3 Exemples	374
A Une seule maille	374
B Deux mailles (et une troisième)	375
a) Exemple numérique	377
4 Applications	378
5 Exercices	378
<b>50 Force électromotrice</b>	<b>379</b>
1 La force électromotrice	380
A Définition	380
B Tension aux bornes	380

<b>X</b>	<b>Electromagnétisme</b>	<b>381</b>
<b>51</b>	<b>Électrostatique</b>	<b>383</b>
1	Loi de Coulomb	384
	A Expérience	384
	a) Dispositif	384
	b) Charges électriques	385
	c) Distance entre les charges	385
	B Énoncés et conséquences de la loi	385
	a) Expression scalaire	385
	b) Expression vectorielle	385
	c) Principe des forces réciproques	386
	C Grand nombre de charges	386
2	Implications et applications de la loi de Coulomb	387
	A L'électroscope	387
	a) Description	387
	b) Principe	388
	B La cage de Faraday	389
3	Exercices	390
	A Série 1	390
	B Série 2	390
<b>52</b>	<b>Le champ électrique</b>	<b>393</b>
1	Et si?	394
	A Loi de coulomb, charges multiples et variables	394
	a) Charge de $q_4$ variable	394
	(i) Conclusion	395
	b) Position de $q_4$ variable	396
	(i) Conclusion	397
	B Charge centrale	397
2	Notion de champ	397
	A Champs scalaires	398
	a) Définition	398
	b) Exemples	398
	B Champs vectoriels	400
	a) Définition	400
	b) Exemples	401
3	Vecteur champ électrique	401
	A Charge ponctuelle	401
	B Grandeur du champ électrique	402
	C Plusieurs charges ponctuelles	402
4	Visualisations du champ électrique	402
	A Dispositif	403
	B Interprétation	403
	C Vecteurs et lignes du champs électrique	403
	a) Deux charges	403
	b) Plusieurs corps chargés	404
5	Exercices	405
<b>53</b>	<b>Le magnétisme</b>	<b>407</b>
1	Historique	408

	A	Les origines . . . . .	408
	B	Les Chinois . . . . .	408
	C	En Occident . . . . .	408
	D	Les Lumières . . . . .	408
2	Les aimants . . . . .		408
	A	La force magnétique . . . . .	408
	B	Les pôles d'un aimant . . . . .	409
		a) Types de pôles . . . . .	409
		b) Interaction entre pôles . . . . .	409
		c) Pas de monopôle magnétique . . . . .	409
3	Effet sur les matériaux . . . . .		409
4	L'analyse du magnétisme . . . . .		410
	A	Champ magnétique . . . . .	410
		a) Lignes de champ magnétique . . . . .	410
		b) Vecteur champ magnétique . . . . .	411
		(i) Ordres de grandeur de champs magnétiques . . . . .	411
<b>54</b>	<b>Les champs magnétiques induits</b>		<b>415</b>
1	Historique . . . . .		416
	A	Électricité et magnétisme . . . . .	416
		a) Ørsted et Faraday . . . . .	416
		b) Les premiers moteurs électriques . . . . .	416
		c) Maxwell . . . . .	416
2	Champ magnétique créé par un courant . . . . .		416
	A	Courant dans un fil droit . . . . .	416
	B	Courant dans une spire . . . . .	417
	C	Courant dans une bobine . . . . .	418
		a) Les électroaimants . . . . .	419
<b>55</b>	<b>Force électromagnétique</b>		<b>421</b>
1	Force, courant et magnétisme . . . . .		422
	A	Expérience . . . . .	422
		a) Dispositif . . . . .	422
		b) Visualisation de la force . . . . .	423
	B	Interprétation de l'expérience . . . . .	424
		a) Norme de la force électromagnétique . . . . .	424
		b) Direction et sens de la force électromagnétique . . . . .	424
		(i) Direction . . . . .	424
		(ii) Sens . . . . .	424
		(iii) Courant et champ magnétique non parallèle . . . . .	425
		(iv) Produit vectoriel . . . . .	425
2	Lois de la force électromagnétique . . . . .		425
	A	Loi de Laplace . . . . .	425
<b>56</b>	<b>Les courants induits</b>		<b>427</b>
1	Historique . . . . .		428
	A	Electricité et magnétisme . . . . .	428
2	Courants engendrés par le magnétisme . . . . .		428
	A	Expérience . . . . .	428
	B	Loi . . . . .	428

<b>XI Les ondes</b>	<b>429</b>
<b>57 Mouvement harmonique</b>	<b>431</b>
1 Expériences . . . . .	432
2 Phénomènes périodiques . . . . .	433
3 Mouvement harmonique . . . . .	433
A Caractéristiques du mouvement harmonique . . . . .	433
B Cinématique du mouvement harmonique . . . . .	435
a) Équations horaires . . . . .	435
b) Vitesse et accélération . . . . .	436
(i) Vitesse instantanée . . . . .	436
(ii) Accélération instantanée . . . . .	437
(iii) Relations entre élongation, vitesse et accélération instan- tanées . . . . .	438
C Énergie du mouvement harmonique . . . . .	438
D Dynamique du mouvement harmonique . . . . .	440
E Amortissement du mouvement harmonique . . . . .	440
F Déphasage et mouvement harmonique . . . . .	441
a) Déphasage . . . . .	441
b) Concordance de phase . . . . .	442
c) Opposition de phase . . . . .	443
4 Exercices . . . . .	443
A Cinématique du mouvement harmonique . . . . .	443
B Dynamique du mouvement harmonique . . . . .	444
C Énergie du mouvement harmonique . . . . .	444
<b>58 Les résonances</b>	<b>445</b>
1 Expériences . . . . .	446
A Oscillateurs couplés . . . . .	446
a) Deux pendules de même longueur . . . . .	446
(i) Conclusion . . . . .	446
b) Deux pendules de différentes longueurs . . . . .	447
(i) Conclusion . . . . .	447
2 Définitions . . . . .	447
3 Conclusion . . . . .	448
4 Applications . . . . .	448
A Deux diapasons . . . . .	448
B Balançoire . . . . .	448
C Systèmes en rotation . . . . .	449
D Baignoire . . . . .	450
<b>59 Les ondes : généralités</b>	<b>451</b>
1 Onde : définition . . . . .	452
2 Autres définitions . . . . .	453
A Élongation et amplitude . . . . .	453
B Vitesse de propagation . . . . .	453
C Ondes transversales et longitudinales . . . . .	453
a) Ondes transversales . . . . .	453
b) Ondes longitudinales . . . . .	454
D Ondes sinusoïdales . . . . .	455
E Progression d'une onde transversale . . . . .	457

	F	La longueur d'onde	458
3		Onde progressive : approche mathématique	459
	A	Périodicités	460
		a) Périodicité temporelle	460
		b) Périodicité spatiale	461
4		Exercices	461
<b>60 La propagation des ondes dans l'espace</b>			<b>463</b>
1		La cuve à ondes	464
	A	Ondes circulaires	465
	B	Ondes planes	466
	C	Conclusion	467
2		Le principe de Huygens	467
	A	Ondes circulaires	467
	B	Ondes planes	468
3		Exercices	469
<b>61 Les ondes sonores</b>			<b>471</b>
1		Création d'une onde sonore	472
2		Propagation du son	472
3		Visualisation du son avec l'oscilloscope	473
	A	Matériel et méthode	473
	B	Types de son	474
4		Hauteur du son	474
	A	Expériences	474
	B	Conclusion	474
5		Intensité du son	475
	A	Expérience	475
6		Définition d'intensité de l'onde sonore	475
	A	rappel	475
7		L'échelle décibel	476
8		Le timbre en musique	477
	A	Oscillogramme	477
	B	Fondamentale et harmoniques	477
9		Exercices	477
<b>62 Propriétés des ondes : réflexion</b>			<b>479</b>
1		La réflexion des ondes	480
	A	Ondes circulaires	480
	B	Ondes planes	481
	C	Conclusions	482
2		Applications	484
	A	Réflexion du son dans une pièce	484
	B	Échos	485
	C	Sonar	485
	D	Échographie	486
3		Exercices	487
<b>63 Propriétés des ondes : réfraction</b>			<b>489</b>
1		Vitesses des ondes	490
	A	Première expérience avec la cuve à ondes	490

	a)	Observations . . . . .	490
	b)	Conclusion . . . . .	491
	c)	Une application : les tsunamis . . . . .	491
B		Deuxième expérience avec la cuve à ondes . . . . .	491
	a)	Observations . . . . .	491
C		Troisième expérience avec la cuve à ondes . . . . .	492
	a)	Observations . . . . .	492
	b)	Précisions . . . . .	493
2		Lois de la réfraction des ondes . . . . .	494
	A	Longueurs d'onde . . . . .	494
	B	Angles . . . . .	494
	C	En résumé . . . . .	496
3		Application : sismographie . . . . .	496
4		Exercices . . . . .	497
<b>64 Propriétés des ondes : effet Doppler</b>			<b>499</b>
1		Expériences . . . . .	500
	A	Observations . . . . .	500
	B	Rappel : hauteur d'un son . . . . .	501
	C	Conclusion . . . . .	501
2		Illustration : nageur (observateur en mouvement) . . . . .	502
	A	Description de deux mouvements . . . . .	502
	a)	Le nageur va vers la mer . . . . .	502
	b)	Le nageur sort de la mer . . . . .	502
	B	Calcul . . . . .	503
	a)	1 <sup>er</sup> cas : $S \rightarrow A$ . . . . .	503
	b)	Conclusion . . . . .	503
	C	2 <sup>e</sup> cas : $S \leftrightarrow A$ . . . . .	503
3		Autre cas : la source en mouvement . . . . .	503
4		Synthèse . . . . .	505
	A	Définition . . . . .	505
	B	Formules . . . . .	505
	a)	Observateur en mouvement . . . . .	505
	b)	Source en mouvement . . . . .	505
5		Applications . . . . .	505
	A	Détecteur de vitesse automobile . . . . .	505
	B	Alarme . . . . .	506
	C	Vitesse du sang . . . . .	506
	D	Détection des exoplanètes . . . . .	507
	E	Le mur du son . . . . .	507
	a)	Au-delà de la vitesse de propagation . . . . .	508
6		Exercices . . . . .	509
<b>65 Propriétés des ondes : diffraction</b>			<b>511</b>
1		Expériences . . . . .	512
	A	Bord d'un obstacle . . . . .	512
	a)	Petite longueur d'onde . . . . .	512
	b)	Plus grande longueur d'onde . . . . .	513
	B	Fentes . . . . .	513
	a)	L bcp. plus grand que la longueur d'onde . . . . .	513

	b)	L et lg. d'onde proches . . . . .	514
	c)	L bcp. plus petit que la lg. d'onde . . . . .	514
	d)	Ouvertures des ports . . . . .	515
C		Objet . . . . .	515
	a)	L bcp. plus grand que la longueur d'onde . . . . .	515
	b)	$L \setminus et \rightarrow \lambda$ . . . . .	516
	c)	$L \leq \lambda$ . . . . .	517
	d)	Radio . . . . .	517
2		Synthèse . . . . .	517
	A	Définition . . . . .	517
	B	$\lambda \ll L$ . . . . .	517
	C	$\lambda \simeq L$ . . . . .	517
	D	$\lambda \gg L$ . . . . .	517
3		Explication . . . . .	518
4		Applications . . . . .	518
	A	En général . . . . .	518
	B	Écholocation . . . . .	518
	C	Haut-parleurs . . . . .	519
5		Exercices . . . . .	519
<b>66 Superposition et battements des ondes</b>			<b>521</b>
1		Approche et énoncé du principe . . . . .	522
	A	Observations . . . . .	522
	a)	Cuve à ondes . . . . .	522
	b)	Ressort . . . . .	522
	B	Deux types de situations aboutissant à une superposition . . . . .	522
	C	Énoncé du principe . . . . .	522
2		Première approche mathématique de la superposition . . . . .	523
	A	Le phénomène de battement . . . . .	523
	a)	Expérience . . . . .	523
	b)	Définition . . . . .	524
	c)	Analyse mathématique . . . . .	524
	d)	Fréquence de battement . . . . .	525
	B	Cas général . . . . .	526
	C	Applications . . . . .	526
	a)	Accorder un instrument de musique . . . . .	526
	b)	Radar à effet Doppler . . . . .	526
3		Exercices . . . . .	526
<b>67 Superposition et modes stationnaires</b>			<b>527</b>
1		Modes stationnaires dans une corde . . . . .	528
	A	Expérience . . . . .	528
	a)	Dispositif . . . . .	528
	b)	Réflexion de l'onde . . . . .	528
	c)	Modes stationnaires . . . . .	529
	B	Superposition de deux ondes de même fréquence mais se propageant en sens opposés . . . . .	530
	a)	Construction graphique . . . . .	530
	b)	Analyse de la construction précédente . . . . .	532
	C	Exemples d'autres modes stationnaires . . . . .	533

	a)	Spaghetti	533
	b)	Corde ou ressort avec extrémité libre	533
	(i)	Analyse mathématique	534
	c)	Modes stationnaires longitudinaux	535
2		Célérité	535
	A	Dans une corde	535
	B	Vitesse du son	535
3		Instruments de musique	535
	A	Instruments à cordes	535
	B	Instruments à vent	535
	C	La voix	535
4		Exercices	535
<b>68 Superposition des ondes et interférences</b>			<b>537</b>
1		Première expérience et définition	538
2		Caractéristiques des interférences avec la cuve à ondes	538
	A	Dispositif expérimental	538
	B	Observations	539
	C	Analyse	539
	a)	Retard nul	540
	(i)	Lieu des points	541
	b)	Le retard est un nombre entier de périodes	541
	(i)	Lieu des points	542
	(ii)	En général	543
	c)	Le retard est un nombre impair de demi-périodes	543
	(i)	Lieu des points	544
	(ii)	En général	544
	D	Figure d'interférence	545
3		Développement mathématique	545
4		Exercices	546
<b>69 Les fentes de Young</b>			<b>547</b>
1		Principe de superposition et interférences	548
	A	Principe de superposition	549
	B	Interférences d'ondes circulaires	549
2		Interférences et lumière	551
	A	Expérience	551
	B	Interprétation	552
	C	Conclusion	552
<b>70 Les ondes lumineuses</b>			<b>553</b>
<b>71 Les ondes électromagnétiques</b>			<b>555</b>
1		Courants oscillants	556
	A	Production	556
	a)	Définitions	556
	b)	Rappels sur le champ magnétique	558
	(i)	Notion de champ	558
	(ii)	Vecteur champ magnétique	558
	c)	La loi de Faraday	558
	B	Tensions et courants sinusoïdaux	559

	a)	L'alternateur . . . . .	559
	(i)	Exemple . . . . .	562
	b)	Intensité et différence de potentiel efficaces . . . . .	562
	(i)	Intensité efficace . . . . .	562
	(ii)	Différence de potentiel efficace . . . . .	562
2		Production des ondes électromagnétiques . . . . .	562
	A	Transfert d'énergie entre deux circuits électriques . . . . .	562
	B	Propagation du champ électromagnétique . . . . .	562
	a)	Variation du champ magnétique . . . . .	562
	b)	Variation du champ électrique . . . . .	562
	c)	Onde électromagnétique . . . . .	562
	d)	L'expérience de Hertz . . . . .	562
3		Caractéristiques des ondes électromagnétiques . . . . .	562
4		Le spectre électromagnétique . . . . .	563
	A	Les ondes HERTZIENNES . . . . .	563
	a)	Les ondes radio . . . . .	563
	(i)	Longueur d'onde . . . . .	563
	(ii)	Transmission . . . . .	563
	(iii)	Propagation en fonction de la longueur d'onde . . . . .	563
	b)	Les ondes de télévision . . . . .	563
	(i)	Longueur d'onde . . . . .	563
	c)	Les ondes radar . . . . .	563
	d)	Le téléphone mobile . . . . .	564
	e)	Les télécommunications par satellites . . . . .	564
	(i)	Le principe . . . . .	564
	B	LES MICRO-ONDES . . . . .	564
	C	RAYONNEMENT INFRAROUGE . . . . .	564
	(i)	Propriétés . . . . .	564
	(ii)	Applications . . . . .	564
	D	LA LUMIERE VISIBLE . . . . .	564
	E	LE RAYONNEMENT ULTRAVIOLET . . . . .	564
	(i)	Propriétés . . . . .	564
	F	LE RAYONNEMENT X . . . . .	565
	G	LE RAYONNEMENT GAMMA . . . . .	565
5		Exercices . . . . .	566
	A	Ondes électromagnétiques . . . . .	566
	B	Spectre des ondes électromagnétiques . . . . .	566

## XII Thermodynamique

**567**

### 72 Premier principe

**569**

1		De l'énergie mécanique à l'énergie thermique . . . . .	570
	A	Calorimétrie . . . . .	570
	a)	Expérience de Joule . . . . .	570
	b)	Équation de la calorimétrie . . . . .	572
	B	Premier principe de la thermodynamique . . . . .	573
	C	Rendement . . . . .	574
2		Changements d'états et énergie . . . . .	575
3		Exercices . . . . .	577

<b>73</b>	<b>Machines thermiques</b>	<b>579</b>
1	Machine thermique . . . . .	580
	A Définitions . . . . .	580
	B Premier exemple : une machine très simple . . . . .	580
	a) Cycle d'une machine thermique . . . . .	580
	b) Exemple d'utilisation . . . . .	582
2	Rendement d'une machine thermique . . . . .	583
	A Principe de Carnot . . . . .	583
	B Théorème de Carnot et rendement . . . . .	583
3	Machines thermiques "réelles" . . . . .	585
	A Le moteur à combustion interne . . . . .	585
	a) Schéma . . . . .	585
	b) Cycle . . . . .	586
	c) Quatre temps . . . . .	587
	d) Rendement . . . . .	588
	e) Moteur diesel . . . . .	589
	f) Moteur "réel" . . . . .	589
	B Centrales électriques . . . . .	590
	a) Schéma . . . . .	590
	b) Rendement . . . . .	591
	(i) Combustion . . . . .	591
	(ii) Générateur, turbine, condenseur, tour . . . . .	591
	(iii) Alternateur . . . . .	592
	(iv) Bilan . . . . .	592
	C Machines frigorifiques . . . . .	592
	a) Schéma . . . . .	593
	b) Cycle . . . . .	593
	c) Rendement . . . . .	593
	D Pompe à chaleur . . . . .	594
	a) Schéma . . . . .	595
	b) Rendement . . . . .	595
4	Exercices . . . . .	596
<b>74</b>	<b>Deuxième principe</b>	<b>597</b>
1	Phénomènes réversibles et irréversibles . . . . .	598
	A Phénomènes réversibles . . . . .	598
	B Phénomènes irréversibles . . . . .	598
2	À l'échelle moléculaire . . . . .	598
	A Phénomènes réversibles . . . . .	598
	B Phénomènes irréversibles . . . . .	598
3	Le second principe de la thermodynamique . . . . .	598
4	Exercices . . . . .	598
<b>75</b>	<b>Production d'électricité</b>	<b>599</b>
<b>XIII</b>	<b>Physique moderne</b>	<b>601</b>
<b>76</b>	<b>Effet photo-électrique</b>	<b>603</b>
<b>77</b>	<b>Spectroscopie</b>	<b>605</b>

1	Spectre de la lumière	606
A	Spectres obtenus par un réseau	606
a)	Réseaux	606
(i)	Réseaux par transmission	606
(ii)	Réseaux par réflexion	608
b)	Aspect ondulatoire de la lumière et réseaux	609
2	Principe de l'analyse des spectres	610
A	Liens entre spectres et matières : analyse spectrale	611
a)	Calibration des spectromètres	611
B	Spectres d'émission et spectres d'absorption	612
3	Spectres et transitions électroniques	613
A	Le rayonnement du corps noir	613
B	Modèle atomique de Bohr	615
a)	Flammes colorées et modèle en couches	615
b)	Transitions électroniques et spectres	619
c)	Le principe et la mécanique quantique	619
d)	Développement du modèle de Bohr	620
C	Spectres moléculaires	621
4	Applications	621
A	Spectres des étoiles	621
B	Analyse chimique en général	622
C	Effet Doppler et spectres des astres	622
<b>78 Mécanique quantique</b>		<b>623</b>
1	Rappel : Le modèle de Rutherford-Chadwick	624
A	Notion d'isotope	624
(i)	Exemple :	624
a)	Isotopes : Z, A	624
b)	Masse atomique	625
2	Faits expérimentaux	625
A	Flammes colorées	625
B	Le rayonnement du corps noir	625
C	Constat	625
3	Le modèle de Bohr	625
A	Les niveaux d'énergie des électrons	625
a)	Exemple des alcalins	625
b)	Niveaux fondamental et excité	625
c)	Niveaux d'énergie et couleurs	626
d)	Modification du modèle de Rutherford-Chadwick	627
B	Le modèle de Bohr (1913)	627
a)	Les couches K, L et M	628
b)	Nombre d'électrons par couche	628
4	Au-delà du modèle de Bohr	629
A	Les quatre nombres quantiques : n, l, m, s	629
a)	Le nombre quantique principal : n	629
b)	Le nombre quantique de moment angulaire : l	629
c)	Le nombre quantique magnétique : m	629
d)	Le nombre quantique de spin : s	630
B	Le remplissage des couches selon les quatre nombres quantiques	630
C	Les règles de remplissage des orbitales	633

	a)	Le principe d'exclusion de Pauli	633
	b)	La règle de Klechkowski et le mélange des couches	633
	c)	La règle de Hund	634
D		Structure électronique des atomes	634
	a)	Nombre d'électrons par orbitales	635
	b)	Notation	635
	(i)	Premier exemple	635
	(ii)	Écriture complète	635
	(iii)	Écriture condensée	636
	(iii).1	Le bore	636
	(iii).2	Le cuivre	636
	c)	L'hybridation des orbitales atomiques	636
	(i)	Représentation simplifiée	636
	(ii)	La notation condensée	637
<b>79</b>		<b>La radioactivité</b>	<b>639</b>
1		Découverte de la radioactivité	640
	A	Historique	640
	a)	Radiations	640
	b)	Le plomb	640
	c)	Expériences : Effet du champ magnétique	640
2		Structure des atomes	640
	A	Rappel : le modèle de Rutherford	640
	B	Rappel : le modèle de Bohr	641
	C	Chimie	641
3		Stabilité du noyau	641
	A	Force de répulsion entre protons	641
	B	Masse des nucléons	641
	a)	Rappel : u.m.a.	641
	C	Masse manquante	641
	a)	Einstein à la rescousse	641
	D	Liaison entre nucléons	642
	a)	Les isotopes	642
	(i)	Exemple :	642
	b)	Isotopes : Z, A	642
	c)	Le tableau des isotopes	642
	E	Définition de la radioactivité	643
	a)	mise en évidence	643
	F	Loi de la décroissance radioactive	643
	G	La demi-vie	644
	H	L'activité	644
4		La fission	645
	A	Équation nucléaire	645
	B	Réactions en chaîne	645
5		La fusion	645
<b>80</b>		<b>Relativité</b>	<b>647</b>
<b>81</b>		<b>Cosmologie</b>	<b>649</b>
1		Notions de spectroscopie	650
	A	Notion de spectre	650

	B	Spectre d'émission . . . . .	650
	C	Spectre d'absorption . . . . .	650
	D	Physique solaire . . . . .	650
	a)	Structure d'une étoile . . . . .	650
	b)	Chromosphère . . . . .	650
	c)	Comparaison des étoiles par spectroscopie . . . . .	650
	d)	Diagramme de Hertzsprung-Russell . . . . .	650
2		Décalage du spectre d'étoiles . . . . .	650
	A	introduction . . . . .	650
	B	Décalage vers le rouge, décalage vers le violet . . . . .	650
	C	Effet Doppler . . . . .	650
	D	Exemples . . . . .	651
3		Red Shift . . . . .	651
	A	Galaxies proches . . . . .	651
	B	Galaxies lointaines . . . . .	651
	a)	Exemples . . . . .	651
	b)	Conclusion . . . . .	651
4		Histoire de l'univers . . . . .	651
	A	Origine . . . . .	651
	a)	Scénario du Big Bang . . . . .	652
	B	Evolution . . . . .	652

**XIV Annexes****653****A Solutions des exercices****655**

1	Ch. 1 . . . . .	655
2	Ch. 2 . . . . .	655
3	Ch. 3 . . . . .	656
4	Ch. 4 . . . . .	656
5	Ch. 5 . . . . .	658
6	Ch. 6 . . . . .	658
7	Ch. 7 . . . . .	658
8	Ch. 8 . . . . .	660
9	Ch. 9 . . . . .	660
10	Ch. 10 . . . . .	660
11	Ch. 11 . . . . .	660
12	Ch. 12 . . . . .	660
13	Ch. 13 . . . . .	661
14	Ch. 14 . . . . .	661
15	Ch. 15 . . . . .	661
16	Ch. 16 . . . . .	661
17	Ch. 17 . . . . .	661
18	Ch. 18 . . . . .	661
19	Ch. 19 . . . . .	663
20	Ch. 20 . . . . .	663
21	Ch. 21 . . . . .	663
22	Ch. 22 . . . . .	667
23	Ch. 23 . . . . .	667
24	Ch. 24 . . . . .	667

25	Ch. 25	667
26	Ch. 26	667
27	Ch. 27	667
28	Ch. 28	667
29	Ch. 29	667
30	Ch. 30	667
31	Ch. 31	668
32	Ch. 32	668
33	Ch. 33	668
34	Ch. 34	668
35	Ch. 35	668
36	Ch. 36	669
37	Ch. 37	669
38	Ch. 38	670
39	Ch. 39	670
40	Ch. 40	671
41	Ch. 41	671
42	Ch. 42	671
43	Ch. 43	671
44	Ch. 44	671
45	Ch. 45	671
46	Ch. 46	671
47	Ch. 47	671
48	Ch. 48	676
49	Ch. 49	676
50	Ch. 50	676
51	Ch. 51	676
52	Ch. 52	677
53	Ch. 53	677
54	Ch. 54	677
55	Ch. 55	677
56	Ch. 56	677
57	Ch. 57	677
58	Ch. 58	679
59	Ch. 59	679
60	Ch. 60	679
61	Ch. 61	679
62	Ch. 62	679
63	Ch. 63	679
64	Ch. 64	679
65	Ch. 65	679
66	Ch. 66	680
67	Ch. 67	680
68	Ch. 68	680
69	Ch. 69	680
70	Ch. 70	680
71	Ch. 71	680
72	Ch. 72	681
73	Ch. 73	681
74	Ch. 74	681

75	Ch. 75	681
76	Ch. 76	681
77	Ch. 77	681
78	Ch. 78	681
79	Ch. 79	681
80	Ch. 80	681
81	Ch. 81	681
<b>B Listes diverses</b>		<b>683</b>
	Liste des tableaux	684
	Liste des illustrations	694
	Liste des définitions	699
<b>C Bibliographie</b>		<b>701</b>
1	Livres	701
2	Ressources en ligne	701
<b>D Index</b>		<b>703</b>
<b>E Table des matières</b>		<b>705</b>